



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

PLANIFICACION DE LA EXPANSION DE SISTEMAS ELECTRICOS VIA DESCOMPOSICION DE BENDERS

JUAN PABLO URRUTIA WESS

Memoria para optar al título de
Ingeniero Civil de Industrias
con Mención en Electricidad

Profesor Guía:
HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD

Santiago de Chile, 1995



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
Departamento de Ingeniería Eléctrica

PLANIFICACION DE LA EXPANSION DE SISTEMAS ELECTRICOS VIA DESCOMPOSICION DE BENDERS

JUAN PABLO URRUTIA WESS

Memoria preparada bajo la supervisión de la
Comisión integrada por los profesores:

HUGH RUDNICK V. D. W

RODRIGO PALMA B.

ESTEBAN SKOKNIC C.

LUIS CONTESSE B.

Quienes recomiendan que sea aceptada para completar
las exigencias del título de Ingeniero Civil de Industrias
con mención en Electricidad

Santiago de Chile, 1995

A mi abuelito Pablo, a mis padres Juan e Inge por su cariño, dedicación y comprensión, a mis hermanos Claudio y Eduardo por su amistad, y a mi polola Loreto, por su cariño y comprensión.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer muy profundamente a todos quienes colaboraron de alguna forma en la realización de la presente memoria.

En especial quiero agradecer al Dr. Profesor Hugh Rudnick por su continua ayuda, consejos y correcciones, como también por su calidad humana. De igual forma, agradezco a don Esteban Skoknic, por sus correcciones y aportes.

Agradezco también de una manera muy especial los consejos, amistad y colaboración de Rodrigo Palma.

Agradezco a mis amigos por su apoyo, además de a Inés y Betty.

INDICE GENERAL

| | Pág. |
|---|------|
| DEDICATORIA..... | ii |
| AGRADECIMIENTOS iii | |
| INDICE DE TABLAS vii | |
| INDICE DE FIGURAS viii | |
| RESUMEN..... | x |
| I. INTRODUCCION..... | 1 |
| 1.1 Generalidades..... | 1 |
| 1.2 Planteamiento del Problema..... | 1 |
| 1.3 Objetivos de la Memoria..... | 3 |
| 1.4 Estructura del Trabajo..... | 4 |
| 1.5 Revisión Bibliográfica..... | 5 |
| 1.5.1 Modelos de análisis marginal..... | 5 |
| 1.5.2 Modelos de operación..... | 6 |
| 1.5.3 Modelos globales de optimización..... | 9 |
| 1.5.4 Análisis comparativo de los modelos presentados..... | 13 |
| 1.6 Descripción de las Características Generales de los Modelos Utilizados en Planificación..... | 14 |
| 1.7 Algunos Modelos en Uso..... | 15 |
| 1.7.1 Modelo GOL..... | 16 |
| 1.7.2 Modelo WASP..... | 20 |
| 1.7.3 Modelo de planificación a largo plazo en un sistema predominantemente hidráulico..... | 22 |
| 1.7.4 Modelo de Operación óptima de centrales hidráulicas..... | 23 |

| | | |
|-------|--|----|
| 1.7.5 | Modelo de planificación de sistemas hidrotérmicos basado en algoritmos de múltiples objetivos..... | 23 |
| 1.7.6 | Modelo MGI..... | 24 |
| II. | MODELACION..... | 33 |
| 2.1 | Introducción..... | 33 |
| 2.2 | Planteamiento General de Modelo..... | 34 |
| 2.3 | Modelación de la Demanda..... | 35 |
| 2.4 | Modelación de la Generación..... | 36 |
| 2.5 | Modelación del Sistema de Transmisión..... | 39 |
| 2.6 | Modelación de las Fallas de abastecimiento..... | 39 |
| 2.7 | Ecuaciones del Modelo..... | 40 |
| 2.7.1 | Función Objetivo..... | 40 |
| 2.7.2 | Restricciones..... | 43 |
| 2.8 | Características Matemáticas del Modelo..... | 50 |
| III. | DESARROLLO ALGORITMICO..... | 51 |
| 3.1 | Introducción..... | 51 |
| 3.2 | Principio de Descomposición de Benders..... | 52 |
| 3.3 | Subproblemas de Inversión y Operación..... | 55 |
| 3.3.1 | Subproblema de inversión..... | 55 |
| 3.3.2 | Subproblema de operación..... | 57 |
| 3.4 | Algoritmo de Descomposición de Benders..... | 58 |
| 3.5 | Extensión del Principio de Descomposición para Problemas Estocásticos..... | 60 |
| 3.6 | Algoritmo de Descomposición para Problemas Estocásticos..... | 63 |
| IV. | ESTUDIOS DE APLICACION..... | 67 |
| 4.1 | Introducción..... | 67 |
| 4.2 | Implementación Computacional..... | 68 |
| 4.3 | Descripción del Sistema Interconectado Central..... | 70 |
| 4.4 | Validación del Programa Computacional en su Versión Continua..... | 72 |
| 4.4.1 | Planificación de inversiones del SIC para distintos horizontes de tiempo..... | 72 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 4.4.2 | Comportamientos de los costos frente a variaciones en los parámetros de los modelos..... | 78 |
| 4.5 | Aplicación de PLANBEN a un problema de planificación del SIC | 80 |
| 4.5.1 | Resultados entregados por el programa PLANBEN (versión continua)..... | 80 |
| 4.5.2 | Resultados entregados por el programa PLANBEN (versión entera)..... | 82 |
| 4.5.3 | Análisis y comparación de los resultados entregados por los programas..... | 85 |
| V. | CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS | 86 |
| | BIBLIOGRAFIA | 89 |
| | ANEXOS | 91 |
| | Anexo A: Expresión alternativa para el corte de Benders..... | 92 |
| | Anexo B: Descripción del programa desarrollado | 95 |
| | Anexo C: Programa de inversiones entregado por PLANBEN (versión continua)..... | 100 |
| | Anexo D: Programa de inversiones entregado por PLANBEN (versión entera)..... | 108 |

INDICE DE TABLAS

| | Pág. |
|---|------|
| Tabla 1.1 Clasificación general de los modelos utilizados en planificación | 17 |
| Tabla 1.2 Clasificación de algunos modelos de planificación..... | 17 |
| Tabla 4.1 Número y tipo de centrales consideradas en el SIC..... | 73 |
| Tabla 4.2 Costos obtenidos para distintos horizontes de estudio | 75 |
| Tabla 4.3 Plan de instalación de centrales hidroeléctricas..... | 76 |
| Tabla 4.4 Plan de instalación de centrales térmicas | 77 |
| Tabla 4.5 Plan de ampliación de capacidad de las líneas | 77 |
| Tabla 4.6 Tamaños de los problemas de optimización para distintos horizontes de estudio..... | 78 |
| Tabla 4.7 Comparación de tiempos de solución en caso continuo | 79 |
| Tabla 4.8 Costos obtenidos en distintos escenarios..... | 81 |
| Tabla 4.9 Número de variables y restricciones de sistema analizado..... | 82 |

INDICE DE FIGURAS

| | Pág. |
|---|------|
| Figura 1.1 Curva de duración de la demanda..... | 8 |
| Figura 1.2 Variación de la energía generada por una central hidroeléctrica con respecto a la potencia instalada | 30 |
| Figura 2.1 Representación de una central hidroeléctrica a través de tres variables enteras | 38 |
| Figura 3.1 Gráfico de la función $w(x)$ | 57 |
| Figura 3.2 Algoritmo de descomposición de Benders | 61 |
| Figura 3.3 Algoritmo de descomposición de Benders para problemas estocásticos | 65 |
| Figura 3.4 Algoritmo de descomposición de Benders para problemas estocásticos (alternativa 2)..... | 67 |
| Figura 4.1 Interacción entre el software desarrollado y programas anexos | 71 |
| Figura 4.2 Esquema del SIC con un número reducido de alternativas de expansión..... | 74 |
| Figura 4.3 Variación límites superior e inferior del algoritmo de Benders en el caso continuo | 83 |
| Figura 4.4 Variación del costo de inversión en el caso continuo..... | 84 |
| Figura 4.5 Variación del costo de operación en el caso continuo..... | 84 |
| Figura 4.6 Variación límites superior e inferior del algoritmo de Benders en el caso entero | 83 |
| Figura 4.7 Variación del costo de inversión en el caso entero..... | 84 |

Figura 4.8 Variación del costo de operación en el caso entero..... 84

RESUMEN

En este trabajo se propone y desarrolla una metodología alternativa para planificar la expansión de los sistemas eléctricos. Se presenta el modelo MGI, el cual es utilizado en planificación, y las modificaciones que fue necesario realizar a éste con el objetivo de implementar este algoritmo alternativo de solución en este modelo.

El modelo de programación propuesto es de tipo entero-mixto, donde la función objetivo corresponde al valor presente de los costos de inversión y operación del sistema eléctrico que se está analizando. Esta función objetivo se minimiza sujeta a ciertas restricciones de abatecimiento, capacidad y secuencia de instalación de obras.

El problema de planificación se resuelve mediante el algoritmo de Benders, que demuestra ser apropiado en la resolución de este tipo de problemas, presentando además ventajas frente a otras técnicas de solución. Esta metodología de solución descompone el problema inicial en uno de inversión y otro de operación, los que se resuelven iterativamente.

Finalmente, la efectividad del algoritmo propuesto se evalúa y es demostrada a través de la comparación de sus resultados versus aquellos entregados por el programa de planificación MGI.

I. INTRODUCCION

1.1 Generalidades

El problema de determinar políticas de inversión óptimas en sistemas eléctricos, dado los rápidos crecimientos de la demanda de energía, los altos costos de inversión, el gran número y diversidad de alternativas, y el trabajo numérico que implica evaluar en profundidad incluso una simple política, han motivado el desarrollo de modelos matemáticos y algoritmos computacionales capaces de resolver problemas de planificación en sistemas eléctricos.

Las características que adopten estos modelos de planificación (lineales, no-lineales, etc.) dependerán por un lado del tipo de sistema eléctrico que se esté intentando modelar, y por el otro, de la representación que se haga a cada uno de los elementos que lo forman. Estos factores, junto a la necesidad de contar con soluciones lo más fieles posibles, han restringido el tipo de metodologías que pueden ser utilizadas para resolver este tipo de problemas.

En este trabajo se desarrolla y evalúa una metodología de solución que se denomina descomposición de Benders, la cual consiste en aprovechar la división natural que se produce en el problema de planificación, en término de las variables del problema.

1.2 Planteamiento del Problema

Para satisfacer las necesidades de demanda de energía, los sistemas eléctricos cuentan con un determinado número de centrales generadoras y líneas de transmisión, por lo que planificar la expansión se traduce en determinar el número de centrales generadoras y líneas de transmisión que será necesario construir para abastecer las demandas futuras de potencia y de energía. Dada la importancia que reviste planificar de manera adecuada la expansión de dichos sistemas, han surgido numerosos modelos y algoritmos que buscan resolver este tipo de problemas.

Las características de los problemas de planificación eléctrica, junto con las estructuras de los sistemas eléctricos, permiten dividir la planificación de la expansión en dos subproblemas: *generación-transmisión* y *distribución*. Las particularidades de cada uno de éstos, hacen posible diferenciar claramente el subproblema de expansión de la generación y transmisión (problemas de largo plazo) del subproblema de expansión de la distribución (problema de más corto plazo).

El objetivo de un modelo de optimización para la planificación de la expansión de la generación y transmisión de un sistema eléctrico, es determinar un programa de instalación de **centrales de generación** y **líneas de transmisión** de modo que conduzcan a que el **costo de inversión más el costo esperado de operación**, dado un cierto nivel de confiabilidad del sistema eléctrico, **sea el mínimo**. O sea, dicho de otra manera, estos modelos deben determinar:

- a) El tipo de centrales generadoras que se deben instalar.
- b) El tamaño de estas centrales.
- c) La ubicación de estas nuevas plantas.
- d) La fecha de puesta en servicio de estas nuevas centrales.
- e) Las líneas de transmisión que deberán ser ampliadas dentro del sistema eléctrico.
- f) La fecha de puesta en servicio de las alternativas de expansión de transmisión.

de manera que el costo de inversión en nuevos equipos, más el costo esperado de operación del sistema (incluidos los equipos existentes), sujeto a ciertas restricciones de confiabilidad, entre otras, sea el mínimo.

Resulta evidente entonces que estos modelos consideran como aspectos más relevantes para la planificación, no sólo parámetros y variables relacionados con la inversión, como son los **costos de inversión** en centrales generadoras y líneas de transmisión, sino que también parámetros y variables relacionadas con la operación

de las centrales de un sistema eléctrico, como son sus **costos esperados de operación**, su **flexibilidad de operación** y su **disponibilidad** [Jara94].

1.3 Objetivos de la Memoria

El objetivo principal de un modelo que resuelve el problema de planificación de sistemas eléctricos es minimizar, por un lado, el costo de inversión en centrales y líneas de transmisión, y por el otro el costo que significa operar un sistema eléctrico dada una cierta configuración y ciertos requisitos de demanda de energía.

Los objetivos de este trabajo son:

- a) Plantear y desarrollar una metodología alternativa de solución para el problema de planificación de los sistemas eléctricos, la cual se basa en una técnica matemática de descomposición que se denomina *descomposición de Benders*.
- b) Implementar esta metodología alternativa de solución en un modelo de planificación que represente de manera adecuada este tipo de problemas. Se ha elegido como modelo inicial el MGI, lo cual permitirá comprobar de manera efectiva el funcionamiento de esta nueva herramienta de solución.
- c) Validar el algoritmo implementado resolviendo sistemas eléctricos de prueba y comparando las soluciones (en términos de costo) que entregue el nuevo modelo con aquellas que se obtengan del programa MGI. Además se plantea como una alternativa complementaria de validación, analizar el comportamiento de los resultados del nuevo programa frente a variaciones en distintos parámetros del modelo, y compararlos (en términos de costo) con aquellos que se obtengan del MGI.

1.4 Estructura del Trabajo

En este primer capítulo se plantea el problema general de planificación de sistemas eléctricos, se presentan los objetivos que se persiguen en este trabajo y se realiza una revisión bibliográfica, donde además de describir las distintas formas que existen para abordar este problema, se presentan algunos de los modelos actualmente usados para su solución.

En el segundo capítulo se presenta la modelación realizada en este trabajo para resolver el problema de planificación eléctrica. Junto a esto se describe el problema de optimización asociado a dicha modelación.

En el tercer capítulo se realiza un análisis teórico de una técnica matemática de descomposición, llamada *descomposición de Benders*, utilizada para resolver problemas que tienen características similares a las de los problemas de planificación eléctrica. Además se presenta un algoritmo desarrollado para resolver éste ultimo tipo de problemas.

En el cuarto capítulo se describe el programa computacional desarrollado para la solución del problema de planificación, se entregan los resultados obtenidos al aplicar este programa a un sistema de prueba y se realiza una validación de éste.

1.5 Revisión Bibliográfica

Dada la importancia que tienen los modelos de planificación en el desarrollo de los sistemas eléctricos, se han realizado numerosos estudios destinados a elaborar nuevas herramientas capaces de abordar este tipo de problemas.

Existen distintos tipos de modelos que se utilizan para encontrar soluciones óptimas al problema de planificación, pudiendo éstos ser agrupados en 2 clases [Ande86, Skok94].

Tabla 1.1 Clasificación de los modelos utilizados en planificación.

| | |
|--|-------------------------------------|
| a) Modelos que sólo evalúan planes de expansión. | -Modelos de análisis marginal. |
| | - Modelos de operación. |
| b) Modelos que proponen planes de expansión. | - Modelos globales de optimización. |

A continuación se describirá en forma breve la estructura y funcionamiento de cada uno de estos tipos de modelos.

1.5.1 Modelos de análisis marginal

Estos modelos [Ande86] se aplicaron inicialmente a mediados de 1940 a problemas de inversión del sistema eléctrico francés por la *Electricité de France*. Desde entonces han sido aplicados regularmente en otros países.

Algoritmos de este tipo comienzan con un programa inicial de obras, el cual debe satisfacer en forma razonable los requisitos que se le imponen (abastecimiento de la demanda de potencia y energía, secuencia de instalación de

centrales, etc.), y tratan de mejorarlo reduciendo los costos de operación a través de sustituciones marginales. Es decir, el modelo reemplaza sucesivamente cada una de las centrales candidatas a ser instaladas y calcula el beneficio que se obtiene en cada una de las sustituciones. De esta manera se obtiene un orden de mérito para instalar las centrales posteriormente. En algunos casos se ha propuesto usar los costos marginales de los sistemas eléctricos para medir los beneficios de cada una de las centrales candidatas a ser instaladas, y determinar de esta manera un orden de prioridad para estas instalaciones (a partir de los beneficios y costos, por ejemplo) [Skok94].

Una aplicación común de este tipo de análisis es la comparación de centrales térmicas versus plantas hidráulicas para satisfacer una determinada demanda.

Las dificultades de este método son:

- a) Resulta tedioso el cálculo de costos de combustibles sobre períodos de 20-30 años, sobre todo cuando la demanda fluctúa rápidamente y existen muchos tipos distintos de centrales que pueden ser incorporadas al sistema. Además este enfoque es un problema de optimización en sí, ya que cada planta debe ser operada de manera de minimizar el costo de operación del sistema.
- b) El problema de sustitución puede tornarse muy extenso y requerir de muchas iteraciones.

1.5.2 Modelos de operación

El objetivo de los modelos de operación [Ande86][Skok94] es determinar el plan de obras que minimice el costo de operación e inversión de un sistema eléctrico sujeto a restricciones de confiabilidad. Para esto los modelos simulan la operación del sistema para distintos planes alternativos (inicialmente se define una cantidad finita de planes alternativos) y seleccionan aquel que cumpla el

objetivo mencionado anteriormente. Aunque éstos tienen un propósito común, es posible separarlos en 3 categorías:

- a) Modelos que integran la curva de carga directamente.
- b) Modelos que utilizan programación dinámica.
- c) Modelos que utilizan programación lineal.

Modelos que integran la curva de carga directamente

Este tipo de modelos es adecuado para sistemas térmicos, aunque ya ha sido adaptado para sistemas hidrotérmicos.

El método consiste en estimar a partir de la curva de duración de la demanda el tiempo que deberá mantenerse operando cada una de las centrales, las que deben haber sido ordenadas de acuerdo a sus costos variables de generación (*orden de mérito*).

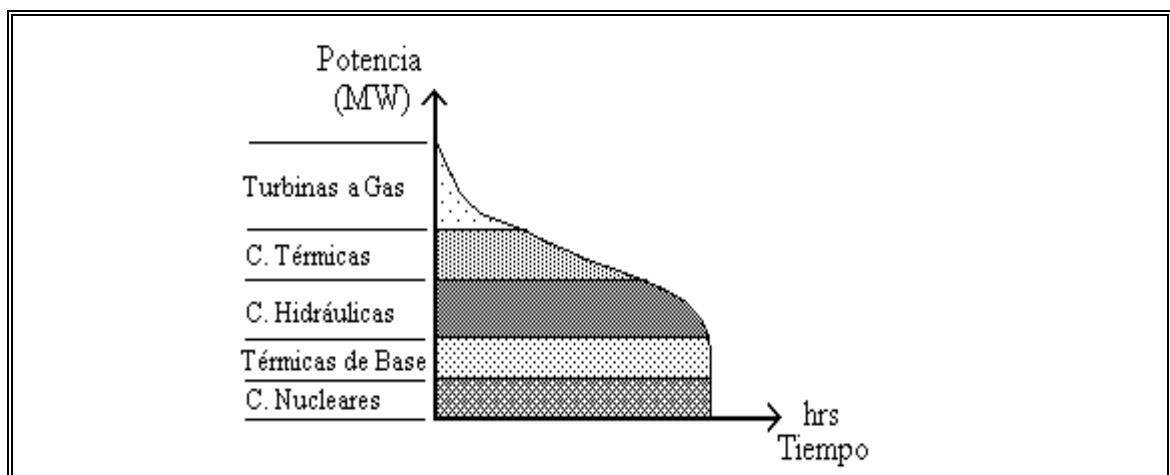


Figura 1.1 Curva de duración de la demanda

En este tipo de modelos las centrales hidráulicas tienen un plan definido de operación. Esto es sin duda una de las debilidades de este método en estudios de sistemas hidrotérmicos.

Este tipo de simulaciones fue usada por la *Central Electricity Generating Board* de Inglaterra para estimar los costos de generación (calculados a través de modelos matemáticos) asociados a diferentes programas de inversión. Una vez que éstos han sido determinados, es posible obtener el programa que implique el menor costo de operación.

Modelos que utilizan programación dinámica

Las técnicas de programación dinámica han sido usadas para determinar el mínimo costo de operación para sistemas hidrotérmicos y generalmente con la presencia de embalses [Ande86].

La gran diferencia entre este tipo de modelos y los del punto anterior, es que en éstos la operación de las centrales hidráulicas con embalse no es predefinida. En estos el horizonte de estudio es dividido en años o períodos y se debe determinar que cantidad de agua debe ser utilizada en un período y cuánto debe utilizarse en el siguiente. Este tipo de procesos de decisión es secuencial, ya que la cantidad de agua que se use en un período dependerá de la cantidad de agua que deba guardarse para el siguiente, y así sucesivamente.

De esta manera es posible conocer el costo de operación asociado a distintos planes de inversión y así determinar aquel que signifique el menor costo de inversión y operación.

Un ejemplo de este tipo de algoritmos es el modelo GOL, el que es analizado en detalle más adelante.

Modelos que usan programación lineal

Este tipo de modelos consiste en una función objetivo (costo de operación del sistema que se está estudiando) y un conjunto de restricciones. Inicialmente estos modelos definen una cantidad determinada de planes de expansión. Minimizando la función objetivo de estos modelos se obtiene la generación óptima de cada una de las centrales que los forman. De esta manera, al evaluar un gran número de configuraciones, es posible determinar aquella que minimiza el costo de inversión más el de operación del sistema eléctrico.

1.5.3 Modelos globales de optimización

Estos modelos [Ande86, Skok94] han sido desarrollados para buscar y evaluar un gran número de políticas de inversión presentes y futuras, de manera de encontrar la configuración óptima que minimice el costo de inversión más el de operación. De esto último se deduce que cada uno de estas políticas corresponde a una solución factible del problema de optimización.

Para cada política de inversión estos modelos evalúan y simulan la operación del sistema. Por esto se puede decir que los modelos de operación son sólo un caso especial de los modelos globales de optimización. La formulación de un modelo global necesariamente envuelve aproximaciones, pero cuando una solución ha sido alcanzada, ésta puede ser examinada con mayor detalle por un análisis marginal usando modelos de operación.

Los modelos globales pueden dividirse en función del tipo de programación que utilizan para la solución del problema de optimización.

Modelos globales basados en programación lineal

Los modelos globales basados en programación lineal fueron estudiados por primera vez a mediados de los años 50, por Massé y Gibrat (*Electricite de France*), quienes publicaron sus resultados en 1957.

El planteamiento general de un problema de programación lineal es el siguiente:

Minimizar $c^t x$

sujeto a: $Ax < b$

$x \in R^n$

donde:

c = vector de costos.

$A_{m \times n}$ = matriz de coeficientes de las restricciones .

b = lado derecho de las restricciones.

En el caso de los modelos globales de inversión, las variables de decisión son, por lo general, las capacidades de las nuevas centrales, e incluyen restricciones del tipo:

- a) Satisfacción de la demanda.
- b) Límites de generación.
- c) Restricciones hidráulicas de centrales con embalses.
- d) Restricciones de seguridad (abastecimiento de demanda máxima y de energía en períodos críticos).

Un ejemplo de este tipo de modelos es el Modelo Global de Selección de Inversiones (MGI).

Ahora bien, dado que actualmente existen computadores capaces de resolver problemas con un gran número de variables y restricciones, los modelos globales de inversión se han extendido de 3 maneras:

Inclusión de reemplazo.

El reemplazo óptimo de una central ocurre cuando es más barato expandir y operar el sistema de potencia sin ella. Las causas de esto pueden ser: elevados costos de mantención y operación versus el costo de nuevas plantas, etc. [Ande86].

El requisito que debe ser impuesto para poder realizar esta evaluación es que puedan ser separados los costos fijos y de mantención de otro tipo de costos.

Inclusión aproximada de la transmisión.

Como se sabe, los sistemas de transmisión reducen los costos de abastecimiento de 4 modos: es más fácil agregar capacidad de reserva con interconexión, las demandas pueden ser abastecidas con menor capacidad, se hace posible el intercambio de energía entre regiones y se pueden lograr economías de escala. Es por esto que resulta útil incluir restricciones que de algún modo modelen la transmisión [Ande86].

Inclusión de variables de reserva de agua y variables de políticas de operación.

Mediante este tipo de restricciones [Ande85, Baja85, Pere92, Wood84] se busca el mínimo costo en programas de inversiones que satisfagan una demanda

exógena, un plan de liberación de agua para irrigación y un grado planeado de control de inundación. El almacenamiento peak y la cantidad de agua en cada estación son tratadas como variables de decisión en este tipo de restricciones.

Modelos globales basados en programación no lineal

El funcionamiento de estos modelos consiste en ordenar inicialmente todas las centrales que existen o se pueden conectar al sistema según un orden. Con esto las restricciones asociadas a capacidades de generación pueden ser eliminadas de la formulación.

Una vez ordenadas las centrales de acuerdo a este orden de mérito, se calcula el costo total de operación en función de la demanda (representada por la curva de duración), lo cual implica expresar la generación de las centrales en función de ella. De esta manera es posible expresar en un problema de minimización la potencia a instalar de una determinada central en función de la demanda, lo cual, por las características de la curva de duración transforma este problema en uno no lineal.

De esta manera, al resolver el problema de minimización se obtiene la configuración que implica el costo óptimo de operación del sistema eléctrico.

Otro tipo de modelar globales no lineales ofrecen no linealidades tanto en las variables de inversión como las de operación. En el caso de las primeras, la relación que existe entre la potencia instalada y el costo de inversión no es lineal (resto es válido principalmente para las centrales hidráulicas). Lo mismo ocurre con las variables de operación, ya que el costo variable de operación no tiene una relación lineal con la generación de las centrales.

Modelos globales basados en programación dinámica

Estos modelos comienzan generando una gran cantidad de planes alternativos de inversión. Luego dividen el horizonte de estudio en un determinado

número de períodos o años. Por último, a través de un proceso de programación dinámica, seleccionan la secuencia en que se instalarán las centrales futuras de modo de minimizar el costo de operación e inversión del sistema.

Un ejemplo de este tipo de modelos es el WASP.

1.5.4 Análisis comparativo de los modelos presentados

En los puntos anteriores se presentaron 4 tipos de modelos que buscan solucionar el problema de planificación de los sistemas eléctricos a través de distintas metodologías. A continuación se presentan las mayores desventajas de cada uno de ellos:

a) *Modelos de análisis marginal y modelos globales de métodos marginales.*

El mayor problema de estos modelos es que la sustitución puede tornarse muy extensa y requerir de muchas iteraciones, lo cual sin duda afecta el número de alternativas de inversión que se analizan.

b) *Modelos de operación.*

Su mayor desventaja consiste en que en éstos es necesario definir un número finito de planes alternativos de inversión. Aunque resulta claro que para uno de éstos se obtendrá el menor costo de operación e inversión, éste no será necesariamente el costo mínimo, ya que siempre existirán configuraciones que no se consideren en los planes alternativos establecidos inicialmente.

c) *Modelos globales de optimización.*

El mayor problema de este tipo de modelos es la forma como modelan la operación del sistema eléctrico (simplicidad en la modelación de centrales generadoras, líneas de transmisión, etc.) que se está analizando. Sin embargo éstos poseen una gran ventaja frente a los modelos anteriores. En éstos el planificador no necesita generar distintos planes de expansión, sino que es el modelo quien entrega un plan que minimiza el costo de inversión y el de operación de un determinado sistema eléctrico.

Del análisis realizado se concluyó que los modelos globales de optimización son los que presentan mayores ventajas para aplicar el algoritmo de Benders. Esto se debe fundamentalmente a la forma en que modelan y solucionan el problema de planificación de los sistemas eléctricos, ya que ésta se ajusta al tipo de problemas que puede ser solucionado a través del algoritmo de descomposición. Por otro lado, dado el objetivo que tiene el presente trabajo, mejoras en la modelación de la operación del sistema pueden proponerse como desarrollos futuros.

1.6 Descripción de las Características Generales de los Modelos Utilizados en Planificación.

De la revisión bibliográfica realizada se identificaron algunos de los modelos comúnmente usados para la solución del problema de planificación de los sistemas eléctricos. Si bien es cierto que éstos intentan solucionar el mismo problema, los enfoques que dan a éste difieren bastante entre cada uno de ellos.

A pesar de esto último, es posible distinguir 3 elementos que representan un sistema eléctrico. Éstos son: la demanda del sistema, las centrales existentes y futuras, y el sistema de transmisión.

Representación de la demanda.

La demanda puede estar representada a través de una curva diaria típica, una curva de duración (continua o por bloques), una curva integral o a través de un bloque de demanda de energía y una demanda máxima.

Representación de las centrales.

Las centrales que comúnmente consideran los modelos para cubrir los requerimientos de demandas presentes y futuras son: centrales hidroeléctricas y centrales termoeléctricas (a carbón, petróleo, nucleares, turbinas a gas, etc.).

En cuanto a la flexibilidad de operación se puede mencionar que las centrales hidroeléctricas, junto con las turbinas a gas y los grupos diesel, presentan características muy superiores con respecto a otro tipo de centrales.

Con respecto a la disponibilidad de las centrales, es importante destacar que las centrales termoeléctricas, junto a las centrales nucleares, tienen factores de indisponibilidad mayores que las centrales hidroeléctricas y las turbinas a gas. Esta característica se representa, en el caso de las centrales térmicas, a través de factores de planta.

En cuanto a los costos de operación, puede decirse que las centrales hidroeléctricas sólo presentan costos fijos, ya que los costos de generación pueden asumirse prácticamente nulos. En cuanto a las centrales térmicas, éstas presentan costos de operación que van desde unos pocos milsUS\$/KWh (centrales nucleares) hasta valores muy superiores, como es el caso de las turbinas a gas.

En relación a los costos de inversión, las centrales hidroeléctricas y nucleares presentan los mayores costos de inversión. Éstos son mucho mayores que los de las centrales termoeléctricas.

Representación del sistema de transmisión.

Éste está representado generalmente por líneas que unen distintos nodos. A éstas se les especifica por lo general, algún tipo de pérdida. Aunque las líneas de transmisión constituyen una parte fundamental dentro de un sistema eléctrico, éstas no siempre son representadas en modelos de planificación.

1.7 Algunos modelos en uso

Los modelos que a continuación se presentan se obtuvieron de la revisión bibliográfica realizada y han sido clasificados de acuerdo a las categorías

mencionadas en el punto anterior. Es necesario desatacar que éstos pueden tener características que difieran algo de las categorías vistas anteriormente.

Tabla 1.2 Clasificación general de algunos modelos de planificación

| Categoría | Nombre del modelo |
|---|---|
| 1. <i>Modelo de operación</i> | GOL |
| 2. <i>Modelo global de optimización basado en programación dinámica</i> | WASP |
| 3. <i>Modelo global de optimización de 2 etapas</i> | Modelo de planificación a largo plazo en un sistema predominantemente hidráulico |
| 4. <i>Modelo global de optimización basado en programación lineal</i> | Modelo de operación óptima descentrales hidráulicas |
| | Modelo de planificación de sistemas hidrotérmicos basado en algoritmos de múltiples objetivos |
| | MGI |

1.7.1 Modelo GOL

El modelo GOL (Gestión Óptima del Laja) [Skok83] nació como respuesta a la necesidad de contar con una herramienta que permitiera, por una parte, efectuar estudios de planificación de obras en el SIC, y por otra, prever los consumos de carbón y su distribución probabilística en las centrales del sistema. Sin embargo uno de los usos más importantes del modelo ha sido la determinación de los costos marginales del SIC, base del sistema tarifario diseñado por la Comisión Nacional de Energía (CNE).

Para cumplir este objetivo el modelo divide el horizonte de estudio (que puede extenderse por varios años) en un número determinado de períodos (cada uno

corresponde a un trimestre). Una vez hecha esta división, se definen estados en cada uno de éstos. Los estados corresponden a la cota que el lago Laja puede alcanzar al final de cada trimestre. Estas cotas deben cumplir con una banda impuesta por el volumen aprovechable del lago Laja. Para satisfacer la demanda en cada uno de los estados considerados, el modelo despacha en primer lugar las centrales hidráulicas y luego las térmicas (en orden creciente de costos). De existir falla, el costo asociado dependerá de la profundidad de ésta.

Para poder iniciar la fase de optimización, es necesario disponer de una estimación inicial de la función de valor estratégico a distintas cotas a fines del último año de estudio. Para esto el modelo agrega 3 años adicionales al período de análisis. Los 2 primeros de ellos presentan características idénticas al del último año en estudio (iguales demandas, instalaciones, costos, etc.). En el tercer año se considera una operación anual simplificada (demanda un poco superior al año anterior, etc.) y se obliga a que el embalse alcance una cota final de 1326,6 m.s.n.m., ya que este es un valor que físicamente puede alcanzarse desde cualquier condición inicial del embalse.

Una vez definidos los estados y los valores estratégicos a fines del último período en estudio, el modelo resuelve mediante programación dinámica el problema de planificación.

Dada la importancia que tiene este modelo para los estudios que se realizan en nuestro país, se describirá en primer lugar la forma como éste modela el sistema eléctrico (elementos internos y factores externos) y luego como es utilizado en planificación.

Modelación del sistema eléctrico

a) Representación de la demanda

La demanda es representada por una demanda máxima y por un bloque de energía trimestral.

b) Representación de centrales generadoras

Representación de centrales hidráulicas existentes.

Este tipo de centrales se representan de dos maneras distintas, dependiendo de si éstas pertenecen o no a la cuenca del lago Laja.

Las centrales que pertenecen a esta cuenca se representan dentro del modelo en forma independiente (cada una tiene una función de generación independiente del resto de las centrales hidráulicas). La generación de este tipo de centrales es una función de la cota del lago Laja, la cual es una de las variables del modelo.

Por otro lado, las centrales que no pertenecen a la cuenca del lago Laja se agrupan en una sola central, sin importar el tipo de regulación con que cuenten. A ellas se les especifica energías generables mensualmente para los 40 años hidrológicos considerados por el modelo.

Representación de centrales hidroeléctricas futuras.

Este tipo de centrales se representan dentro del modelo en forma independiente, tal como sucede con las centrales que pertenecen a la cuenca del lago Laja. Sin embargo, a diferencia de éstas, a las centrales hidroeléctricas futuras se les especifican energías generables mensualmente para los 40 años hidrológicos considerados por el modelo.

Representación de centrales termoeléctricas existentes y futuras.

Este tipo de centrales se representan dentro del modelo en forma independiente. A cada una de estas centrales se especifica un costo de generación y una disponibilidad trimestral.

iii.Representación del sistema de transmisión

El modelo GOL no representa las líneas de transmisión de un sistema eléctrico. Éste utiliza una representación uninodal, lo cual significa que la demanda y la oferta de energía se suponen en un mismo punto.

Uso del modelo en planificación.

Una vez determinado el perfil de valores estratégicos a fines del último período, se procede de la siguiente forma:

- a) Se estructuran diversos programas alternativos de instalación de centrales, a través de la combinación de los diversos proyectos en estudio y de sus diferentes fechas posibles de puesta en servicio.
- b) Para cada programa se calcula el costo óptimo de operación y falla del SIC, utilizando el modelo GOL.
- c) Se calcula el costo actualizado de inversión de cada programa, y se le suma el costo actualizado de operación y falla, obteniéndose el costo total actualizado.
- d) Se determina aquél programa cuyo costo total actualizado sea mínimo.

Limitaciones del modelo

Las limitaciones más importantes del modelo GOL son:

- a) No representa la líneas de transmisión de un sistema eléctrico.
- b) Sólo analiza un número limitado de planes alternativos de inversión.

1.7.2 Modelo WASP

El modelo WASP (Wien Automatic Planning Package) es un modelo computacional de planificación eléctrica diseñado por el Organismo Internacional de Energía Atómica para determinar, desde un punto de vista económico, la secuencia óptima de instalación de centrales generadoras.

Funcionamiento del modelo.

- a) Procesa y genera archivos que contienen toda la información sobre características de la demanda futura, de las centrales existentes al inicio del período de estudio, y de los tipos y características de centrales que se consideran como posibles para la expansión del sistema.
- b) Genera una gran cantidad de configuraciones alternativas que podrían abastecer la demanda futura, de acuerdo a los distintos tipos y tamaños de centrales que el usuario ha definido.
- c) Simula probabilísticamente la operación del sistema eléctrico considerando la disponibilidad de las unidades generadoras. El modelo utiliza simulaciones para cada configuración y año del período en estudio, y determina el costo de operación correspondiente.
- d) A través de un proceso de programación dinámica, selecciona la secuencia, el tipo, tamaño y fecha de puesta en servicio de las centrales futuras que minimizan el costo total actualizado de inversión, operación y falla del sistema.

Estructura del modelo.

El modelo WASP está formado por 6 módulos interrelacionados que pueden procesarse en forma conjunta o independientemente. Estos módulos son:

- LOADSY
(Load System)
- Procesa y crea un archivo con las características de las demandas futuras. Genera curvas de duración invertidas y desarrolladas en series de Fourier, lo cual ofrece algunas ventajas matemáticas.
- FIXSYS
(Fixed System)
- Procesa y crea un archivo con las características de las centrales existentes al principio del período en estudio.
- Las centrales térmicas son representadas por el número de unidades, sus mínimos técnicos, costo específico, precio de combustible, etc.
- Las centrales hidráulicas son representadas por su potencia instalada, volumen, regulación, energía afluyente, energía mínima de generación y potencia máxima para cada hidrología (permite definir un máximo de 5). En el caso de embalses con regulación estacional es necesario hacer una preoperación del embalse.
- VARSYS
(Variable System)
- Define las características de las centrales que serán consideradas como candidatas para la expansión del sistema. Permite definir hasta 12 centrales térmicas futuras y 2 centrales hidráulicas futuras.
- Las características definidas para cada una de estas centrales corresponden al tipo de parámetros entregados en FIXSYS.
- CONGEN
(Configuration Generator)
- Genera programas de obras alternativos - configuraciones - sobre la base de los criterios establecidos por el usuario. Se debe explicitar, por ejemplo, el rango de potencia instalada en cada configuración, el número mínimo y máximo de unidades de cada planta, etc.

- MERSIM
(Merge and Simulate) Simula y determina los costos de operación del sistema para cada configuración y año del período de estudio. Además entrega la energía fallada y la confiabilidad de la configuración.
- DYNPRO
(Dynamic Programming) Mediante un proceso de programación dinámica, determina la secuencia de instalaciones que minimiza el costo actualizado de inversión más operación del sistema.

1.7.3 Modelo de planificación a largo plazo en un sistema predominantemente hidráulico

El modelo *planificación a largo plazo en un sistema predominantemente hidráulico* [Haki85] consiste en un algoritmo iterativo de 2 etapas.

En la primera etapa el objetivo es determinar un buen pronóstico de la demanda basado en un programa de expansión del sistema, ya que como se sabe el precio de la electricidad y la configuración futura del sistema eléctrico influyen en la demanda [Haki85].

En la segunda etapa un modelo de optimización lineal es utilizado para determinar la mejor estrategia de expansión a partir de las demandas futuras pronosticadas. Esta fase utiliza también un modelo de simulación para determinar si es o no factible el plan de expansión propuesto por esta etapa.

El algoritmo consiste en realizar 2 iteraciones. En la primera se obtiene un pronóstico de la demanda, a partir de un plan de expansión inicial, que sirve para determinar un segundo plan de expansión. En la segunda iteración se obtiene un tercer plan de expansión, el cual es comparado con el segundo plan propuesto.

1.7.4 Modelo de operación óptima de centrales hidráulicas

El modelo *operación óptima de centrales hidráulicas en la planificación de la expansión a largo plazo* [Lee85] provee una solución con una exactitud razonable al problema de planificación, con un esfuerzo computacional mucho menor que otros métodos computacionales.

El modelo descompone el problema de planificación a largo plazo para sistemas hidrotérmicos en un problema maestro, subproblemas básicos y un subproblema hidráulico. El problema maestro tiene como objetivo determinar un programa de expansión que minimice el costo total de inversión y que satisfaga las restricciones de abastecimiento de la demanda.

Los subproblemas básicos son usados para determinar el costo de operación del sistema y la confiabilidad anual. Cuando las centrales hidráulicas son parte del sistema, el subproblema hidráulico es usado para determinar la distribución óptima de energía hidráulica, en cada año del período de estudio, por minimización del costo de operación.

El problema maestro es un problema típicamente no lineal y es resuelto por una versión del método *proyección del gradiente*.

El subproblema hidráulico también es un problema no lineal con restricciones no lineales, que puede ser resuelto combinando el concepto de *operación en demanda máxima a partir de la curva de carga*, con el *modelo analítico de costo de producción* [Lee85].

1.7.5 Modelo de planificación de sistemas hidrotérmicos basado en algoritmos de múltiples objetivos

Este modelo [Baja85] tiene como objetivo determinar, para un sistema hidrotérmico dado, el momento óptimo en que capacidad de generación adicional debe agregarse al sistema, tomando en cuenta el hecho que los embalses de algunas centrales hidráulicas tienen múltiples propósitos.

El modelo es planteado como un problema de programación lineal con 2 funciones objetivos.

La primera función objetivo corresponde a la minimización del costo de expansión de un sistema eléctrico, teniendo en mente sólomente la producción de electricidad.

La segunda función es la maximización del beneficio neto que se obtiene del programa de expansión del sistema, teniendo en cuenta los múltiples usos del agua de las centrales hidroeléctricas.

La solución conjunta de estas 2 funciones objetivo se logra a través de las llamadas *técnicas conversacionales* [Baja85].

1.7.6 Modelo MGI

El modelo MGI (Modelo Global de Selección de Inversiones) [Skok87, Cabe93] es un modelo matemático de planificación eléctrica creado por la ENDESA para determinar en forma aproximada el programa de obras futuras de generación y transmisión que minimiza el costo total actualizado de inversión más operación de un sistema eléctrico.

Su principal ventaja reside en que permite analizar un gran número de centrales alternativas (cada una con un tamaño variable) y representa el sistema de transmisión.

Una de sus limitaciones reside en el hecho que la ubicación cronológica de las obras del programa óptimo resultante no es precisa. Lo anterior lleva a la necesidad de utilizar modelos más finos con el objeto de adoptar las decisiones de ejecución de las primeras obras del programa.

Por otro lado, al ser éste un modelo de programación lineal, se define en forma relativamente gruesa la estructura futura del Sistema Interconectado, así como también las características de las centrales generadoras. Por este motivo es necesario

usar posteriormente otros modelos que permitan obtener resultados más detallados para la toma de decisiones. Estos modelos más detallados toman como punto de partida las soluciones que entrega el MGI.

Entre las principales características que posee el modelo MGI se cuentan las de:

- a) Determinar la potencia óptima a instalar en los proyectos hidroeléctricos considerando curvas de costos y de aportes de energía en función de la potencia instalada.
- b) Tomar en consideración la regionalización de la demanda, la ubicación de las centrales generadoras y el desarrollo de los sistemas de transmisión necesarios.

Dada las características de este modelo, se describirán en mayor detalle la forma como éste modela el sistema eléctrico y la metodología que se emplea para resolverlo.

Modelación del sistema eléctrico

El modelo MGI considera un horizonte de estudio de varios años, el cual es dividido en períodos que corresponden a la fecha de puesta en servicio de las futuras instalaciones (cada período abarca un cantidad determinada de años). De la misma manera, y dado la dependencia que existe en este modelo, entre el costo de generación y las condiciones hidrológicas, éste considera un cierto número de hidrologías dentro de la modelación del problema.

Para representar adecuadamente la distribución geográfica de los consumos, la ubicación de las centrales y las ampliaciones del sistema troncal de transmisión, se definen nudos. En cada nudo se concentran los consumos correspondientes a la región asignada y los aportes de las centrales ubicadas geográficamente en esa zona. Los nudos están unidos entre si por el sistema troncal de transmisión.

Como el comportamiento de la demanda, la disponibilidad de los equipos de las centrales y los afluentes a las centrales hidroeléctricas son en general aleatorios, el MGI adopta los siguientes criterios de seguridad:

- a) El criterio de seguridad que se impone con respecto a la incertidumbre hidrológica es que el sistema sea capaz de abastecer la demanda de energía en todas las estaciones del año considerando solamente los aportes garantizados de las centrales hidráulicas (potencia o energía que es capaz de generar una central hidráulica en condiciones secas a la hora de máxima demanda), además de las generaciones de las centrales térmicas.
- b) Para representar la falla de los equipos, que afecta principalmente a las centrales térmicas, el modelo reduce la potencia de la central térmica en la tasa de indisponibilidad.
- c) El modelo también representa la necesidad de instalación de potencia por efectos de indisponibilidad. Para esto el MGI incrementa la demanda máxima multiplicándola por un factor de seguridad.

La representación que hace el modelo MGI de cada uno de los elementos que forman un sistema eléctrico, es explicada a continuación.

Representación de la demanda

La demanda eléctrica presenta variaciones cíclicas tanto diarias, como estacionales. Considerando estas variaciones en forma simplificada, el MGI representa la demanda por:

- a) Demanda máxima anual.
- b) Energía demandada en las diferentes estaciones del año.

El crecimiento de la demanda se ve reflejado por la evolución de estos valores en los períodos, por lo que éstos deberán definirse para cada nudo del sistema en estudio y para cada período de tiempo definido. Las demandas consideradas por el modelo son las máximas de cada período y por lo tanto corresponden a las del último año de cada uno de ellos.

Representación de centrales generadoras

El equipamiento posible de construir en el futuro se representa a través de dos tipos de variables: variables de capacidad y variables de explotación.

Las variables de capacidad expresan la cantidad de potencia a instalar en cada central y la capacidad de transmisión a través de las nuevas líneas.

Las variables de explotación expresan las contribuciones que efectúa cada central o sistema de transmisión a la demanda.

Ambos tipos de variables aparecen en la función objetivo del problema multiplicadas por los costos de inversión y generación respectivos.

Representación de las centrales hidroeléctricas futuras

Dado que el costo de inversión y la generación anual tienen variaciones no lineales con la potencia instalada, el MGI descompone las centrales hidráulicas futuras en varias etapas o subcentrales ficticias, para cada una de las cuales supone una variación lineal de los aportes de energía y costos de inversión. Cada etapa está representada dentro del modelo por una variable de capacidad continua específica (variables de capacidad).

Los aportes de energía (variables de explotación) de las centrales en cada estación e hidrología se linealizan para cada una de las subcentrales o etapas que representan la central. Esto quiere decir que para cada etapa existe un aporte de energía constante por unidad de potencia instalada en cada una de las estaciones e

hidrología. En la función objetivo esta variable continua aparece multiplicada por un factor cero, ya que se supone un costo de generación nulo para este tipo de centrales.

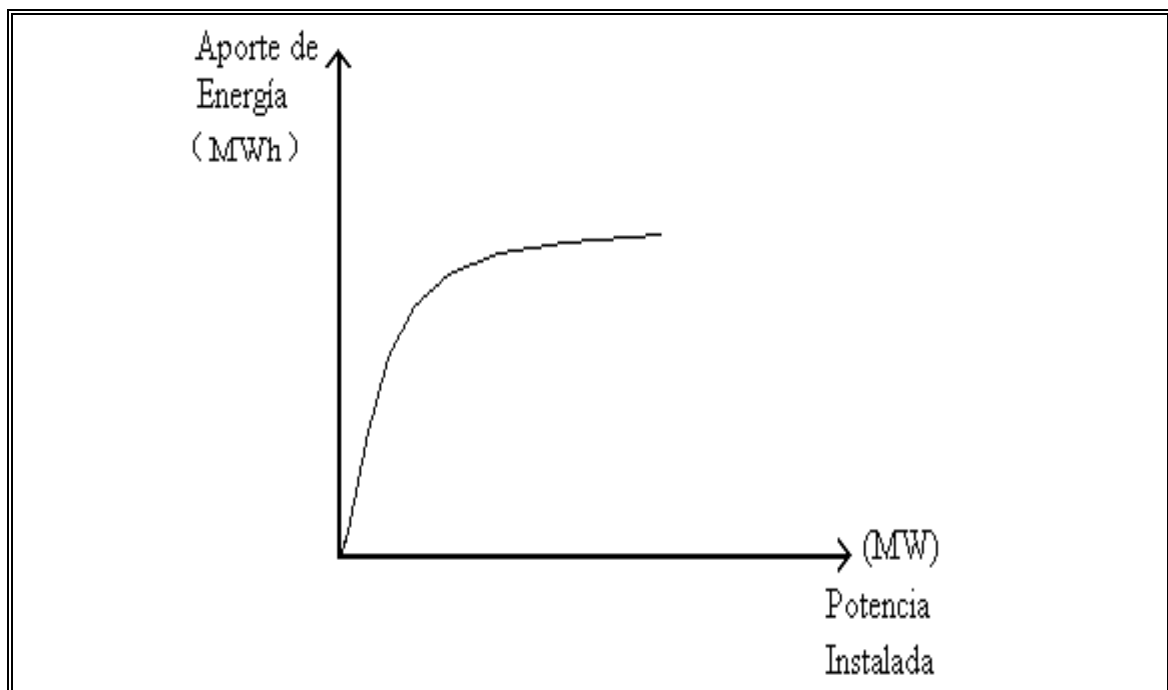


Figura 1.2 Variación de la energía generada por una central hidroeléctrica con respecto a la potencia instalada

Representación de las centrales térmicas futuras

Para cada central térmica futura se define una variable de capacidad continua que representa la potencia a instalar en un período determinado. A cada variable de capacidad se asocia un costo de inversión, el cual varía linealmente respecto de la potencia instalada.

Se definen variables de generación continuas para cada estación e hidrología (variables de explotación). En la función objetivo aparece el costo de generación en cada estación e hidrología ponderado por la probabilidad de ocurrencia de cada hidrología.

Todas las centrales térmicas futuras, ya sean éstas convencionales, geotérmicas o nucleares, se representan de una manera similar. La única excepción la constituyen las turbinas a gas futuras. Éstas, aunque no se representan por una variable de generación explícita, sus costos de generación se incluyen en los costos de inversión de la central, de modo que la generación esperada con su respectivo costo, sea obligatoria si el modelo decide instalar una turbina a gas.

Representación de las centrales hidráulicas existentes

Dado que estas centrales ya existen, y por lo tanto su aporte de potencia garantizada al sistema es conocido. Éste se resta de la demanda de cada período. De igual manera los aportes de energía se restan de las demandas de este producto en cada estación e hidrología.

Representación de las centrales térmicas existentes

Las centrales térmicas a vapor se representan por variables de generación en cada hidrología, estación y período. De igual manera se representan las turbinas a gas existentes. En este caso la variable de generación es explícita y tiene su costo correspondiente en la función objetivo.

Representación del sistema de transmisión

Las características del sistema de transmisión se representan de manera aproximada con el objeto de obtener una estimación de las energías intercambiadas entre zonas y su influencia en la selección de alternativas de generación.

Se define una variable de capacidad de transmisión entre nudos para cada período. Es una variable continua que tiene asociado un costo de inversión y representa la capacidad adicional de transmisión en cada período. La ampliación de capacidad de las líneas de transmisión es representada dentro del modelo por dos variables, ya que una ampliación en dos etapas se ajusta mejor a la realidad. Esto se

deba a que es frecuente que las primeras ampliaciones de capacidad no correspondan a aumentar el número de circuitos sino que instalar, por ejemplo, condensadores estáticos.

Metodología de solución

Dada la modelación que hace el MGI de un sistema eléctrico, el problema de planificación puede plantearse como un problema de programación lineal con un gran número de variables y restricciones. Como todo problema de optimización lineal, puede ser separado en una función objetivo y restricciones.

Función objetivo

La función objetivo expresa el costo total actualizado de inversión y operación del sistema eléctrico durante el horizonte de estudio. Las variables de capacidad se definen para cada nudo y cada período, mientras que las variables de explotación se definen para cada nudo, período, estación e hidrología. De este modo se logran 3 objetivos:

- a) Determinar la estructura óptima del sistema en cada subperíodo y para cada nudo.
- b) Dimensionar las instalaciones futuras.
- c) Determinar la operación del sistema (centrales y líneas de transmisión) en cada período del estudio.

Restricciones del modelo

Las restricciones del modelo expresan condiciones de:

- Abastecimiento de demanda máxima para cada nudo y período.
- a) Abastecimiento de consumo de energía para cada nudo, estación, hidrología y período.
- b) Capacidades máximas de instalación de centrales y sistemas de transmisión.
- c) Capacidades máximas y mínimas de generación de centrales térmicas.
- d) Capacidades máximas de transmisión.
- e) Restricciones de coordinación de instalación de etapas en el caso de las centrales hidroeléctricas.
- f) Restricciones de coordinación en instalación de ampliaciones de capacidad de transmisión.

Limitaciones del modelo

Una de sus limitaciones reside en el hecho que la ubicación cronológica de las obras del programa óptimo resultante no es precisa, ya que el número de años que comprende cada período puede ser grande. Lo anterior lleva a la necesidad de utilizar modelos más finos con el objeto de adoptar las decisiones de ejecución de las primeras obras del programa.

Por otro lado, al ser éste un modelo de programación lineal, se define en forma relativamente gruesa la estructura futura del Sistema Interconectado, así como también las características de las centrales generadoras. Por este motivo es necesario usar posteriormente otros modelos que permitan obtener resultados más detallados

para la toma de decisiones. Estos modelos más detallados toman como punto de partida las soluciones que entrega el MGI.

II. MODELACION

2.1 Introducción

La representación de un sistema eléctrico dentro de un modelo de planificación puede ser simple e ir desde una modelación que consiste en un sólo nudo, con hidrologías y demandas totalmente conocidas, hasta representaciones más complejas que de alguna manera consideran la aleatoriedad de parte de las variables de este problema.

En un modelo de planificación existen, por lo general, 2 tipos de incertezas; las de corto plazo y las de largo plazo. Las primeras son todas aquellas donde el planificador no tiene tiempo suficiente para reaccionar, e incluyen condiciones de demanda cíclicas, tiempo de operación de unidades que se han construído y disponibilidad de unidades térmicas. Las incertezas de largo plazo son todas aquellas donde el planificador tiene tiempo para reaccionar, e incluyen conocimientos de la demanda máxima de un sistema eléctrico y las condiciones hidrológicas.

A la luz de los discutido anteriormente, en un modelo de planificación es importante representar de alguna manera:

- a) La regionalización de la demanda.
- b) La forma de la demanda.
- c) Las condiciones hidrológicas.
- d) Las características, tanto de generación como de inversión, de los distintos tipos de centrales consideradas.
- e) Las características del sistema de transmisión.

En Chile el problema de planificación ha sido resuelto comúnmente a través de los modelos MGI y GOL, siendo este último el utilizado actualmente con este propósito. Sin embargo, y dadas las características de este problema, resulta interesante considerar al modelo MGI como una alternativa. Una de las ventajas de éste frente al modelo GOL radica en la representación que en el se hace del sistema de transmisión. Si bien es cierto que en el MGI el sistema de transmisión no es representado de manera exacta, por lo menos en este modelo se admite su existencia.

Otra ventaja importante reside en el hecho que el modelo MGI entega como resultados planes óptimos de expansión (en términos de costos). Sin embargo, una de sus limitaciones está relacionada con la imprecisión en la ubicación cronológica de las obras del programa óptimo de expansión. Lo anterior lleva a la necesidad de utilizar modelos más finos (como por ejemplo el modelo GOL) con el objetivo de tomar las decisiones de ejecución de las primeras obras del programa.

2.2 Planteamiento General de Modelo

El modelo que se propone para la solución del problema de planificación consiste básicamente en las ecuaciones que forman el modelo MGI [Skok87, Cabe93], más ciertas variables que fue necesario añadir para poder desacoplar el problema original en 2 módulos; uno de inversión y otro de operación. Las nuevas variables que se agregaron al modelo, junto con las modificaciones que se hicieron a éste el desacoplamiento del problema original en 2 subproblemas, se verán en detalle más adelante.

El modelo consta de una función objetivo y un set de restricciones a través de las cuales se modela la demanda, generación y transmisión dentro del sistema.

El equipamiento posible de construir en el futuro se representa a través de dos tipos de variables: variables de capacidad y variables de explotación. Las **variables de capacidad** expresan la cantidad de potencia que se debe instalar de una determinada central y la ampliación de capacidad que se debe hacer a las líneas de

transmisión existentes. Las **variables de explotación** expresan las contribuciones que efectúa cada central a la demanda y lo que se debe transmitir a través de cada línea de transmisión.

2.3 Modelación de la Demanda

El modelo que se plantea para la planificación de un sistema eléctrico, divide el horizonte de estudio en un número finito de períodos, los que corresponden a las posibles fechas de puesta en servicio de las futuras instalaciones.

Para representar adecuadamente la distribución geográfica de la demanda, la ubicación de las centrales y las ampliaciones del sistema de transmisión, se definen nudos. Para cada uno de éstos, la demanda es representada por:

- a) Una demanda máxima de potencia anual.
- b) Energía demandada en las diferentes estaciones del año.

Las demandas consideradas por el modelo son las máximas de cada período y por lo tanto corresponden a las del último año de cada uno de ellos. Las restricciones que se imponen para satisfacer los consumos de energía, han sido expresadas en MW [Skok87, Cabe93]. Una de las modificaciones realizadas a este tipo de restricciones, es que se considera la posibilidad de que se produzca falla en un determinado nudo. Esta energía fallada tiene un alto costo, el cual obviamente está presente en la función objetivo. El motivo por el cual se incorporó este tipo de variables fue permitir, como ya se dijo, el desacoplamiento del problema inicial.

El crecimiento de la demanda se ve reflejado por la evolución de estos valores a través de los períodos, por lo que deberán definirse demandas para cada nudo del sistema en estudio y para cada período de tiempo definido.

2.4 Modelación de la Generación

La generación es representada dentro del modelo por un conjunto de centrales existentes y futuras, que son utilizadas para satisfacer la demanda del sistema. Cada una de éstas está representada por **variables de operación** para cada período, estación e hidrología [Cabe93]. En el caso de las **variables de capacidad**, éstas están definidas sólo para cada período. Los tipos de centrales consideradas son:

Centrales hidráulicas existentes y futuras.

Dado que el costo de inversión y la generación anual tienen variaciones no lineales con la potencia instalada, el MGI descompone las centrales hidráulicas futuras en varias etapas o subcentrales ficticias, para cada una de las cuales supone una variación lineal de los aportes de energía y costos de inversión. Cada etapa está representada dentro del modelo por una variable continua específica (**variables de capacidad**). El modelo descompone cada central en 3 etapas: *etapa pasada (XBA)*, *intermedia (XIN)* y *sobreequipamiento (XSO)*.

Dada la forma en que se modelan las centrales hidráulicas futuras, las etapas pueden ser planteadas como distintos tipos de centrales (es decir, sólo se instala una de las etapas a lo largo del horizonte) o bien como simples etapas (para cada central es posible tener al mismo tiempo capacidad de generación de *pasada*, *intermedia* y *sobreequipamiento*) [Skok87, Cabe93]. El modelo que a continuación se presenta, adopta el primer tipo de planteamiento. Esto quiere decir que cada central hidráulica está representada por 3 **variables enteras binarias**.

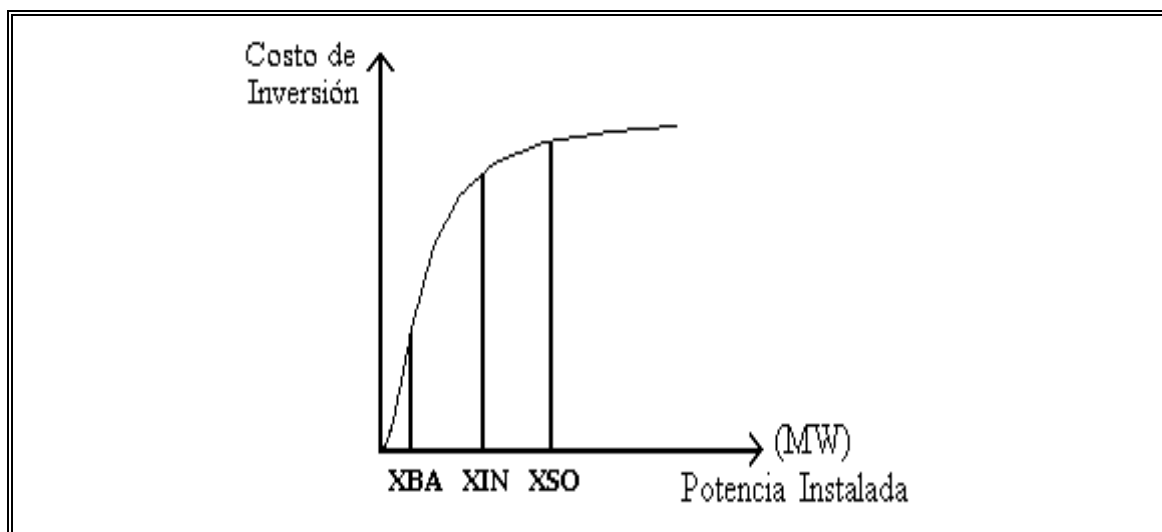


Figura 2.1 Representación de una central hidráulica a través de 3 variables enteras

Sin embargo, si se quisiese adoptar el segundo tipo de modelación (es decir tener al mismo tiempo capacidad de generación de pasada, intermedia y sobreequipamiento) bastaría relajar la condición de que las variables sólo pueden tomar valores entero binarios y permitir que éstas puedan moverse en un rango continuo de valores entre 0 y 1.

Los aportes de energía (**variables de explotación**) de las centrales en cada período, estación e hidrología se linealizan para cada una de las subcentrales o etapas que representan la central. Esto quiere decir que para cada etapa existe un aporte de energía constante por unidad de potencia instalada en cada una de las estaciones (MW/MW instalado). Dado que la generación de una central hidráulica es función de la condición hidrológica, ésta se supone conocida dentro de un determinado escenario hidrológico.

Como a las centrales hidráulicas existentes ya se les conoce su aporte de potencia garantizada al sistema (potencia capaz de entregar una central en condiciones hidrológicas de sequía), éste se resta de la demanda en cada período. De igual manera los aportes de energía se restan de las demandas de este producto en cada período, estación e hidrología.

Centrales térmicas existentes y futuras

Para cada central térmica futura se define una **variable de capacidad continua** que representa la potencia a instalar en un período determinado. A cada variable de capacidad se asocia un costo de inversión, el cual varía linealmente respecto de la potencia instalada. Estas variables están definidas para todos los períodos que considera el modelo y se incluyen en la función objetivo.

Se definen variables de generación continuas (**variables de explotación**) para todas las centrales térmicas (existentes y futuras), para cada estación e hidrología. En la función objetivo aparece el costo de generación en cada estación e hidrología, ponderado por la probabilidad de ocurrencia de cada hidrología.

Todas las centrales térmicas futuras, ya sean éstas convencionales, geotérmicas o nucleares, se representan de una manera similar. La única excepción la constituyen las turbinas a gas futuras.

Turbinas a gas futuras.

En el caso de las turbinas a gas futuras se supone que si se instala uno de estos equipos, la turbina generará un porcentaje de la capacidad instalada. Por esta razón este tipo de inversiones no se representan por una variables de generación explícita, sino que los costos de generación se incluyen dentro del costo asociado a la variable de capacidad. Por lo tanto en la función objetivo sólo aparece esta variable.

2.5 Modelación del Sistema de Transmisión

Las características del sistema de transmisión se representan de manera aproximada con el objeto de obtener una estimación de las energías intercambiadas entre zonas y su influencia en la selección de alternativas de generación.

Se define una **variable de capacidad** de transmisión entre nudos para cada período. Es una **variable entera binaria** que tiene asociado un costo de inversión y representa la capacidad adicional de transmisión en cada período. La ampliación de capacidad de las líneas de transmisión es representada dentro del modelo por dos variables, ya que una ampliación en dos etapas se ajusta mejor a la realidad. Es frecuente que las primeras ampliaciones de capacidad no correspondan a aumentar el número de circuitos sino que instalar, por ejemplo, condensadores estáticos. Este tipo de variables, multiplicadas por su costo asociado, se incluyen en la función objetivo .

Al igual que en el caso de las centrales hidráulicas, adoptar una modelación continua del sistema de transmisión sólo requeriría relajar la condición de que las variables de capacidad sean enteras binarias. Por lo tanto, bastaría permitir que éstas pudiesen moverse en un rango continuo de valores entre 0 y 1.

Los intercambios de energía y potencia dentro del sistema están reflejados por variables de transmisión que indican cuanto es transmitido por cada tramo y hacia dónde. Por supuesto que las variables que representan la transmisión por cada línea tiene un costo asociado cero.

2.6 Modelación de las Fallas de Abastecimiento

En este modelo las fallas han sido modeladas como centrales existentes en cada nudo, que pueden generar como máximo la energía demandada en cada uno de ellos. El costo de generación que se asocia a cada una de estas centrales es muy alto y acompaña a estas variables en la función objetivo.

2.7 Ecuaciones del Modelo

De acuerdo a la modelación presentada en los puntos anteriores, la expansión de un sistema eléctrico puede plantearse como un problema de optimización compuesto de una función objetivo y un set de restricciones.

2.7.1 Función Objetivo

La función objetivo consiste en la suma de los costos de inversión y operación, y puede ser representada en forma global como:

$$\text{Función Objetivo: } \Sigma (\text{Cinv} + \text{Cop})$$

Costos de inversión

El costo de inversión [Skok87, Cabe93] es proporcional a los equipamientos construidos, y dentro del modelo existe la posibilidad de considerar renovaciones hasta infinito o valor residual al final del horizonte de estudio. A este costo se agregan los costos fijos de operación.

El coeficiente de costo de la variable de instalación representa el costo de inversión actualizado a la fecha inicial del estudio y es función de:

- a) Costo unitario de inversión (MMUS\$/KW instalado)
- b) Período en que se realice la inversión.
- c) Vida útil del equipo.
- d) Costo fijo de explotación.
- e) Tasa de actualización.

Costos de operación

Las variables que representan la generación de las centrales térmicas existentes y futuras corresponden a lo que debe generar una central para el abastecimiento del último año de cada período. Sin embargo, la generación varía a lo largo de él. El modelo supone una variación lineal de la generación de una central de un período a otro y los coeficientes de costo de generación se calculan con base en esta hipótesis. En el último período se agrega el valor correspondiente a la generación hasta el infinito, ya que se supone que se mantiene la situación del último año del período en estudio (si las inversiones se renuevan a infinito) [Skok87, Cabe93].

Estructura de la función objetivo

A la luz de las características del modelo y de la forma como éste representa un sistema eléctrico, la función objetivo puede plantearse como

$$\sum_{p=1}^{NP} \sum_{j=1}^{NJ1} CI_{jp} \cdot XP_{jp} + \sum_{h=1}^{NH} \sum_{p=1}^{NP} \sum_{e=1}^{NE} \sum_{j=1}^{NJ2} CV_{jeph} \cdot PROB_h \cdot XE_{jeph} \quad (2.1)$$

donde:

- CI_{jp} = Coeficiente de costo conocido (MMUS\$/MW). Incluye el costo de inversión, costo fijo anual, coeficiente de actualización y valor residual.
- XP_{jp} = Potencia instalada en la central j, en el período p. También representa la capacidad de transmisión que se debe añadir a una determinada línea del sistema de transmisión.

| | | |
|-------------------|---|---|
| CV jeph | = | Coefficiente de costo de generación (US\$/MW). Incluye el costo variable de generación y el coeficiente de actualización. En el caso de las centrales hidráulicas y de las turbinas a gas futuras, el costo de generación asociado es cero, lo cual se desprende de la forma como han sido modeladas estas centrales. |
| XE jeph | = | Energía generada por la central j, en la estación e, en la condición hidrológica h, en el período p. |
| PROB _h | = | Probabilidad de la condición hidrológica h. |
| NP | = | Número de períodos. |
| NJ1 | = | Número de centrales futuras. |
| NJ2 | = | Número de centrales existentes (térmicas a vapor, turbinas a gas, centrales de falla) más número de centrales térmicas a vapor futuras más número de centrales hidráulicas y turbinas a gas futuras (ambas tienen asociadas un costo de generación igual a cero). |
| NE | = | Número de estaciones. |
| NH | = | Número de condiciones hidrológicas. |

En el caso de las centrales hidráulicas futuras, la variable de capacidad XP se descompone en 3 variables enteras (XPA, XIN y XSO). Cada una aparece multiplicada por el costo de inversión asociado a instalar cada una de las *etapas*.

Algo similar ocurre en el caso del sistema de transmisión, donde cada variable de capacidad XP se descompone en 2 variables enteras (XP1 y XP2). Cada una aparece multiplicada por el costo de inversión asociado a realizar ampliaciones de la magnitud de cada una de estas variables.

2.7.2 Restricciones

Las restricciones del problema son:

a) Restricción de abastecimiento de la demanda máxima de potencia.

$$\sum_{k=1}^p \left(\sum_{j=1}^{NJ} PG_{jnp} + \sum_{i=1}^{NTR} ((1 - Perdi) \cdot XT1_{ip} - XT2_{ip}) \right) \geq DEM_{np} \quad (2.2)$$

$$p = 1 \dots NP$$

$$n = 1 \dots NU$$

donde:

| | | |
|--------|---|--|
| PG jnp | = | Potencia garantizada de la central j, perteneciente al nudo n, en el período p. En el caso de las centrales hidráulicas futuras, esta variable es representada por 3 variables enteras (XPA, XIN y XSO) multiplicadas por la potencia garantizada que aporta cada una de las <i>etapas</i> . |
| XT1 ip | = | Potencia transmitida al nudo n, a través del tramo i, en el período p. |
| XT2 ip | = | Potencia transmitida desde el nudo n, a través del tramo i, en el período p. |
| PERD i | = | Coefficiente de pérdida de transmisión de potencia en el tramo i. |
| DEM np | = | Corresponde a la demanda en el nudo n, en el período p. A la demanda máxima en cada nudo, se resta las potencias que aporta cada una de las centrales existentes (hidráulicas, térmicas y a gas). Así se tiene que: DEM np = DMAX np * (1 + RES) - Potencia Existente. |
| RES | = | Reserva exigida. |
| NTR | = | Número de líneas de transmisión. |
| NJ | = | Número de centrales futuras. |

b) Restricción de máxima transmisión de potencia por tramos.

$$\begin{aligned}
 XT_{1ip} &\leq (CTE_i + \sum_{k=1}^p (XP_{1ik} + XP_{2ik})) \\
 XT_{2ip} &\leq (CTE_i + \sum_{k=1}^p (XP_{1ik} + XP_{2ik})) \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

$$p = 1 \dots NP$$

$$i = 1 \dots NTR$$

donde:

CTE_i = Capacidad de transmisión existente en el tramo i

c) Restricción de instalación de centrales hidráulicas.

Esta restricción impone la condición de que a lo largo del horizonte de estudio, sólo una de las etapas que modelan a una central hidráulica puede ser instalada, lo cual sólo puede suceder una vez.

$$\sum_{k=1}^{NP} (XPA_j + XIN_j + XSO_j) \leq 1 \quad (2.3)$$

$$p = 1 \dots NP; j = 1 \dots NHF$$

donde:

NP = Número de períodos.

NHF = Número de centrales hidráulicas futuras.

En el caso que se quisiese modelar cada una de las etapas de una central hidráulica a través de variables continuas, esta restricción no impone la condición de instalar cada etapa sólo una vez durante el horizonte de estudio. De hecho, si se adopta esta modelación, todas las etapas pueden ser instaladas simultáneamente.

d) Restricción de ampliación del sistema de transmisión.

Estas restricciones imponen las condiciones de que a lo largo del horizonte de estudio, la primera etapa de ampliación puede ser instalada sólo una vez, mientras que la segunda etapa puede instalarse sólo una vez que la primera etapa ha sido instalada. Como se deduce de la segunda ecuación, la segunda etapa de ampliación puede instalarse cuantas veces se quiera a lo largo del horizonte de estudio.

$$\sum_{k=1}^p XP_{1,jk} \leq 1$$

$$XP_{2,ip} \leq \sum_{k=1}^p XP_{1,jk} \quad (2.5)$$

$$p = 1 \dots NP$$

$$j = 1 \dots NTR$$

Al igual que en el caso de las centrales hidráulicas, al modelar la ampliación del sistema de transmisión a través de variables continuas, estas restricciones no imponen la condición que la primera etapa de ampliación pueda ser instalada sólo 1 vez durante el horizonte de estudio.

e) Restricción de instalación de centrales térmicas.

Esta restricción limita la potencia que se puede instalar de una determinada central térmica a vapor futura. Rige tanto para las centrales térmicas a vapor como para las turbinas a gas. Sin embargo, para estas últimas no existe un máximo de potencia a instalar de acuerdo a la modelación que se ha adoptado.

$$XP \ 2 \ jp \leq \ Maxjp \quad (2.6)$$

$$p = 1 \dots NP$$

$$j = 1 \dots NTF$$

Max jp = Potencia máxima que se puede instalar de la central j, en el período p. En el caso de las turbinas a gas este valor es muy alto.

NTF = Número de centrales térmicas futuras.

f) Restricción de abastecimiento de energía.

$$\sum_{j=1}^{NJ} XEjneph + FAneph + \sum_{i=1}^{NTR} ((1 - Perdi) \cdot XE lieph - XE 2ieph) \geq DEnep$$

(2.7)

$$p = 1 \dots NP; \ e = 1 \dots NE; \ n = 1 \dots NU$$

donde:

XE jneph = Energía generada por la central j que pertenece al nudo n, en la estación e, en el período p, en condición hidrológica h.

| | | |
|----------|---|---|
| DE pen | = | Demanda de energía en el nudo n, estación e, período p. Al igual que en el caso de la demanda máxima, la energía generada por las centrales hidráulicas existentes ha sido descontada de la demanda de energía en cada nudo, período y estación. Es necesario destacar que la demanda de energía, de acuerdo a este modelo, no depende de la condición hidrológica que se este analizando. |
| NJ | = | Número de centrales térmicas a vapor futuras y existentes (incluye a las turbinas a gas existentes) más número de turbinas a gas futuras, más número de centrales hidráulicas futuras. |
| FA neph | = | Energía fallada en el nudo n, período p, estación e, hidrología h. |
| XE1 ieph | = | Energía transmitida al nudo n, a través del tramo i, en la estación e, en el período p, hidrología h. |
| XE2 ieph | = | Energía transmitida desde el nudo n, a través del tramo i, en la estación e, en el período p, hidrología h. |

g) Restricción de máxima transmisión por tramos.

$$XE1_{jeph} \leq (CTE_j + \sum_{k=1}^p (XP1_{jk} + XP2_{jk})) \cdot FCT_{je}$$

$$XE2_{jeph} \leq (CTE_j + \sum_{k=1}^p (XP1_{jk} + XP2_{jk})) \cdot FCT_{je}$$

(2.8)

$$p = 1 \dots NP; \quad j = 1 \dots NTR; \quad h = 1 \dots NH; \quad e = 1 \dots NE$$

donde:

FCT_{je} = Factor de carga máximo de transmisión en el tramo i, estación e.

h) Restricción de generación de centrales térmicas.

$$XE_{jeph} \leq FMAX_{je} \cdot \sum_{k=1}^p XP_{jk}$$

$$XE_{jeph} \geq FMIN_{je} \cdot \sum_{k=1}^p XP_{jk} \quad (2.9)$$

$$p = 1 \dots NP$$

$$e = 1 \dots NE$$

$$j = 1 \dots (TE+TF)$$

$$h = 1 \dots NH$$

donde:

$FMAX_{ej}, FMIN_{ej}$ = Factores de planta máximo y mínimo respectivamente, de la central j, en la estación e.

TF = Número de centrales térmicas a vapor futuras.

TE = Número de centrales térmicas a vapor existentes (incluyen las turbinas a gas existentes).

i) Restricción de generación de centrales hidráulicas y turbinas a gas.

$$XE_{jeph} \leq APORTE_{jeh} \cdot \sum_{k=1}^p XP_{jk} \quad (2.10)$$

$$p = 1 \dots NP$$

$$e = 1 \dots NE$$

$$j = 1 \dots (TE+TFG)$$

$$h = 1 \dots NH$$

donde:

| | | |
|-----------------------|---|---|
| APORTE _{jeh} | = | Porcentaje de la generación máxima que puede generar una central instalada j, en la estación e, hidrología h. |
| HF | = | Número de centrales hidráulicas futuras. |
| TFG | = | Número de turbinas a gas futuras. |

2.8 Características Matemáticas del Modelo

De acuerdo a la modelación presentada anteriormente, el problema de planificación puede plantearse como un problema de programación mixta, cuya estructura puede representarse como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & cx + p_1*d_1*y_1 + p_2*d_2*y_2 + \dots + p_n*d_n*y_n \\
 \text{s.a.} \quad & Ax \geq b \\
 & E_1x + F_1y_1 \geq h_1 \\
 & E_2x \quad \quad \quad + F_2y_2 \geq h_2 \\
 & \dots \dots \dots \\
 & E_3x \quad \quad \quad \quad \quad \quad + F_ny_n \geq h_n \\
 & x_i \in \{0,1\} ; \quad i = 1\dots h \\
 & x_i \geq 0 \quad \quad ; \quad i = h+1\dots m \\
 & y_j \geq 0 \quad \quad ; \quad j = 1\dots n
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

donde:

- Las variables x representan las decisiones de ampliación de centrales de generación y líneas de transmisión. El costo asociado a éstas es cx y las restricciones relacionadas a estas variables están representadas por $Ax \geq b$ (restricciones de financiamiento, programas de construcción, etc.) [Pere85, Pere92, Pint93].

- Las variables y_i representan las decisiones de generación (de los equipos presentes y futuros) y transmisión en la condición hidrológica i . El costo asociado a ellas es $p_i d_i$ y las restricciones relacionadas a estas variables están representadas por $E_i x + F_i y_i \geq h_i$ (restricciones de máxima generación de centrales, fallas, flujo por líneas, etc.) [Pere85, Pere92, Pint93].

III. DESARROLLO ALGORITMICO

3.1 Introducción

El objetivo de un problema de planificación de largo plazo es minimizar, por un lado, el costo de inversión en nuevos equipos y líneas de transmisión, y por el otro, el costo esperado de operación del sistema eléctrico.

De este modo el problema de planificación se descompone de manera natural en dos partes; un módulo de inversión y otro de operación. Esta división natural del problema inicial, puede ser explorada por medio de técnicas matemáticas de descomposición, las que consisten en resolver en forma separada e iterativa ambos módulos. De esta manera es posible modelar y aplicar diferentes técnicas de solución a cada uno de éstos .

En este capítulo se describe una técnica matemática de descomposición, denominada *descomposición de Benders* [Pere85, Pere92, Pint93], la cual es una alternativa eficiente para solucionar problemas de planificación. Se describe el algoritmo desarrollado en este trabajo, basado en esta técnica de descomposición, que permite resolver el problema de planificación tal como fue modelado en el capítulo anterior.

3.2 Principio de Descomposición de Benders

El problema (2.10) en el caso de un solo escenario hidrológico, adopta la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & c^t x \quad + \quad d^t y \\
 \text{s.a.} \quad & Ax \quad \geq b \\
 & Ex \quad + \quad Fy \quad \geq h \\
 & x_i \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1 \dots h \\
 & x_i \geq 0 \quad \quad ; \quad i = h+1 \dots m \\
 & y \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Fijando en éste el valor del vector x (x^*) de tal manera que se satisfagan las restricciones $Ax \geq b$, el problema que resulta es uno de programación lineal y puede presentarse como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & d^t y \\
 \text{s.a} \quad & Fy \geq h - Ex^* \\
 & y \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Dado que la solución del problema (3.2) puede ser considerada una función de la decisión de inversión x^* , se puede definir la función w como:

$$\begin{aligned}
 w(x^*) = \quad & \text{Min } d^t y \\
 \text{s.a} \quad & Fy \geq h - Ex^* \\
 & y \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

De la teoría de optimización [Cont91], se sabe que el problema dual asociado a (3.3) es:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \pi^t(h - Ex) \\ \text{s.a.} \quad & F\pi \leq d \\ & \pi \geq 0 \end{aligned} \tag{3.4}$$

donde π es el vector de multiplicadores duales asociados a las restricciones del problema (3.2)

Si se llama Π al conjunto de soluciones factibles de (3.4), se puede observar que éste no depende de la decisión de construcción x^* . Entonces, dado que la función objetivo de (3.4) asume el valor máximo en uno de los vértices del politopo Π , se puede reescribir este problema como:

$$\text{Max} \quad \pi^{it}(h - Ex) \quad i = 1 \dots r \tag{3.5}$$

donde π^i (para $i = 1 \dots r$) son los puntos extremos del conjunto Π .

Este problema puede ser planteado en forma equivalente como:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \alpha \\ \text{s.a.} \quad & \alpha \geq \pi^{it}(h - Ex) \quad i = 1 \dots r \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde α es una variable escalar. Por la teoría de dualidad de programación lineal [Cont91], el valor óptimo de la función objetivo del primal (3.2) es igual al valor óptimo de la función objetivo del problema dual equivalente (3.6).

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} w(x^*) = \text{Min} \quad & \alpha \\ \text{s.a.} \quad & \alpha \geq \pi^{it}(h - Ex^*) \quad i = 1 \dots r \end{aligned} \tag{3.7}$$

La función w informa de las consecuencias de la decisión x en términos de los costos de las variables y . Como se observa en (3.7), w es un politopo convexo, esto es la intersección de un número finito de hiperplanos. Por lo tanto w es una función lineal por partes como se muestra en la figura 3.

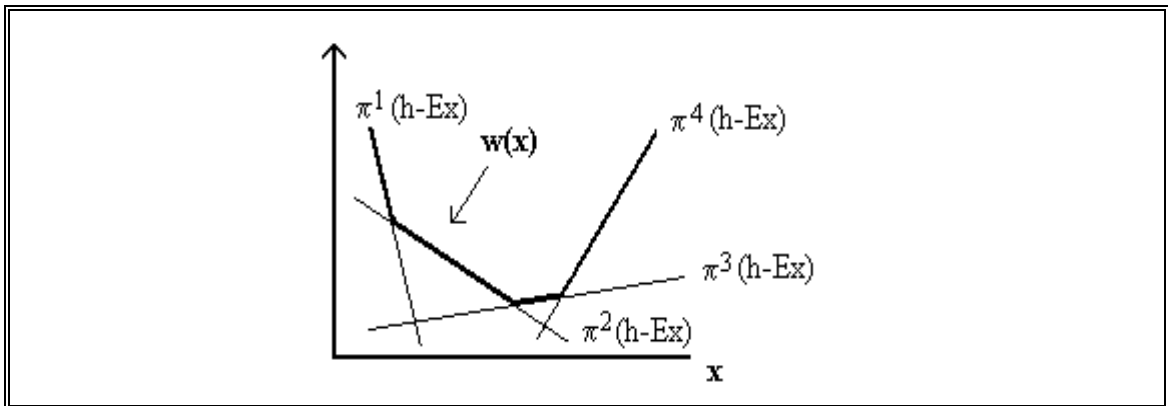


Figura 3.1 Gráfico de la función $w(x)$

Si ésta es conocida, el problema original (3.1) puede ser resuelto sin representar explícitamente las variables y , quedando con la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & c^t x + w(x) \\
 \text{s.a.} \quad & Ax \geq b \\
 x_i \quad & \in \{0,1\} ; i = 1 \dots h \\
 x_i \quad & \geq 0 ; i = h+1 \dots m
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

o en la forma equivalente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad c^t x + \alpha \\
 & \text{s.a.} \quad Ax \geq b \\
 & \quad \quad \alpha \geq \pi^{it} (h - Ex) \quad ; \quad i = 1 \dots r \\
 & \quad \quad x_i \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1 \dots h \\
 & \quad \quad x_i \geq 0 \quad ; \quad i = h+1 \dots m
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Se observa que el número de restricciones del problema (3.9) puede ser muy grande, dependiendo del número de vértices de Π . Sin embargo, es posible demostrar que en la solución óptima apenas algunas de las restricciones estarán activas, lo cual sugiere el uso de técnicas de relajación.

3.3 Subproblemas de Inversión y Operación

El problema original (3.1) puede ser representado, como ya se ha visto, como un proceso de decisión de 2 etapas, donde en la primera etapa se determinan variables de capacidad de nuevas centrales y líneas de transmisión (variables de inversión), mientras que en la segunda se determinan variables relacionadas con la generación de las centrales del sistema eléctrico (variables de operación).

3.3.1 Subproblema de inversión

Este subproblema puede plantearse, de acuerdo a la modelación presentada en el capítulo anterior, como un problema de programación entera-mixta, donde algunas variables de capacidad pueden tomar valores enteros binarios (0 ó 1), mientras que otras pueden moverse en un rango continuo de valores.

El subproblema de inversión puede representarse analíticamente como el siguiente problema de minimización:

$$\text{Min } c^t x$$

$$(3.10)$$

$$\text{s.a. } Ax \geq b$$

$$x_i \in \{0,1\} ; i = 1 \dots h$$

$$x_i \geq 0 ; i = h+1 \dots m$$

donde las variables x representan las decisiones de inversión en generación y transmisión en cada uno de los períodos considerados en el estudio. Además, en la función objetivo existen variables que representan la transmisión a través de las líneas del sistema eléctrico. Sin embargo, éstas llevan un costo asociado cero dentro de ella.

El conjunto de restricciones $Ax \geq b$ está compuesto por:

- a) Restricciones de abatecimiento de la demanda máxima. (2.2)
- b) Límites de transmisión de potencia por línea. (2.3)
- c) Restricciones que coordinan la instalación de centrales hidráulicas (2.4)
- d) Restricciones que coordinan la ampliación del sistema de transmisión. (2.5)
- e) Restricciones de máxima capacidad de instalación de centrales térmicas futuras. (2.6)

A este set de restricciones se agregan en cada iteración del algoritmo los llamados *cortes de Benders*.

3.3.2 Subproblema de operación

Este subproblema puede plantearse, de acuerdo a la modelación presentada en el capítulo anterior, como un problema de programación lineal, donde la totalidad de las variables de operación puede moverse en un rango continuo de valores. Éste puede presentarse analíticamente como el siguiente problema de minimización:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & d_i^t y_i && (3.11) \\ \text{s.a.} \quad & F_i y_i \geq h - Ex^* \\ & y_i \geq 0 \end{aligned}$$

donde las variables y_i representan las decisiones de generación de los equipos presentes y futuros en la condición hidrológica i , para cada uno de los períodos y estaciones consideradas en el estudio. El subproblema de operación presentado arriba sólo tiene sentido si ya se ha tomado una decisión con respecto a las variables de inversión x .

El conjunto de restricciones $F_i y_i \geq h - Ex^*$ está compuesto por:

- a) Abatecimiento de la demanda de energía en cada una de las estaciones. (2.7)
- b) Límites de transmisión de energía por líneas. (2.8)
- c) Límites máximos y mínimos de generación de centrales térmicas. (2.9)
- d) Límites máximos de generación de centrales hidráulicas y turbinas a gas. (2.10)

A continuación se presenta una técnica de relajación que consiste en la solución iterativa de los subproblemas (3.9) y (3.2).

3.4 Algoritmo de Descomposición de Benders

El algoritmo de *descomposición de Benders* consiste en la solución iterativa de los problemas (3.9) y (3.2). En cada iteración el problema (3.2) genera uno de los hiperplanos soportes de la función $w(x)$ (llamados *cortes de Benders*) hasta alcanzar la precisión deseada. El procedimiento puede ser presentado esquemáticamente como [Pere92]:

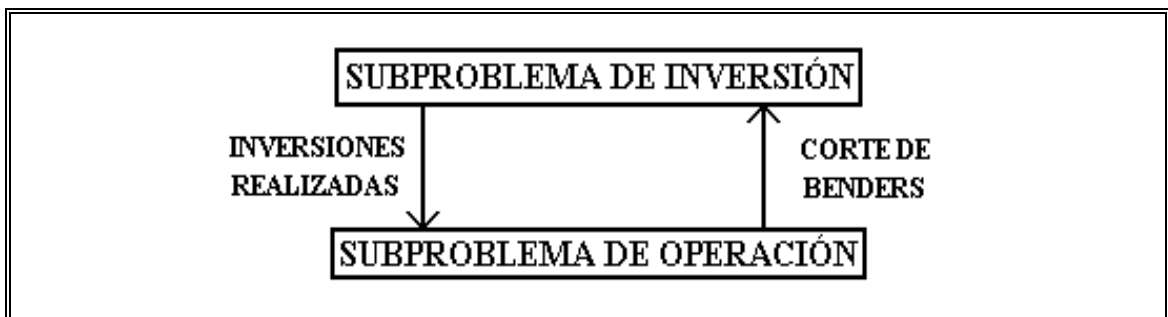


Figura 3.2: Algoritmo de descomposición de Benders

y puede resumirse en los siguientes pasos [Pere85][Pere92][Pint93]:

1. Inicialización: número de iteraciones K igual a cero, límite superior (z^+) igual a infinito.
2. Resolver el problema principal:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } c^t x + \alpha \\
 & \text{s.a. } Ax \geq b \\
 & \quad \alpha \geq \pi^k (h - Ex) ; k = 1 \dots K \\
 & \quad x_i \in \{0,1\} ; i = 1 \dots h \\
 & \quad x_i \geq 0 ; i = h+1 \dots m
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

3. Sea $(\mathbf{x}^*_{k+1}, \boldsymbol{\alpha}^*_{k+1})$ la solución del problema (3.12), calcule el límite inferior \mathbf{z}_- como:

$$z_- = \mathbf{c}\mathbf{x}^*_{k+1} + \boldsymbol{\alpha}^*_{k+1}$$

4. Hacer $K=K+1$ y resolver el subproblema:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{x}^*_k) = \text{Min} \quad & \mathbf{d}^t \mathbf{y} \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{F}\mathbf{y} \geq \mathbf{h} - \mathbf{E}\mathbf{x}^* \\ & \mathbf{y} \geq 0 \end{aligned} \tag{3.13}$$

5. Sea \mathbf{y}^*_k la solución óptima de (3.13). Calcular el límite superior \mathbf{z}^+ como:

$$z^+ = \min \{z^+, \mathbf{c}\mathbf{x}^*_k + \mathbf{d}\mathbf{y}^*_k\} \tag{3.14}$$

6. Si $\mathbf{z}^+ - \mathbf{z}_-$ es menor que una dada tolerancia, el problema está resuelto, y la solución asociada a \mathbf{z}^+ es la solución óptima. En caso contrario, generar un nuevo hiperplano soporte de la función $w(\mathbf{x})$,

$$\boldsymbol{\alpha} \geq \boldsymbol{\pi}^k (\mathbf{h} - \mathbf{E}\mathbf{x}) \tag{3.15}$$

(donde $\boldsymbol{\pi}^k$ es el vector de multiplicadores duales del problema (3.13)) y regresar al paso Nr. 2.

3.5 Extensión del Principio de Descomposición para Problemas Estocásticos

A través del *algoritmo de descomposición de Benders* también es posible resolver problemas como el planteado en (2.10). Debido a la aleatoriedad de los eventos modelados en él, este tipo de problemas recibe el apellido *estocásticos*, y puede representarse como [Pere85]:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & c^t x + p_1 * d_1^t * y_1 + p_2 * d_2^t * y_2 + \dots + p_n * d_n^t * y_n \\
 \text{s.a.} \quad & Ax \geq b \\
 & E_1 x + F_1 y_1 \geq h_1 \\
 & E_2 x + F_2 y_2 \geq h_2 \\
 & \dots \\
 & E_3 x + F_n y_n \geq h_n \\
 & x_i \in \{0,1\} ; i = 1 \dots h \\
 & x_i \geq 0 ; i = h+1 \dots m \\
 & y_j \geq 0 ; j = 1 \dots n
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

donde:

- p_j = corresponde a la probabilidad asociada al evento j , y que involucra las matrices (E_j, F_j, h_j, d_j) . Son las variables aleatorias del problema.

- d_j = costos asociados al evento j .

En este caso, el problema principal se puede descomponer en un subproblema de inversión y n subproblemas de operación, donde en cada uno se debe determinar:

$$\begin{aligned}
 w_j(x^k) &= \text{Min } d_j^t y_j & (3.17) \\
 \text{s.a. } & F_j y_j \geq h_j - E_j x^k \\
 & y_j \geq 0
 \end{aligned}$$

(donde x^k corresponde a la solución del subproblema de inversión en la etapa k -ésima).

Existen dos opciones para tratar este tipo de problemas. La primera consiste en construir un único corte de Benders a partir de los valores esperados de los multiplicadores duales (de cada uno de los subproblemas de operación) e incorporar en la función objetivo una variable α , la cual corresponderá al valor esperado del costo de operación (*alternativa 1*).

La otra opción es agregar al subproblema de inversión n cortes de Benders en cada iteración (uno por cada subproblema de operación) e incorporar en la función objetivo n variables α_j (*alternativa 2*).

i.- Alternativa 1

En este caso el problema principal en la k -ésima iteración es:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } & c^t x + \alpha & (3.18) \\
 \text{s.a. } & Ax \geq b \\
 & \alpha \geq \sum p_j \pi_j^k (h_j - E_j x) ; j = 1..n \\
 & x_i \in \{0,1\} ; i = 1..h \\
 & x_i \geq 0 ; i = h+1..m
 \end{aligned}$$

donde α corresponde al valor esperado del costo de operación.

Este algoritmo de descomposición puede representarse esquemáticamente como:

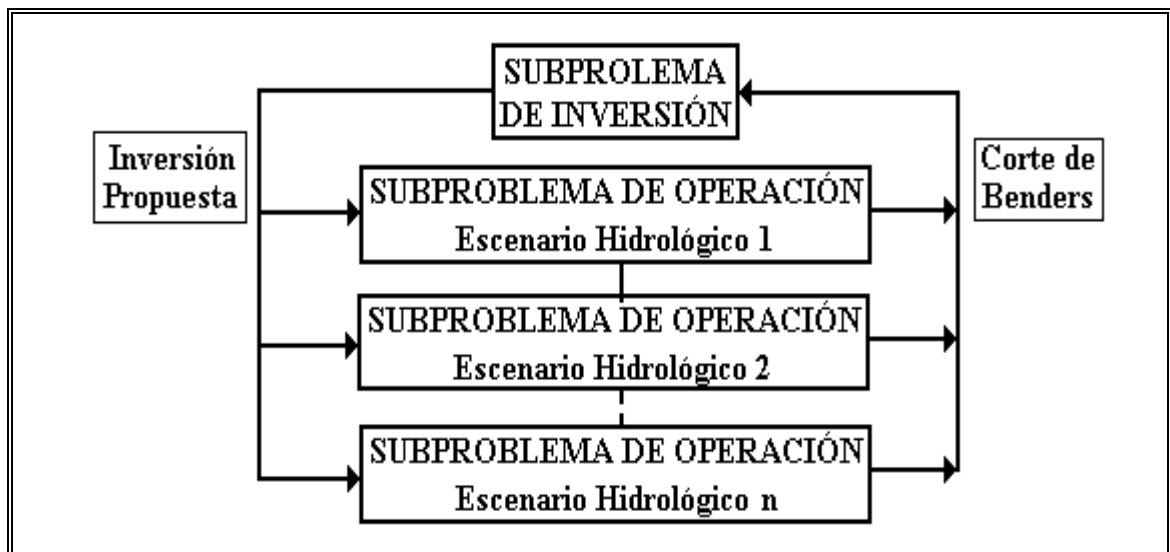


Figura 3.3 Algoritmo de descomposición de Benders para problemas estocásticos.

ii.- Alternativa 2

En este caso el problema principal en la k -ésima iteración es:

$$\text{Min } c^t x + \sum p_j \alpha_j \quad ; \quad j = 1 \dots n \quad (3.19)$$

$$\text{s.a. } Ax \geq b$$

$$\alpha_j \geq \pi_j^k (h_j - E_j x) \quad ; \quad j = 1 \dots n$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1 \dots h$$

$$x_i \geq 0 \quad ; \quad i = h+1 \dots m$$

donde α corresponde a aproximaciones del costo de operación de cada uno de los escenarios hidrológicos posibles.

3.6 Algoritmo de descomposición para problemas estocásticos

El algoritmo de descomposición de Benders para problemas estocásticos consiste en la solución iterativa de los problemas (3.10) y (3.11). En cada iteración se deben generar cortes de Benders (siguiendo una de las dos alternativas presentadas en el punto anterior) hasta alcanzar la precisión deseada.

En este trabajo se ha optado por construir cada uno de los cortes de Benders a partir de la expresión equivalente para éstos (Anexo A) y seguir la alternativa Nr.2 para la solución de problemas estocásticos. Este algoritmo puede representarse esquemáticamente como:

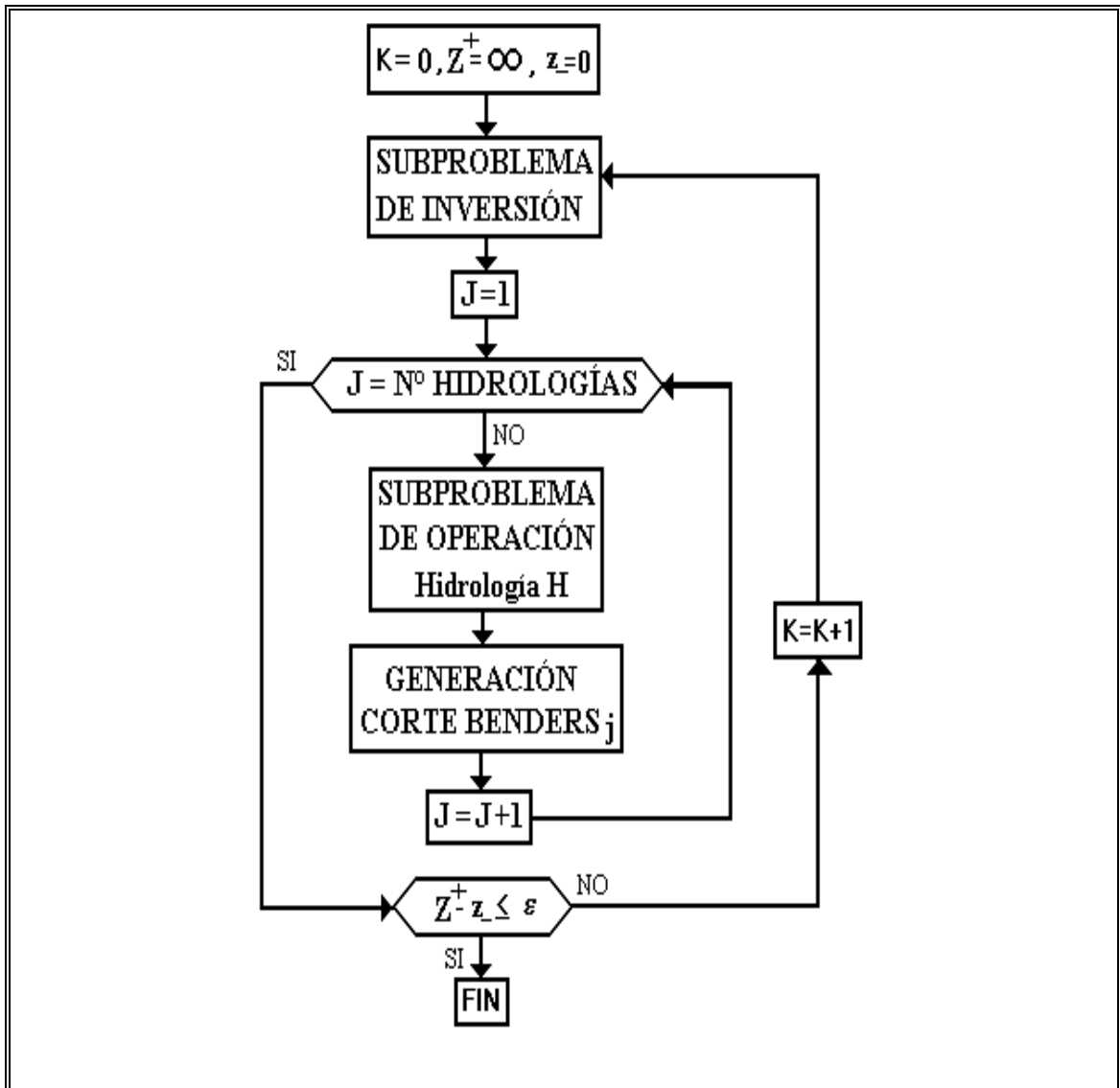


Figura 3.4 Algoritmo de descomposición de Benders para problemas estocásticos (alternativa 2).

y puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Inicialización: número de iteraciones K igual a cero, límite superior (z^+) igual a infinito, límite inferior (z_-) igual a cero.

2. Resolver el problema principal:

$$\text{Min} \quad c^t x + \sum p_j \alpha_j \quad : \quad j = 1 \dots n \quad (3.20)$$

$$\text{s.a.} \quad Ax \geq b$$

$$\alpha_j \geq \pi_j^k (h_j - E_j x) \quad ; \quad j = 1 \dots n$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1 \dots h$$

$$x_i \geq 0 \quad ; \quad i = h+1 \dots m$$

3. Sea $(x_{k+1}^*, \alpha_j^*_{k+1})$ la solución del problema (3.20) en la etapa k -ésima. Calcule el límite inferior z_- como:

$$z_- = c x_{k+1}^* + \sum \alpha_j^*_{k+1} \quad ; \quad j = 1 \dots n$$

4. Hacer $K=K+1$ y resolver n veces el subproblema correspondiente a la hidrología j -ésima:

$$w_j(x^k) = \text{Min} \quad d_j^t y_j \quad (3.21)$$

$$\text{s.a.} \quad F_j y_j \geq h_j - E_j x^k$$

$$y_j \geq 0$$

5. Sea $y_j^*{}^k$ la solución óptima de (3.21) para la hidrología j -ésima, en la etapa k -ésima. Calcular el límite superior z^+ como:

$$z^+ = \min \{z^+, c x_k^* + \sum p_j d_j y_j^*{}^k\} \quad (3.22)$$

6. Si $\mathbf{z}^+ - \mathbf{z}_-$ es menor que una dada tolerancia, el problema está resuelto, y la solución asociada a \mathbf{z}^+ es la solución óptima. En caso contrario, generar nuevos hiperplanos soportes para las funciones $w_j(x)$,

$$\alpha \geq \pi_j^k (h_j - E_j x) \quad (3.23)$$

(donde π_j^k es el vector de multiplicadores duales del problema (3.21)) y regresar al paso Nr. 2.

IV. ESTUDIOS DE APLICACION

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al aplicar el programa computacional desarrollado a la solución de problemas de planificación. En este programa se implementó una técnica matemática de descomposición denominada *descomposición de Benders para problemas estocásticos*. Junto con describir las características generales del programa implementado, se presenta un diagrama que resume las interacciones de éste con los programas utilizados para resolver problemas de programación entera-mixta y lineal. El programa ha sido desarrollado en 2 versiones:

- a) En la primera versión el problema de planificación ha sido modelado con variables continuas, lo cual permitió comparar directamente los resultados que entrega con aquellos entregados por el MGI. En adelante esta versión se denominará *versión continua*.
- b) En la segunda versión el problema de planificación ha sido modelado con variables continuas y enteras. En adelante esta versión se denominará *versión entera*.

El programa en su versión continua se valida mediante estudios del Sistema Interconectado Central (SIC) para distintos horizontes de tiempo y con un número limitado de alternativas de expansión. En la validación se comparan los resultados entregados por el programa al resolver un problema de planificación, con aquellos entregados por el paquete computacional MGI. Además de compararlos, se realiza un análisis de sensibilidad de éstos frente a variaciones en los parámetros del SIC.

Finalmente se resuelve un problema de planificación del Sistema Interconectado Central (SIC) mostrándose los resultados obtenidos en términos de planes de inversión, costos de inversión, operación y variación de éstos a través de

las iteraciones que realiza el algoritmo de Benders . Se entregan los resultados obtenidos con ambas versiones.

4.2 Implementación computacional

El software fue implementado en una estación de trabajo (Workstation) Hewlett Packard HP Apollo 9000, modelo 715/33. El nombre asignado al programa fue PLANBEN y el lenguaje de programación utilizado para su desarrollo fue el HP FORTRAN 77.

El programa PLANBEN contiene rutinas que generan las ecuaciones que modelan los subproblemas de inversión y operación, además de rutinas que realizan llamados a programas externos a éste, los que se encargan de resolver los problemas lineales o entero-mixtos. Éstos son fundamentales para el funcionamiento de PLANBEN, ya que éste sólo genera las restricciones y funciones objetivo de cada uno de los subproblemas.

La interacción que se produce entre el software desarrollado y los programas anexos a éste, puede esquematizarse de la siguiente manera:

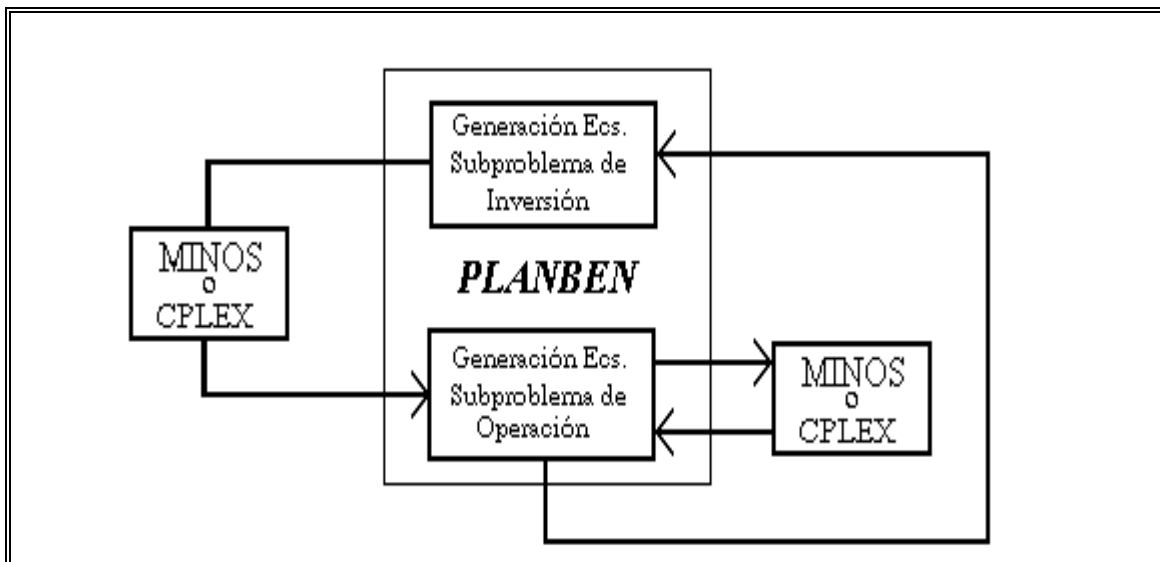


Figura 4.1 Interacción entre el software desarrollado y programas anejos

Donde *MINOS* es un programa capaz de resolver problemas de programación lineal y cuadráticos (y por lo tanto puede resolver el subproblema de operación e inversión en el caso que se trate de variables continuas) y *CPLEX* es un programa capaz de resolver problemas de programación continua y entera.

Los subprogramas encargados de generar las ecuaciones del modelo (restricciones y función objetivo) han sido desarrollados en forma modular, es decir, cada uno de ellos (módulo de inversión y operación) contiene subrutinas que se encargan de construir las ecuaciones descritas en el capítulo 2. La ventaja de esto es que cualquier restricción puede modificarse sin necesidad de alterar el resto del programa. Incluso es posible, si se desea, reemplazar todas las restricciones de un subproblema.

4.3 Descripción del Sistema Interconectado Central

El Sistema Interconectado Central (SIC) se representa en el modelo por medio de distintos parámetros (capítulo 2). A continuación se muestran los parámetros que se utilizaron para representarlo en este trabajo y el valor que se les dió a éstos para realizar las validaciones y estudios posteriores.

a. Condiciones externas del SIC

- Horizonte de estudio: este parámetro varió dependiendo del caso que se estuviese analizando.
- Períodos: el número de períodos varió dependiendo del caso que se estuviese analizando.
- Estaciones: se consideraron las 4 estaciones del año.
- Hidrologías: se consideraron 4 hidrologías.

b. Condiciones económicas del SIC

- Costos de inversión y costos de operación. En el caso de los costos de inversión, éstos son renovados a infinito al final del período de estudio.

c. Condiciones internas del SIC

- Nudos. el número de nudos considerados es 5 (Pan de Azúcar, Santiago, Colbún, Santa Bárbara y Loncoche)
- Líneas de transmisión: se representan 4 líneas de transmisión. Dada la estructura de este sistema, esto significa que el sistema representado es radial.

- Centrales generadoras: el número y tipo de centrales puede ser resumido en la siguiente tabla:

Tabla 4.1 Número y tipo de centrales consideradas en el SIC

| Tipo de Central | Existente | Futura |
|------------------------|-----------|--------|
| <i>Térmica a vapor</i> | 8 | 5 |
| <i>Turbina a gas</i> | 0 | 1 |
| <i>Hidráulica</i> | 15 | 4 |

Esquemáticamente el sistema interconectado central puede ser presentado como:

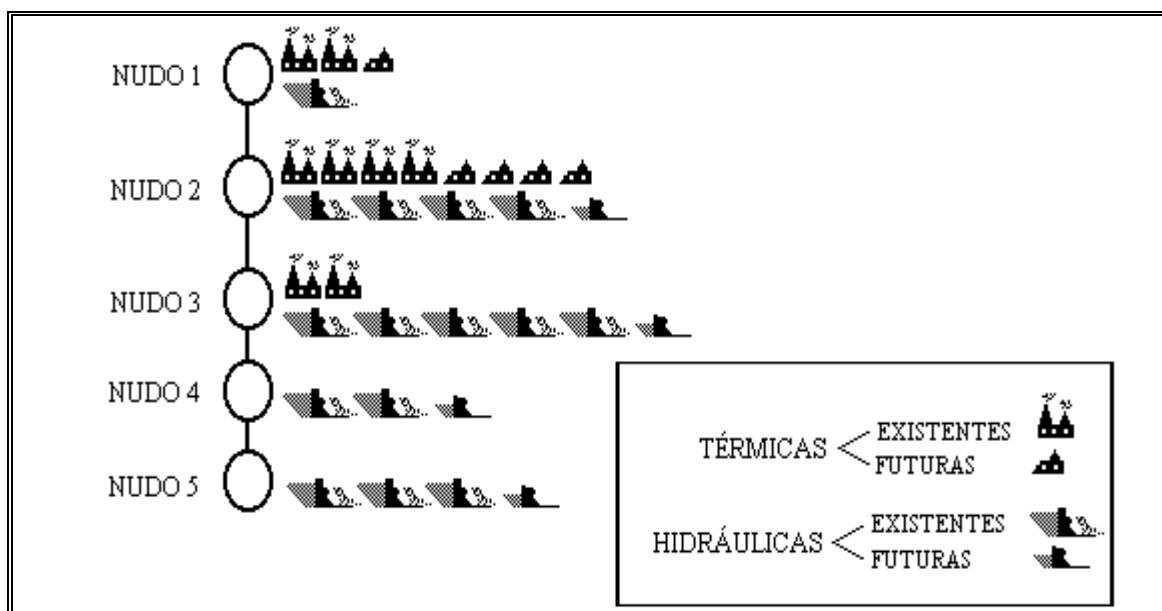


Figura 4.2 Esquema del SIC con un número reducido de alternativas.

4.4 Validación del Programa Computacional en su Versión Continua

Para validar el programa desarrollado (versión continua) se plantearon 2 metodologías complementarias. En primer lugar se resolvió el problema de planificación del SIC para distintos horizontes de estudio (y para distintos números de períodos). Los costos de inversión y operación calculados por el programa PLANBEN para cada uno de éstos se compararon con los resultados entregados por el programa MGI.

En segundo lugar se estudió el comportamiento de los costos de inversión y operación entregados por PLANBEN frente a variaciones en los parámetros que utiliza el modelo. A continuación se describe en detalle cada una de las metodologías a través de las cuales se validó el programa desarrollado.

4.4.1 Planificación de inversiones del SIC para distintos horizontes de tiempo.

Tal como se explicó antes, el objetivo de esta metodología de validación fue comparar los resultados que entrega el programa PLANBEN versus aquellos entregados por el MGI bajo las mismas condiciones. Para comparar de manera adecuada los resultados arrojados por cada uno de éstos, el programa PLANBEN fue modificado de manera que sólo trabajase con variables continuas. Este cambio sólo afecta a las variables del subproblema de inversión, donde algunas de ellas estaban restringidas a tomar valores binarios enteros (ver capítulo 2).

Como se señaló más arriba, los programas PLANBEN y MGI fueron utilizados para resolver el problema de planificación del SIC para distintos horizontes de estudio (y distinto número de períodos). El resto de los parámetros requeridos por los modelos se mantuvieron constantes y corresponden a los señalados en el punto anterior. En la próxima página se muestran los resultados obtenidos por los programas PLANBEN y MGI en cuanto a costos de inversión.

Tabla 4.2 Costos (en MMUS\$) obtenidos para distintos horizontes de estudio

| Horizonte de estudio (años) | MGI | PLANBEN (versión continua) | | |
|------------------------------------|--------------------|---------------------------------------|-----------------|--------------------|
| | Costo total | Costo Inversión | Costo Operación | Costo total |
| 1 | 544 | 231 | 316 | 547 |
| 5 | 1279 | 757 | 527 | 1285 |
| 13 | 2383 | 1263 | 1123 | 2386 |
| 17 | 2766 | 1454 | 1323 | 2777 |

Dado que el número de casos analizados fue grande, sólo se muestra el plan de obras óptimo para el primer caso (horizonte de estudio de 1 año). El plan de obras entregado por el programa PLANBEN se compara con el entregado por el MGI (los valores que toman las variables en este modelo aparecen entre paréntesis cuando son distintos a los que toman en el caso del programa PLANBEN).

Tabla 4.3: Plan de instalación de centrales hidroeléctricas.

| Instalación centrales hidroeléctricas | | | |
|--|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0,364 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

Tabla 4.4 Plan de instalación de centrales térmicas

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 0 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 0 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

Tabla 4.5 Plan de ampliación de capacidad de las líneas

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0,25 (0,1286) |
| <i>Tramo #2</i> | 0,078 | 0,078 |
| <i>Tramo #3</i> | 0,104 (0,0072) | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

Las diferencias que existen entre los resultados entregados por los programas se deben, fundamentalmente, a dos factores. El primero guarda relación con errores de tipo numérico, mientras que el segundo con la tolerancia (capítulo 2) impuesta al algoritmo de Benders. Ésta fue establecida en un 1% (capítulo 3)

Además de comparar los resultados entregados por cada uno de los programas, fue posible comparar el tamaño de los problemas generados por cada uno de los modelos. En la próxima página se muestra un cuadro que resume el número de restricciones y variables de los problemas de optimización.

Tabla 4.6 Tamaño de los problemas de optimización para distintos horizontes de estudio

| Horizonte de estudio (años) | MGI | | PLANBEN (versión continua) | | | |
|-----------------------------|----------|---------|----------------------------|---------|--------------------------|---------|
| | | | Subproblema de inversión | | Subproblema de operación | |
| | Nº Rest. | Nº Var. | Nº Rest. | Nº Var. | Nº Rest. | Nº Var. |
| 1 | 188 | 279 | 131 | 37 | 208 | 156 |
| 5 | 728 | 1116 | 274 | 139 | 832 | 624 |
| 13 | 1268 | 1953 | 617 | 241 | 1456 | 1092 |
| 17 | 1448 | 2232 | 648 | 275 | 1664 | 1248 |

Como puede verse, el número de variables del subproblema de inversión es mucho menor que el número total de variables del MGI. Esta es una de las ventajas de aplicar el *algoritmo de Benders* a la solución del problema de planificación, ya que permite resolver el subproblema de inversión mediante programación entera en un tiempo considerablemente menor que el que tomaría resolver mediante esta metodología el programa MGI.

El tiempo de solución que emplea cada uno de los programas para encontrar los planes óptimos de inversión en cada uno de los casos analizados, puede verse en la siguiente tabla.

Tabla 4.7 Comparación de tiempos de solución en el caso continuo

| Horizonte de estudio (años) | Número de períodos | MGI | PLANBEN |
|------------------------------------|---------------------------|------------|----------------|
| 1 | 1 | 2,60 seg | 1 min |
| 5 | 4 | 31,5 seg | 17 min |
| 13 | 7 | 110 seg | 2 hr. 11 min |
| 17 | 8 | 142 seg | 6 hr. 5 min |

De esta tabla se desprende que una de las desventajas de resolver el problema de planificación mediante el algoritmo de Benders, es el tiempo que demora en llegar a las soluciones óptimas. La razón de estos altos tiempos es que PLANBEN debe resolver en cada iteración 4 problemas lineales: el subproblema de inversión y 3 subproblemas de operación (1 por cada hidrología). Esto, sumado al hecho que implica tener una gran cantidad de restricciones en el subproblema de operación (lectura de datos, solución del problema, etc.), hace que el programa tome un tiempo considerable para su ejecución. Sin embargo, esta desventaja debería transformarse en ventaja al resolver el subproblema de inversión mediante programación entera-mixta, ya que en ese caso disminuye el número de variables que tienen los subproblemas de inversión en PLANBEN con respecto al número de elementos que tiene el modelo MGI.

4.4.2 Comportamiento de los costos frente a variaciones en los parámetros de los modelos

Para llevar a cabo esta metodología de validación, se decidió que el horizonte de tiempo para el cual se haría el estudio de planificación del SIC fuera de 3 años. Dado que el modelo utilizado para representar los sistemas eléctricos requiere que se definan períodos de estudio (capítulo 2), se decidió que éstos fueran 3. De esta manera cada uno de ellos tendría una duración de 1 año.

Una vez definido el horizonte de estudio, se decidió que el caso base a partir del cual se harían las modificaciones tendría las mismas características que los casos vistos en el punto anterior (número de hidrologías, estaciones, nudos, etc.).

Las modificaciones que se hicieron al caso base son:

- M1 : Aumento de la demanda de cada período en un 20%.
- M2 : Disminución de la demanda de cada período en un 20%.
- M3 : Variación de los años comprendidos por cada período. Se pasó de 1 año a 3 años por período.
- M4 : Disminución del aporte de potencia de las centrales térmicas en cada uno de las estaciones. El aporte de las centrales térmicas futuras con generación explícita se disminuyó en un 30%, mientras que para las otras la disminución fue de un 80%

Los resultados que se obtuvieron en términos de costos, tanto para el caso base, como para cada una de las modificaciones señaladas anteriormente, se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 4.8 Costos (en MMUS\$) obtenidos en distintos escenarios

| Condición | MGI | PLANBEN | | |
|------------------|--------------------|---------------------------|-----------------|--------------------|
| | | (versión continua) | | |
| | Costo total | Costo Inversión | Costo Operación | Costo total |
| Caso base | 2853 | 1522 | 1338 | 2861 |
| M1 | 4298 | 2230 | 2066 | 4297 |
| M2 | 1698 | 1238 | 462 | 1700 |
| M3 | 1923 | 883 | 1049 | 1932 |
| M4 | 3245 | 2062 | 1223 | 3285 |

Puede apreciarse como al crecer la demanda para cada uno de los períodos analizados, los costos de inversión y operación suben. Lo mismo, pero en sentido opuesto, ocurre cuando la demanda disminuye.

Como era de esperarse, al aumentar la extensión (número de años) de cada período, tanto el costo de inversión como el de operación disminuyen. Esto se debe a que las inversiones que se deben realizar pueden atrasarse en el tiempo e incluso cambiar. Esto último pudo comprobarse al revisar la solución de este caso.

Por último, al disminuir el aporte de las centrales térmicas futuras, el costo de inversión sube (producto del mayor número de centrales hidráulicas que se instalan), mientras el costo de operación disminuye. Esto último se debe a que dado que se instala un mayor número de centrales hidráulicas y el costo de generación asociado a ellas es cero, el costo de operación disminuye.

4.5 Aplicación de PLANBEN a un Problema de Planificación del SIC

El programa PLANBEN (en sus 2 versiones) se aplicó a un problema de planificación de inversiones del Sistema Interconectado Central para un horizonte de 5 años con 4 períodos. Por lo tanto el tamaño del modelo es:

Tabla 4.9 Número de variables y restricciones del problema

| Subproblema | N° de Variables | | N° Restricciones |
|------------------|--------------------|-----------|------------------|
| | Enteras (Binarias) | Continuas | |
| <i>Inversión</i> | 48 | 91 | 274 |
| <i>Operación</i> | ----- | 624 | 832 |

4.5.1 Resultados entregados por el programa PLANBEN (versión continua)

En el caso continuo, es decir cuando las variables binarias del subproblema de inversión están restringidas a un rango continuo entre 0 y 1, los costos de inversión y operación resultaron ser:

| | | |
|--------------------|---|--------------------|
| Costo de Inversión | : | 757 MMUS\$ |
| Costo de Operación | : | 527 MMUS\$ |
| Costo total | : | 1285 MMUS\$ |

El plan de inversión óptimo que entrega PLANBEN en su versión continua puede verse en Anexo C.

Las variaciones que experimentan los costos indicados anteriormente en cada una de las iteraciones que realiza el algoritmo de Benders, así como la forma en

que cambian los límites superior e inferior que se definen en éste (capítulo 3), pueden verse en los siguientes gráficos.

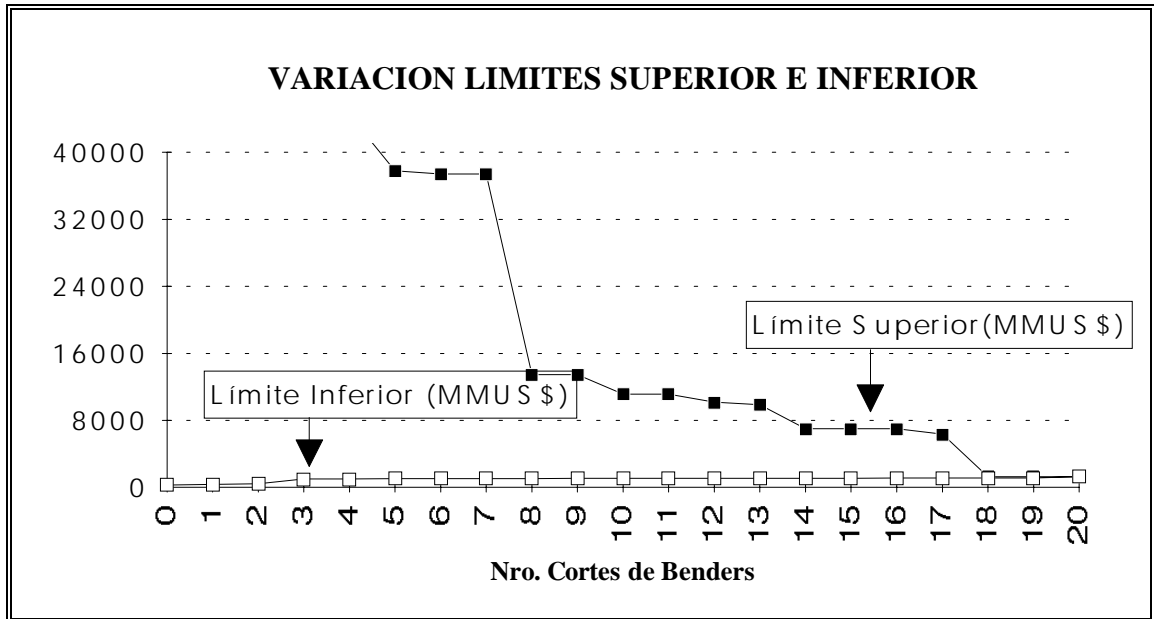


Figura 4.3 Variación límites superior e inferior del algoritmo de Benders en el caso continuo

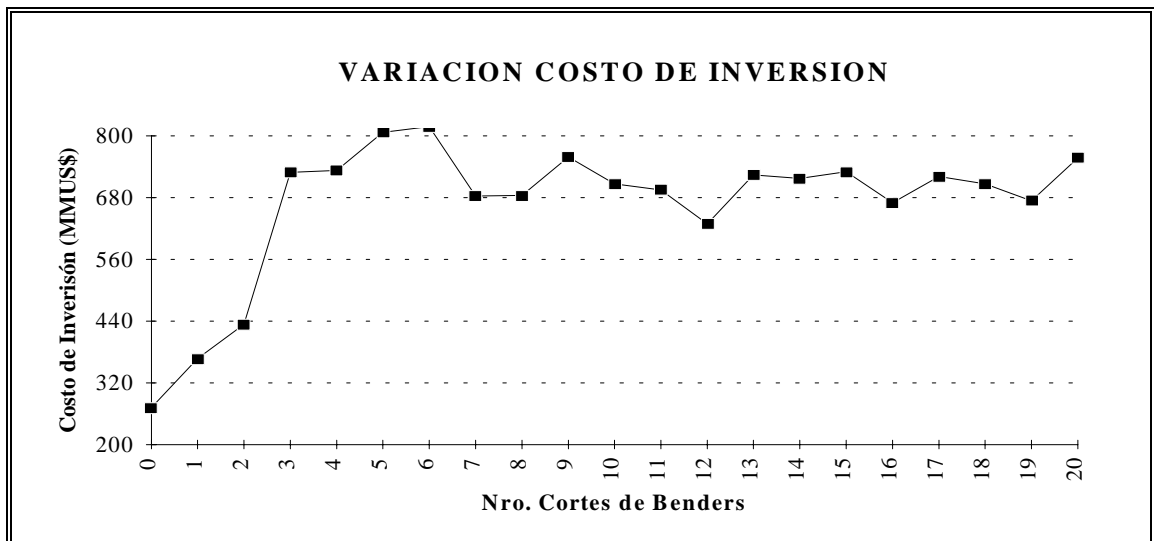


Figura 4.4 Variación del costo de inversión en el continuo

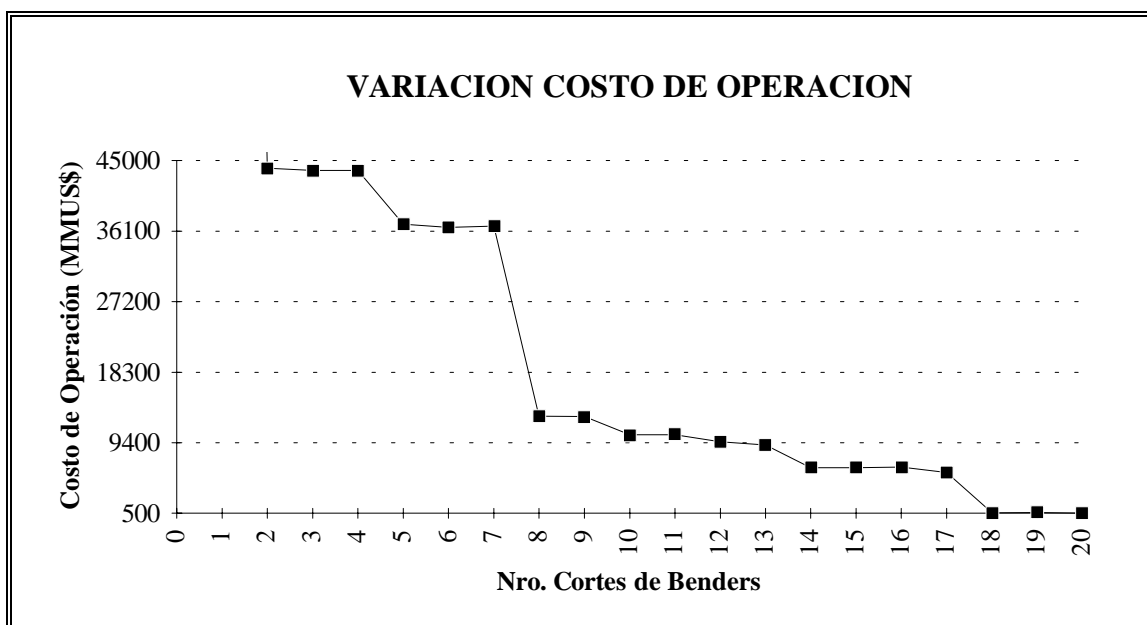


Figura 4.5 Variación del costo de operación en el caso continuo

4.5.2 Resultados entregados por el programa PLANBEN (versión entera)

En el caso continuo, es decir cuando las variables binarias del subproblema de inversión están restringidas a un rango continuo entre 0 y 1, los costos de inversión y operación resultaron ser:

| | | |
|--------------------|---|--------------------|
| Costo de Inversión | : | 770 MMUS\$ |
| Costo de Operación | : | 591 MMUS\$ |
| Costo total | : | 1362 MMUS\$ |

El plan de inversión óptimo que entrega PLANBEN en su versión continua puede verse en Anexo D.

Las variaciones que experimentan los costos indicados anteriormente en cada una de las iteraciones que realiza el algoritmo de Benders, así como la forma en que cambian los límites superior e inferior que se definen en éste (capítulo 3), pueden verse en los siguientes gráficos.

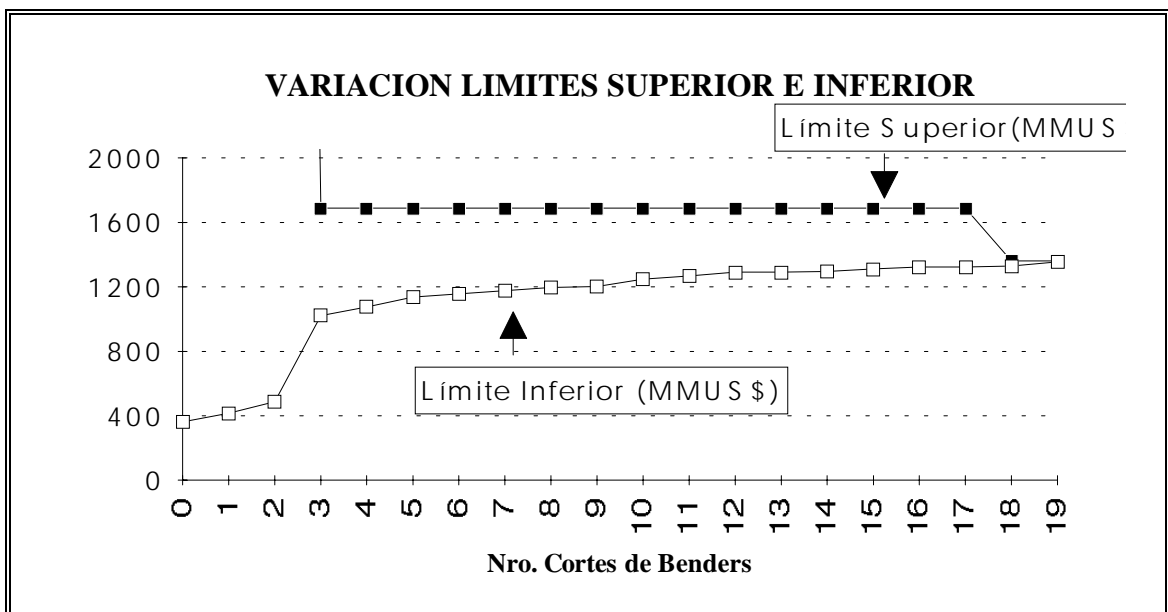


Figura 4.6 Variación límites superior e inferior del algoritmo de Benders en el caso entera

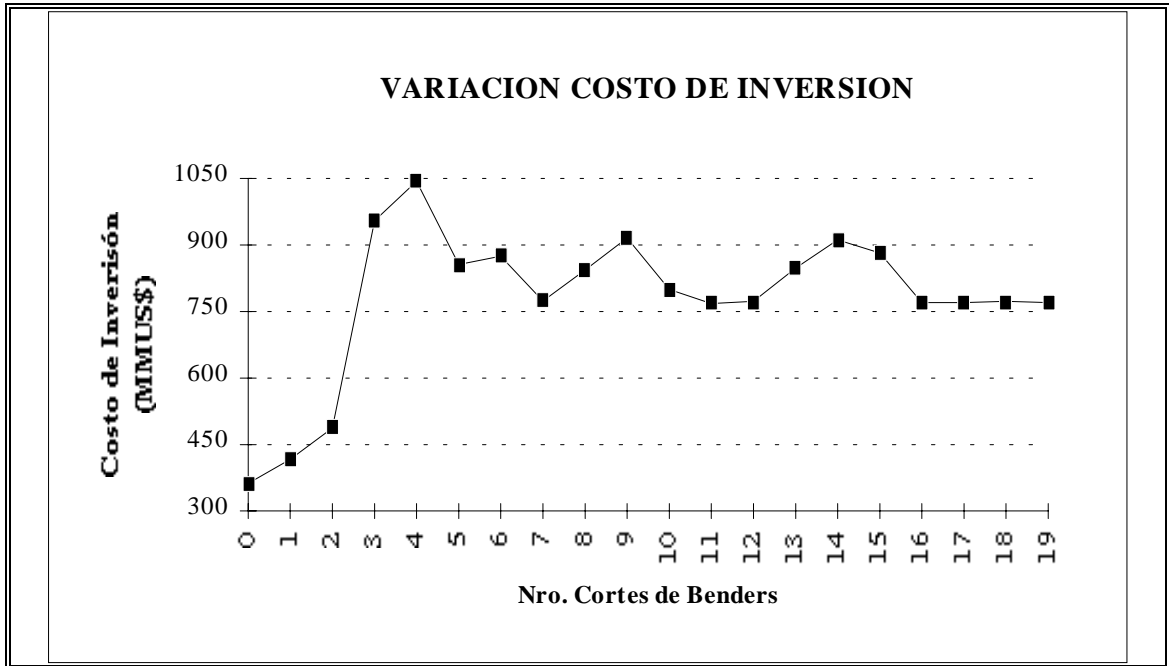


Figura 4.7 Variación del costo de inversión en el caso entera

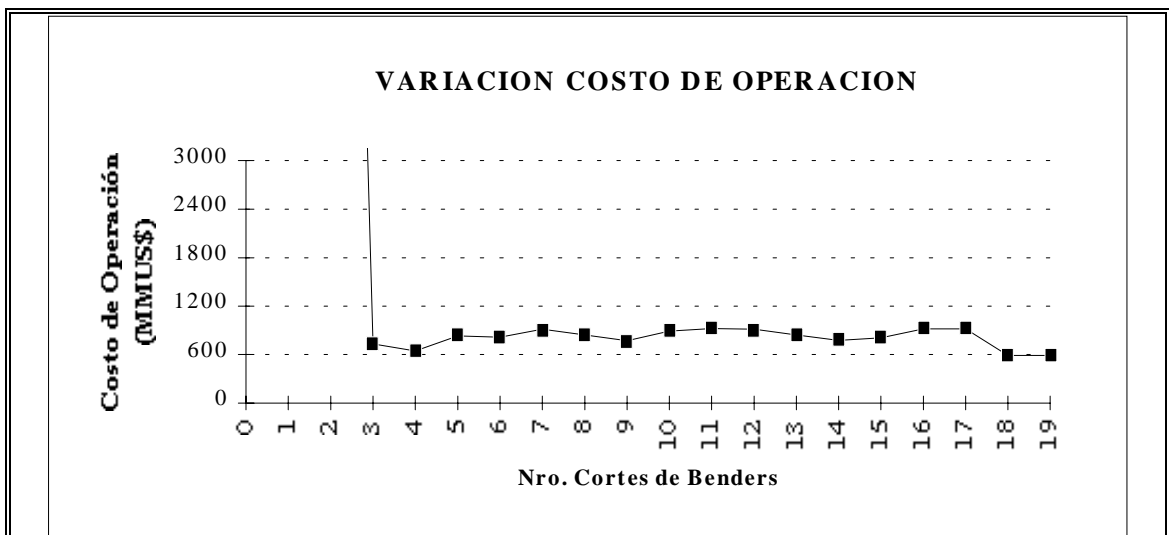


Figura 4.8 Variación del costo de operación en el caso entera

4.5.3 Análisis y comparación de los resultados entregados por los programas

Como puede verse en los resultados entregados en los puntos anteriores, en el caso entero la convergencia de los límites inferior y superior que define el algoritmo de Benders, se alcanza para un valor un poco superior al valor que éstos alcanzan en la versión continua. Esto concuerda con lo que se esperaba, ya que al ser el problema entero más acotado que el problema continuo, el costo total debe ser mayor.

Lo mismo sucede en el caso de los costos de inversión y operación, ya que éstos presentan valores finales superiores a los obtenidos en el caso continuo.

Con respecto a las soluciones que se obtuvieron (en lo que se refiere al valor que tomaron las variables luego de la convergencia del algoritmo), puede verse como en el caso entero la inversión en instalación de centrales hidráulicas y líneas de transmisión (variables binarias) es postergada hasta el último período del estudio. Esto se explica porque en el caso entero la inversión en una central puede tomar 2 valores, o cero o el costo total de inversión, lo cual implica que conviene postergar este tipo de decisiones, de tal manera que el valor presente sea lo menor posible. También puede verse como en el caso entero son instaladas centrales térmicas de mayor capacidad en los primeros períodos del estudio. Esto se explica por la necesidad que existe de abastecer tanto las demandas de potencia como de energía, lo cual requiere que se instalen centrales térmicas dado que no se instalan centrales hidráulicas y no se amplían las líneas de transmisión.

V. CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS

En este trabajo se ha discutido el problema de selección de inversiones en el sector eléctrico. Además de formular un modelo que permite representar este tipo de problemas, se ha desarrollado y aplicado una metodología alternativa (la cual se basa en el *algoritmo de descomposición de Benders*) para resolverlos.

El algoritmo de descomposición fue aplicado a un modelo lineal (el cual es usado en el país) denominado Modelo Global de Selección de Inversiones (MGI). Para poder implementar esta metodología de solución fue necesario desacoplar el problema de planificación en 2 módulos: un subproblema de inversión y otro de operación. Esto implicó hacer 2 cambios claves al modelo inicial. Éstos son descritos a continuación:

- a) Se crearon variables explícitas para representar la generación de las centrales hidroeléctricas y turbina a gas futuras en el subproblema de operación. En el modelo original este tipo de variables estaba representada en forma implícita, es decir una vez que estas centrales se instalaban, la generación de ellas podía descontarse de las demandas de energía en forma automática. Esto se debe a que el costo asociado a su generación es cero (en el caso de las turbinas a gas también, ya que una vez que éstas se instalan, están obligadas a generar).

El objetivo de estas nuevas variables es representar la generación de cada una de estas centrales de manera independiente, de modo de contar con un multiplicador dual que represente de manera directa el impacto que tiene cada una de estas centrales en el costo del subproblema de operación.

Este cambio fue fundamental para el desarrollo del algoritmo, ya que en éste aquellas variables de inversión que forman parte del subproblema de operación deben tener asociados multiplicadores duales independientes que representen el impacto que tienen ellas en los costos de operación del problema.

- b) Fue necesario considerar la posibilidad que el sistema fallara (en lo que a generación de energía se refiere), ya que esto asegura que el subproblema de operación siempre será factible y tendrá una solución óptima. Este fue uno de los requisitos para poder desacoplar el problema original.

Al comparar los resultados obtenidos por los programas MGI y PLANBEN (versión continua) para un mismo problema de planificación, y verificar su semejanza, se puede concluir que es posible descomponer el problema de planificación de la expansión de los sistemas eléctricos en 2 subproblemas y asegurar la convergencia del algoritmo de descomposición en un número finito de iteraciones.

A partir de los resultados obtenidos, se puede concluir que es posible descomponer el problema de planificación de la expansión de los sistemas eléctricos en 2 subproblemas y asegurar la convergencia del algoritmo de descomposición en un número finito de iteraciones.

Las ventajas que presenta este nuevo programa frente al modelo MGI son:

- a) Da una mejor señal sobre las inversiones de inversión que se deben tomar, ya que al estar restringidas las variables de inversión asociadas las centrales hidroeléctricas y a las líneas de transmisión a tomar sólo valores enteros binarios, las soluciones que se obtienen para estas variables, en términos de factibilidad, son mucho más adecuadas. En el caso que todas las variables estén restringidas a rangos contiuos se puede llegar a soluciones que pueden ser erroneas en términos de inversión en nuevas centrales generadoras o líneas de transmisión (por ejemplo no se puede instalar un porcentaje de una central a un costo variable de inversión -MMUS\$/KW- y el resto a otro, lo cual sucede si las centrales hidráulicas son modeladas por variables continuas).
- b) Permite ocupar distintos tipos de programas para la solución de cada uno de los subproblemas. Por ejemplo, es posible aplicar mejores programas o modelos para resolver o representar el subproblema de operación, mientras el subproblema de inversión es resuelto mediante programación entero-mixta.

- c) Bajo algunas circunstancias, permite disminuir el tiempo en obtener soluciones óptimas con respecto a otros programas. Por ejemplo, como el algoritmo de Benders reduce el número de variables del subproblema de inversión, es posible obtener soluciones enteras de manera más rápida que si se trata con programas que generan un mayor número de variables para representar el problema de planificación (caso del MGI, por ejemplo).

La mayor desventaja del programa desarrollado se reacciona con el tiempo que tarda éste en llegar a los programas de inversión óptimos. En el caso que todas las variables de inversión del modelo están restringidas a intervalos continuos de valores (versión continua), el tiempo que demora en solucionar PLANBEN el problema de planificación es muy superior al que demora el modelo MGI. Sin embargo, en el caso que algunas de las variables de inversión estuviesen restringidas a valores enteros (versión entera), esta situación podría cambiar (esto no pudo ser comprobado). Esto se debe principalmente al menor número de variables que se manejan en el subproblema de inversión (donde se definen las variables enteras), el cual es el encargado de proponer planes de obras al subproblema de operación.

Como desarrollos futuros más inmediatos se propone, entre otras cosas:

- a) Modelar de una manera más fiel cada uno de los subproblemas presentados en este trabajo. Este tipo de desarrollos puede aplicarse especialmente al subproblema de operación del modelo, donde se requiere representar de una manera más adecuada el sistema de transmisión y las pérdidas asociadas al intercambio de potencia y energía.
- b) Reemplazar alguno de los subproblemas por programas que realicen una mejor operación del sistema eléctrico. Esto puede aplicarse principalmente al subproblema de operación, donde faltaría representar, por ejemplo, la operación de las centrales con embalse y la existencia del lago Laja.

BIBLIOGRAFIA

- [Jara94] JARAMILLO, P. (1994) Planificación de Sistemas Eléctricos de Potencia. **Apuntes del Curso, Pontificia Universidad Católica de Chile.** Santiago, CHILE.
- [Skok94] SKOKNIC, E. (1994) Planificación de Sistemas Eléctricos de Potencia. **Apuntes del Curso, Pontificia Universidad Católica de Chile.** Santiago, CHILE.
- [Skok83] Skoknic, E., Gatica, P. y Espinoza I. (1983) Descripción y uso de un Modelo de Operación del Sistema Interconectado Central de Chile. **Empresa Nacional de Electricidad S.A. (ENDESA).** Santiago, CHILE.
- [Skok87] Skoknic, E. y Calderón, E. (1987) Modelo Global de Inversiones (MGI). Descripción General y Planteamiento de las Ecuaciones. **Empresa Nacional de Electricidad S.A. (ENDESA).** Santiago, CHILE.
- [Ande86] ANDERSON, D. (1986) Models for determining least cost investments in electricity supply. Apuntes Curso de Perfeccionamiento Proyectos Optimización de los Sistemas de Energía Eléctrica dictado por George Gross. **Pontificia Universidad Católica de Chile.** Santiago, CHILE.
- [Gros87] GROSS, G. (1986) Planificación y Operación Económica de Sistemas de Potencia. Apuntes Curso de Perfeccionamiento Proyectos Optimización de Sistemas de Energía Eléctrica. **Pontificia Universidad Católica de Chile.** Santiago, CHILE.
- [Lee85] LEE, K., YOUN, L. y PARK, Y. (1985) Optimal Operation of Hydro Plants in Long-Range Generation Expansion Planning based on Analytical Production Costing Model. **IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems.** Rio de Janeiro, BRAZIL.
- [Haki85] HAKIMMASHHADI, H. y YAMAYEE, Z. (1985) Long-Range Generation Planning in a Predominantly HydroSystem. **IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems.** Rio de Janeiro, BRAZIL.

- [Baja85] BAJAY, S., RICCIULLI, D. y FERNANDES, J. (1985) Expansion Planning of Hydrothermal Power Systems, Optimizing the Multiple Use of the Water from Power Plant Reservoirs, via Conversational Multi-Objective Algorithms. **IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems**. Rio de Janeiro, BRAZIL.
- [Wood84] WOOD, A. y WOLLENBERG, B. (1984) **Power Generation, Operation and Control**. John Wiley, New York, USA.
- [Cabe93] CABELLO, R. (1993). Modelo Global de Selección de Inversiones MGI. **Departamento de Movilización de Energía, Empresa Nacional de Electricidad S.A.** Santiago, CHILE.
- [Pere92] PEREIRA, M. (1992). Planificación de Sistemas Eléctricos. **Apuntes curso Planificación de Sistemas Eléctricos, Pontificia Universidad Católica de Chile**. Santiago, CHILE.
- [Pint93] PINTO, L. (1993) Optimización de Sistemas Eléctricos: Planificación y Operación. **Curso Tutorial, Pontificia Universidad Católica de Chile**. Santiago, CHILE.
- [Pere85] PEREIRA, M., PINTO, L., CUNHA, S. y OLIVEIRA, G. (1985) A Decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No 11**. USA.
- [Bloo83] BLOOM, J. (1993) Solving an Electricity Generation Capacity Expansion Problem by Generalized Benders Decomposition. **Operations Research, 31, No 1**. USA.
- [Cont91] CONTESSE, L. (1991) Optimización. Apuntes del Curso, **Pontificia Universidad Católica de Chile**. Santiago, CHILE.

ANEXOS

ANEXO A : EXPRESIÓN ALTERNATIVA PARA EL CORTE DE BENDERS

Como se vió en el capítulo 3, el problema de planificación de sistemas eléctricos puede descomponerse de manera natural en dos subproblemas y ser resuelto a través de una técnica matemática de descomposición denominada *descomposición de Benders*. Ésta se basa en la solución iterativa de dos subproblemas, uno que consiste en minimizar el costo de inversión en nuevas centrales y líneas de transmisión (3.10) y otro cuyo objetivo es minimizar el costo de operación del sistema, dada cierta configuración futura (3.11).

Ahora bien, la interacción entre los subproblemas de inversión y operación se realiza a través de los llamados *cortes de Benders*. Cada uno de éstos está representado por la ecuación:

$$\alpha \geq \pi^* (h - Ex) \quad (\text{A.1})$$

En el capítulo 3 se presentó el problema dual del subproblema de operación (3.4). A partir de la igualdad de las soluciones de los problemas primal y dual, es posible plantear la siguiente relación:

$$w(x^*) = \pi^* (h - Ex^*) \quad (\text{A.2})$$

donde:

$$\begin{aligned} w(x^*) &= \text{solución del subproblema de operación} \\ &\quad (3.11) \text{ para el plan de inversión } x^*. \\ \pi^*(h-Ex) &= \text{solución del problema dual del} \\ &\quad \text{subproblema de operación, para el plan de} \\ &\quad \text{inversión } x^* \text{ y donde } \pi^* \text{ es el vértice (de la} \\ &\quad \text{región } \Pi) \text{ donde este problema alcanza el} \\ &\quad \text{máximo.} \end{aligned}$$

De esta relación se puede deducir lo siguiente:

$$\pi^* h = w(x^*) + \pi^* Ex^* \quad (\text{A.3})$$

Así el *corte de Benders* expresado en (A.1) puede ser escrito en forma equivalente como:

$$\alpha \geq w(x^*) + \pi^* E(x^* - x) \quad (\text{A.4})$$

Esta expresión alternativa puede ser generalizada también a los problemas estocásticos. Como se vió en el capítulo 3, para este tipo de problemas existen dos alternativas de solución. En la primera de ellas, el *corte de Benders* en la k-ésima iteración está representado por la ecuación:

$$\alpha \geq \sum p_j \pi_j^k (h_j - E_j x) \quad j = 1..n \quad (\text{A.5})$$

Aplicando a ésta la relación (A.3), es posible deducir que la expresión alternativa para esta ecuación en la k-ésima iteración es:

$$\alpha \geq \omega(x^k) + \sum p_j \pi_j^k E_j (x^k - x) \quad (\text{A.6})$$

donde:

α = valor esperado del costo de operación

$\omega(x^k) = \sum p_j w_j(x^k)$

De manera similar se puede proceder con la segunda alternativa. Aquí cada uno de los *cortes de Benders* en la k-ésima iteración está representado por ecuaciones de la forma:

$$\alpha \geq \pi_j^k (h_j - E_j x) \quad (\text{A.7})$$

Aplicando a ésta la relación (A.3), es posible deducir que la expresión alternativa para esta ecuación en la k-ésima iteración es:

$$\alpha \geq w(x^k) + \pi_j^k E_j (x^k - x) \quad (\text{A.8})$$

La expresión (A.4), que fue la ecuación que se utilizó para formar los cortes de Benders en este trabajo, puede ser obtenida de forma equivalente a partir de la siguiente observación. Considere la función:

$$H(x) = h - Ex \quad (\text{A.9})$$

que define el lado derecho de las restricciones del subproblema de operación (3.11). Si π^* es el vector de variables duales asociado a la solución óptima de este problema, entonces se sabe que:

$$\delta w(x)/\delta H(x) = \pi^* \quad (\text{A.10})$$

(en $x = x^*$)

Utilizando la regla de la cadena, se puede deducir la derivada de $w(x)$ con respecto a x :

$$\left. \frac{dw(x)}{dx} \right|_{x=x^*} = \frac{dw(x)}{dH(x)} \cdot \left. \frac{dH(x)}{dx} \right|_{x=x^*} = -\pi \cdot E \quad (\text{A.11})$$

Como se puede ver en la figura 3, la función w es una función lineal por partes. Un subgradiente en el punto $x = x^*$ es $-\pi^*E$, una vez que satisface:

$$w(x) \geq w(x^*) - \pi^*E(x - x^*) \quad (\text{A.12})$$

o, denotando $w(x^*)$ como α :

$$\alpha \geq w(x^*) + \pi^*E(x^* - x) \quad (\text{A.13})$$

que corresponde a la expresión alternativa para el *corte de Benders*.

ANEXO B : DESCRIPCION DEL PROGRAMA DESARROLLADO

El problema de planificación de sistemas eléctricos puede estructurarse, como un problema de optimización lineal y analíticamente puede plantearse como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad c^t x \quad + \quad d^t y \\
 & \text{s.a.} \quad Ax \quad \geq b \\
 & \quad \quad Ex \quad + \quad Fy \geq h \\
 & \quad \quad x_i \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1 \dots h \\
 & \quad \quad x_i \geq 0 \quad \quad ; \quad i = h+1 \dots m \\
 & \quad \quad y \geq 0
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

De acuerdo a este planteamiento, todas las restricciones que sólo guardan relación, por ejemplo con las variables \mathbf{x} , son agrupadas en las matrices \mathbf{A} y \mathbf{b} , lados derecho e izquierdo de cada una de éstas, respectivamente. Dado que la matriz \mathbf{A} está compuesta por 5 tipos distintos de restricciones (Capítulo II), ésta puede descomponerse en 5 submatrices (lo cual también es válido para el resto de las matrices de (B.1)), o sea:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} = & \begin{array}{|c|} \hline A_1 \\ \hline A_2 \\ \hline \dots \\ \hline A_u \\ \hline \end{array} & \mathbf{b} = & \begin{array}{|c|} \hline b_1 \\ \hline b_2 \\ \hline \dots \\ \hline b_u \\ \hline \end{array} & \mathbf{E} = & \begin{array}{|c|} \hline E_1 \\ \hline E_2 \\ \hline \dots \\ \hline E_q \\ \hline \end{array} & \mathbf{F} = & \begin{array}{|c|} \hline F_1 \\ \hline F_2 \\ \hline \dots \\ \hline F_q \\ \hline \end{array} & \mathbf{h} = & \begin{array}{|c|} \hline h_1 \\ \hline h_2 \\ \hline \dots \\ \hline h_q \\ \hline \end{array}
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Aprovechando esta característica de la modelación propuesta para resolver este problema, el programa ha sido desarrollado en forma modular, es decir, para cada una de las submatrices presentadas más arriba, se ha implementado una subrutina capaz de construirla (por ejemplo, en una misma subrutina se construye \mathbf{A}_1 y \mathbf{b}_1).

A continuación se explica con mayor detalle la estructura y elementos que forman el programa.

Estructura del Programa

El programa computacional desarrollado puede ser dividido en 2 bloques. En el primero de ellos se construye la función objetivo y restricciones del primer subproblema, mientras que en el segundo se construye todo lo relacionado con el segundo subproblema. La interacción entre ambos bloques es dirigida por un conjunto de instrucciones que están incluidas en el programa.

Ahora bien, cada uno de estos bloques está compuesto por un conjunto de subrutinas que pueden ser catalogadas en 3 categorías:

a.- Subrutinas que construyen funciones objetivo

El objetivo de este tipo de subrutina es construir las funciones objetivo de los subproblemas de inversión y operación. De esto se deduce que en cada uno de los bloques mencionados anteriormente debe existir una de estas estructuras.

El nombre que se dió a estas subrutinas fue:

- MATRIZC : construye la función objetivo del subproblema de inversión.
- MATRIZD : construye la función objetivo del subproblema de operación.

b.- Subrutinas que construyen restricciones

El objetivo de estas subrutinas es construir las restricciones de cada uno de los subproblemas. Como se mencionó más arriba, cada una de ellas construye un tipo de restricción del problema de planificación. Una vez que todas las restricciones ya han sido construídas, son unidas las pertenecientes a cada uno de los subproblemas, de manera de formar finalmente cada una de las matrices presentadas en (B.2).

A continuación se enumeran estas subrutinas y la restricción que construye cada una de ellas.

Nombre Subrutina Nombre Restricción

| | |
|----------|--|
| MATRIZA1 | Abastecimiento de demanda máxima. |
| MATRIZA2 | Límites de transmisión de potencia a través de líneas. |
| MATRIZA3 | Coordinación de instalación de centrales hidráulicas. |
| MATRIZA4 | Coordinación de la ampliación del sistema de transmisión. |
| MATRIZA5 | Máxima capacidad de instalación de centrales térmicas futuras. |
| MATRIZF1 | Abastecimiento de la demanda de energía en cada una de las estaciones. |
| MATRIZF2 | Límites de transmisión de energía por líneas. |
| MATRIZF3 | Límites máximos de generación de centrales térmicas. |
| MATRIZF4 | Límites mínimos de generación de centrales térmicas. |
| MATRIZF5 | Límites máximos de generación de centrales hidráulicas y turbinas a gas futuras. |

Una vez que han sido formadas estas matrices, y con el objetivo de aprovechar la existencia de programas computacionales diseñados para resolver problemas lineales, se llama a subrutinas que transforman el formato del problema presentado en (B.1), a un formato denominado *MPS*. Dado que las matrices son formadas en forma independiente en cada uno de los bloques citados más arriba, en cada uno de ellos existe una de estas subrutinas.

La construcción de cada tipo de restricción, así como su posterior unión, se realiza en forma independiente en cada uno de los bloques a los cuales se ha hecho mención.

c.- Subrutina que llaman a programas anexos

Como se vió en el capítulo II, la modelación planteada para resolver el problema de planificación determinó que el problema de programación fuese de tipo mixto. Esto quiere decir que algunas de las variables pueden tomar valores continuos, mientras que otras sólo pueden tomar valores discretos. De hecho, y tal como puede verse en el capítulo III, sólo las variables que forman el primer subproblema (subproblema de inversión) tienen esta característica, ya que algunas de ellas están restringidas a valores binarios (valores enteros 0 ó 1), mientras otras pueden tomar cualquier valor continuo (dentro de un cierto rango).

La subrutinas encargada de llamar a un programa anexo a PLANBEN es:

- Subrutina **soluci**: ésta cumple una doble función. Por un lado transforma al formato *MPS* las ecuaciones del subproblema de operación e inversión, y por el otro llama al paquete computacional **MINOS**, el que se encarga de resolver estos subproblemas (en el caso que las variables del subproblema de inversión sean continuas).

d.- Subrutina que construye los cortes de Benders

El objetivo de esta subrutina es construir, a partir de lo planteado en el capítulo III, restricciones que representan los cortes de Benders. Ésta forma parte del segundo bloque (subproblema de operación).

**ANEXO C : PROGRAMA DE INVERSIONES ENTREGADO POR
PLANBEN**

El programa de inversiones entregado por PLANBEN, en el caso continuo (cuando las variables binarias del subproblema de inversión están restringidas a un rango continuo entre 0 y 1) y para las condiciones señaladas en el punto 4.4, fue:

PERIODO Nr. 1

| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
|----------------|-----------------------------|-------------------------------------|--|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0,364 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 0 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 0 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-------------------------------|-------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0,14 |
| <i>Tramo #2</i> | 0,078 | 0,078 |
| <i>Tramo #3</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

PERIODO Nr. 2

| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
|----------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0,109 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 0 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 104,852 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 0 | 0,061 |
| <i>Tramo #3</i> | 0,07 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

PERIODO Nr. 3

| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
|----------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 72,634 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 61,359 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 0 | 0,078 |
| <i>Tramo #3</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

PERIODO Nr. 4

| Instalación centrales hidroeléctricas | | | |
|--|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0,527 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 0 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 178,767 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 0 | 0,078 |
| <i>Tramo #3</i> | 0,499 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

**ANEXO D : PROGRAMA DE INVERSIONES ENTREGADO POR
PLANBEN (VERSION ENTERA)**

El programa de inversiones entregado por PLANBEN, en el caso entero (cuando las variables binarias del subproblema de inversión están restringidas a un rango continuo entre 0 y 1) y para las condiciones señaladas en el punto 4.4, fue:

PERIODO Nr. 1

| Central | Etapas Pasada (%) | Etapas Intermedia (%) | Etapas Sobreequipamiento (%) |
|----------------|--------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 26 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 126 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #3</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

PERIODO Nr. 2

| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
|----------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 1,012 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 143,237 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #3</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

PERIODO Nr. 3

| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
|----------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 35,25 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 41,343 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #3</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |

PERIODO Nr. 4

| Central | Etapa Pasada (%) | Etapa Intermedia (%) | Etapa Sobreequipamiento (%) |
|----------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <i>CHO</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>CON</i> | 0 | 0 | 0 |
| <i>RAL</i> | 1 | 0 | 0 |
| <i>COR</i> | 0 | 0 | 0 |

| Instalación centrales térmicas | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Central | Potencia instalada (MW) |
| <i>Central C25</i> | 0 |
| <i>Central C30</i> | 0 |
| <i>Central C45</i> | 0 |
| <i>Central C60</i> | 0 |
| <i>Central NUC</i> | 0 |
| <i>Turbina a Gas</i> | 0 |

| Ampliación del sistema de transmisión | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tramo | Ampliación etapa 1 (%) | Ampliación etapa 2 (%) |
| <i>Tramo #1</i> | 0 | 0 |
| <i>Tramo #2</i> | 1 | 0 |
| <i>Tramo #3</i> | 1 | 0 |
| <i>Tramo #4</i> | 0 | 0 |