



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

---

**FRONTERAS DE EFICIENCIA,  
METODOLOGÍA PARA LA  
DETERMINACIÓN DEL VALOR  
AGREGADO DE DISTRIBUCIÓN**

**RAÚL EDGARDO SANHUEZA HORMAZÁBAL**

Tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:

**HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD**

Santiago de Chile, Noviembre, 2003



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
Departamento de Ingeniería Eléctrica

---

# **FRONTERAS DE EFICIENCIA, METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DEL VALOR AGREGADO DE DISTRIBUCIÓN**

**RAÚL EDGARDO SANHUEZA HORMAZÁBAL**

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

**HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD**

**JUAN MANUEL ZOLEZZI CID**

**JORGE RAFAEL VERA A.**

**JULIÁN BUSTOS OBREGÓN**

**TOMÁS GÓMEZ SAN ROMÁN**

**EDUARDO VARAS**

Para completar las exigencias del grado de Doctor en Ciencias de la  
Ingeniería

Santiago de Chile, Noviembre, 2003

A mi esposa Silvia,  
a mis hijas Angela y Carla.

## **AGRADECIMIENTOS**

Un especial agradecimiento a mi querida esposa Silvia y a mis hijas Ángela y Carla por su comprensión, apoyo y sacrificios durante nuestra estadía en Santiago.

Un sincero agradecimiento a mi profesor supervisor Hugh Rudnick por su amistad y aliento al desarrollo de esta investigación.

Un agradecimiento al Sr. Héctor Lagunas por motivar y contribuir al desarrollo de esta investigación.

Agradecimientos a Fondecyt que por intermedio del proyecto N° 1040339 apoyó el desarrollo de esta investigación.

Agradezco a la Pontificia Universidad Católica de Chile que, a través del proyecto MECESUP 9903, depositó su confianza y apoyo al desarrollo de esta investigación.

Agradezco profundamente a la Universidad de Tarapacá, por darme la oportunidad de continuar mis estudios.

## ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA .....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
ÍNDICE GENERAL.....	iv
ÍNDICE DE TABLAS .....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	viii
RESUMEN .....	ix
ABSTRACT .....	xi
I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Regulación por empresa eficiente .....	1
1.2 Planteamiento y objetivos de la tesis.....	4
1.3 Justificación de la investigación .....	5
1.4 Metodología a desarrollar .....	8
1.5 Estructura de la tesis.....	9
II. ESQUEMA REGULATORIO POR EMPRESA EFICIENTE .....	11
2.1 Introducción .....	11
2.2 Generalidades y principios de la regulación en distribución .....	11
2.3 Identificación de costos en distribución .....	13
2.4 Esquemas regulatorios.....	14
2.4.1 Regulación por tasa de remuneración .....	15
2.4.2 Regulación con incentivo de eficiencia.....	17
2.4.3 Regulación por empresa eficiente.....	23
2.5 Importancia del benchmarking en la regulación.....	24
2.6 Metodología de frontera en el benchmark .....	25
2.7 Estudios previos .....	30
III. FRONTERAS DE EFICIENCIA .....	46
3.1 Introducción .....	46
3.2 Medición de la eficiencia.....	47
3.3 La eficiencia productiva.....	48

3.4	Análisis envolvente de datos (DEA) .....	51
3.4.1	Eficiencia débil y fuerte .....	55
3.4.2	Rendimientos a escalas .....	57
3.4.3	Otros modelos DEA .....	61
3.5	Procedimiento bootstrap en DEA .....	65
3.6	Fronteras estocásticas .....	69
3.6.1	Función de distancia .....	74
IV.	FACTORES PARA DETERMINAR EFICIENCIA EN EL VAD.....	78
4.1.	Introducción .....	78
4.2	Los datos .....	78
4.3	Las empresas de distribución .....	85
4.4	Relaciones entre las variables.....	87
4.5	Asociación entre grupos de variables .....	92
4.6	Indicadores de eficiencia en el VAD .....	97
V.	ANÁLISIS DE FRONTERAS DE EFICIENCIA EN EL VAD .....	102
5.1	Introducción .....	102
5.2	Análisis DEA.....	103
5.3	Análisis bootstrap .....	114
5.4	Análisis de frontera estocástica .....	117
5.4.1	Rendimientos a escala .....	122
5.5	Comparación de resultados de eficiencia en el VAD .....	123
5.6	Rentabilidad de las empresas .....	127
VI.	CONCLUSIONES .....	129
6.1	Aplicación de la metodología .....	130
6.2	Los objetivos de la tesis .....	132
6.3	Conclusiones relativas a las empresas de distribución chilenas ....	133
6.4	Limitaciones y recomendaciones .....	134
	BIBLIOGRAFÍA .....	138
	ANEXOS .....	151
	ANEXO A: Funciones de producción.....	152

ANEXO B: Función de distribución compuesta.....	157
ANEXO C: Análisis de componentes principales .....	159
ANEXO D: Aspectos para determinar la rentabilidad de las empresas .....	165

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 2.1: Caracterización de la frontera de eficiencia con metodología DEA .	44
Tabla 4.1: Empresas de distribución consideradas en el estudio .....	80
Tabla 4.2: Variables consideradas en el estudio.....	81
Tabla 4.3: Variables, agrupadas de acuerdo a características de diseño .....	84
Tabla 4.4: Estadística descriptiva de los datos.....	86
Tabla 4.5: Matriz de correlación lineal simple entre pares de variables.....	88
Tabla 4.6: ACP, Auto valores y correlación lineal .....	93
Tabla 5.1: Descripción de variables utilizadas en los modelos .....	105
Tabla 5.2: Resultados de eficiencia en el VAD para los modelos 1-3 .....	106
Tabla 5.3: Variables virtuales .....	108
Tabla 5.4: Grupo de referencia para cada empresa .....	110
Tabla 5.5: Variables de holgura, s .....	113
Tabla 5.6: Eficiencia corregida, corrección bootstrap .....	116
Tabla 5.7: Estadística descriptiva de las variables utilizadas.....	118
Tabla 5.8: Fronteras paramétricas estimadas .....	120
Tabla 5.9: Estimación de la eficiencia, método estocástico .....	121
Tabla 5.10: Eficiencia a escala .....	123
Tabla 5.11: Niveles de eficiencia encontrada para el VAD.....	124
Tabla 5.12 Resumen estadístico de la rentabilidad grupo de empresas.....	128



## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 3.1: Función de producción con dos entradas y una única salida.....	49
Figura 3.2: Representación lineal de una isocuanta unitaria, Farrel (1957)..	50
Figura 3.3: Eficiencia débil en DEA .....	56
Figura 3.4: Fronteras de eficiencia CRS y VRS.....	60
Figura 3.5: Función de densidad del error compuesto $\underline{\varepsilon}$ , con $\sigma_v^2 = 1$ y distintos valores de $\sigma_u^2$ .....	72
Figura 4.1: Plano principal del ACP para las variables total .....	95
Figura 4.2 Plano principal variables clientes-ventas e instalaciones .....	96
Figura 4.3 Plano principal variables, gestión y variables generales .....	97
Figura 5.1: Eficiencia en el VAD con distintos modelos de frontera .....	124
Figura 5.2: Eficiencia en el VAD, para todos los modelos .....	125
Figura 5.3: Diagrama para el chequeo de rentabilidad .....	128
Figura A.1: Función de producción de un producto y dos insumos .....	153
Figura A.2: Isocuantas .....	154
Figura B.1: Función de distribución media normal, $ N(0, \sigma_u^2) $ .....	157
Figura B.2: Función de distribución normal, $N(0, \sigma_v^2)$ .....	157
Figura C1: Plano principal .....	163
Figura C2: Primer plano principal .....	164
Figura D.1 Ciclo de explotación de las empresas de distribución.....	166
Figura D.2 Tiempo medio del ciclo de explotación.....	168

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE**

**ESCUELA DE INGENIERIA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELECTRICA**

**FRONTERAS DE EFICIENCIA, METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN  
DEL VALOR AGREGADO DE DISTRIBUCIÓN**

**Tesis enviada a la Dirección de Investigación y Postgrado en cumplimiento parcial de los  
requisitos para el grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería.**

**RAÚL EDGARDO SANHUEZA HORMAZÁBAL**

**RESUMEN**

Esta tesis trata el tema de la determinación del valor agregado de distribución (VAD) de las empresas de distribución eléctrica, desde el punto de vista del criterio de la eficiencia productiva. Para ello, se diseñó una metodología de evaluación de la eficiencia productiva, mediante la identificación de los indicadores de la misma, que respeta los principios y características de comparación entre las empresas, y que deja en evidencia acciones y estrategias que conducen a una reducción de costos para las empresas de distribución.

La metodología desarrollada consiste en el uso de técnicas estadísticas y Análisis Envoltante de Datos (DEA) y se examinó con un estudio relativo a la determinación de eficiencia en el cálculo del VAD para el grupo de empresas de

distribución eléctricas chilenas. Se identificó un conjunto de indicadores relativos a la eficiencia del proceso productivo de las empresas. Las propiedades de la técnica DEA permitieron considerar conjuntamente variables con distintas dimensiones físicas que caracterizan la actividad de distribución en un análisis global del sector y, al mismo tiempo, contemplar características propias de cada empresa de distribución, con respecto a su entorno. Al mismo tiempo, se reconoce que este análisis permite únicamente la estimación puntual de eficiencia en la estimación del VAD, sin que se pueda analizar la precisión de tal estimación. La novedad de este trabajo radica precisamente en la aplicación de un estimador “bootstrap” desarrollado recientemente en la literatura, para construir intervalos de confianza del cálculo de eficiencia en el VAD de cada empresa. Además, como un intento de comprobar la solidez de la metodología desarrollada, se realiza un contraste metodológico de los resultados utilizando un procedimiento de estimación estocástica. Del análisis se observa que sólo el 57,2 % de las empresas evaluadas fueron consideradas técnicamente eficientes y para cada una de las otras empresas, la metodología identificó acciones y estrategias para mejoras de la productividad.

Por último, si bien en la metodología desarrollada se consideró a priori la existencia de economías de escala, ésta quedó comprobada con los resultados del análisis estocástico, el cual se demostró en el grupo de empresas analizadas.

#### **Miembros de la Comisión de Postgrado**

**HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD**

**JUAN MANUEL ZOLEZZI CID**

**JORGE RAFAEL VERA A.**

**JULIÁN BUSTOS OBREGÓN**

**TOMÁS GÓMEZ SAN ROMÁN**

**EDUARDO VARAS C.**

**Santiago, noviembre, 2003**

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE**

**COLLEGE OF ENGINEERING**

**DEPARTMENT OF ELECTRIC ENGINEERING**

**FRONTIER OF EFFICIENCY, METHODOLOGY FOR THE DETERMINATION  
OF THE DISTRIBUTION ADDED VALUE**

**Thesis submitted to the Office of Research and Graduate Studies in fulfillment  
of the requirements for the Degree of Doctor in Engineering Sciences by**

**RAÚL EDGARDO SANHUEZA HORMAZÁBAL**

**ABSTRACT**

This thesis treats the theme of the determination of the distribution added value (VAD, as per Spanish acronym) under the point of view of the productive efficiency criteria. A methodology of productive efficiency evaluation that respects the principles and characteristics of companies' benchmarking was elaborated. It also indicates actions and strategies to improve the distribution companies' productivity.

The developed methodology consists of the use of statistical techniques and Data Envelopment Analysis (DEA) and it is examined with a study to determine the efficiency in the calculation of the VAD for the group of Chilean electrical distribution companies. A set of indicators was identified relative to the efficiency of the productive process of the companies. The properties of the DEA technique allowed to consider jointly variables with different physical dimensions that characterize the distribution activity in a global analysis of the sector and, at the same time, to contemplate individual characteristics of every distribution company, with regard to its environment.

The novelty of this work takes root precisely in the use of a bootstrap estimator recently developed in the literature, to construct confidence intervals of the calculation of efficiency in the VAD of every company. Besides, as an intent of verifying the robustness of the developed methodology, a methodological contrast of the results utilizing a procedure of stochastic estimation is developed. From the analysis it is observed that only 57,2 % of the evaluated companies were considered to be technically efficient and the methodology identified actions and strategies for improvements of the productivity for each company.

Finally, although the developed methodology considers a priori the existence of economies of scale, this is verified with the results of the stochastic analysis, which was demonstrated in the group of analyzed companies.

**Members of the Graduate Committee:**

**HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD**

**JUAN MANUEL ZOLEZZI CID**

**JORGE RAFAEL VERA A.**

**JULIÁN BUSTOS OBREGÓN**

**TOMÁS GÓMEZ SAN ROMÁN**

**EDUARDO VARAS C.**

**Santiago, november, 2003**

## **I. INTRODUCCIÓN**

### **1.1 Regulación por empresa eficiente**

Este trabajo aborda el tema de la determinación del valor agregado de distribución (VAD), que es requerido en la regulación de las empresas de distribución eléctrica, basada en el concepto de empresa “eficiente” o empresa “modelo”. Las empresas de distribución eléctrica, como industrias de red, tienen como objetivo el transporte y distribución de energía desde puntos específicos en las líneas de alta o media tensión, para entregar a consumidores finales a niveles de tensión apropiados para el uso industrial y doméstico. Esta actividad se encuentra organizada en empresas de servicio público, las cuales obtienen suministros de energía mediante contratos con generadores.

En la última década, un gran número de países y zonas geográficas han realizado drásticas transformaciones a sus sectores eléctricos en procesos tanto de segmentación como de privatización de los monopolios estatales. Como consecuencia de estas transformaciones, se ha registrado un fuerte cambio en el rol del Estado que ha pasado de ser un agente productor y propietario de empresas a un agente regulador de aquellas etapas del sector eléctrico que se constituyen como monopolio natural, como lo es la distribución eléctrica.

Para la regulación de la distribución eléctrica, la mayor parte de los países latinoamericanos que han comenzado esta transformación, han adoptado un esquema tipo “benchmark”, utilizando el concepto de empresa eficiente, como empresa que se encuentra adaptada a la demanda y que opera bajo un plan de obras óptimo. En este esquema, para forzar a las empresas a ser eficientes, el regulador fija precios de acuerdo a los costos de una empresa eficiente, diseñada desde cero y sin considerar a las empresas reales. La empresa real obtendrá una rentabilidad normal sólo si es capaz de emular a la empresa eficiente reduciendo sus gastos de operación e inversión, minimizando

de esta manera el valor presente de sus costos. Este proceder ha redundado, a que en general, se manifieste una tendencia de reducción en las tarifas de distribución, [Ministerio de Economía, 2001].

En Chile, el empleo del concepto de empresa eficiente en el cálculo de tarifas de distribución se encuentra bajo la normativa que comprende la Ley General de Servicios Eléctricos (DFL 1/82, del Ministerio de Minería), el Reglamento de la ley (DS327 del Ministerio de Minería, de 1998) y las bases de los procesos tarifarios.

En forma general la Ley indica que la determinación de los precios de los servicios de distribución debe determinarse sobre la base del VAD más una componente por uso del sistema de transmisión<sup>1</sup>. El VAD se determina para la empresa modelo y considera las componentes principales de costos que se incurren en la actividad de red, éstas son: costos por concepto de gastos de administración, facturación y atención al usuario, independiente de su consumo; pérdidas medias de distribución de potencia y energía; y costos de inversión, mantención y operación asociados a la distribución, por unidad de potencia suministrada. El cálculo debe contemplar instalaciones adaptadas a la demanda, su vida útil, y una tasa de actualización igual al 10% real anual<sup>2</sup>.

Estas componentes se determinan para un grupo de áreas fijadas previamente por el regulador<sup>3</sup>, considerando que representan las mismas condiciones climáticas, demográficas y geográficas que las empresas reales puedan encontrar operando en el país, por lo cual se espera que los valores agregados por la actividad de distribución para cada una de ellas sean parecidos entre sí.

---

<sup>1</sup> Las referencias en la Ley General de Servicios Eléctricos, DFL 1/82, al concepto de empresa eficiente para la fijación de precios en distribución, se contemplan en Título IV (artículos 90 a 129). La componente que da cuenta del uso del sistema de transmisión se valoriza de acuerdo al precio de nudo pertinente, de acuerdo a lo señalado en el artículo 110 de la Ley y el artículo 294 del reglamento.

<sup>2</sup> Artículo 106

<sup>3</sup> Artículo 150, letra m.

En Chile, éste marco regulatorio por empresa eficiente se ha aplicado con éxito en los últimos procesos tarifarios [Ministerio de Economía, 2001]. Sin embargo, se han presentado serias discrepancias entre las empresas y el regulador, producto fundamentalmente de que un conjunto importante de aspectos determinantes en los resultados del VAD no están definidos en la ley y quedan abiertos para ser establecidos en las bases de los estudios, o bien quedan sin definición. En este último caso se incluyen los criterios empleados para la definición de las áreas de distribución típicas y la estructura tarifaria. Las dificultades enfrentadas en el proceso han llevado a algunos a plantear el reemplazo de la regulación por empresa eficiente por un “price cap”. Aunque, como aseveran Galetovic y Bustos [Galetovic y Bustos, 2002], el “price cap” no implica necesariamente mejoras, también requiere amplia información de la empresa real.

Precisamente, las limitaciones y atribuciones de los organismos reguladores son consideraciones que se deben tener presentes en todo proceso regulatorio. La teoría económica sugiere que la regulación óptima requiere que el regulador conozca un conjunto de información que rara vez está disponible. Generalmente la información de costos históricos y de balances reemplaza a las funciones de costo sugeridas teóricamente. La ocultación de datos y la carencia de medios técnicos que permitan verificar el cumplimiento de reglas claras y específicas, constituyen un déficit informativo para los entes controladores o reguladores.

En los últimos años, y con el uso creciente del mecanismo de competencia por comparación [Schleifer, 1985], ha crecido el interés por los indicadores de desempeño de las empresas en la regulación de monopolios regionales. Indicadores que pueden determinarse a través de estudios de fronteras que pueden dividirse en fronteras de producción y de costos.

La evidente necesidad de revisar los procedimientos que se siguen para regular y determinar el VAD, ha llevado a proponer la metodología de



fronteras de eficiencia como procedimiento alternativo para la estimación del valor agregado de distribución, VAD. Es precisamente en este sentido que pretende contribuir esta investigación.

## **1.2 Planteamiento y objetivos de la tesis**

El problema de investigación tratado en la presente tesis es:

Plantear y desarrollar una metodología para establecer la frontera de eficiencia de costos que permita definir el VAD asociado a las empresas de distribución eléctrica que operan en cada segmento o área típica de distribución, haciendo uso de procedimientos y criterios que contemplen los variados factores que caracterizan la actividad de red, sus interrelaciones y las mismas condiciones demográficas y geográficas en que las empresas reales puedan encontrarse operando en el país.

En la tentativa de contribuir hacia la solución de este problema, se sigue y desarrolla una metodología de evaluación de la eficiencia productiva de las empresas de distribución chilenas, que respeta los principios y criterios de evaluación utilizados por la Comisión Nacional de Energía y es coherente con las técnicas modernas de análisis de eficiencia comparativa.

Para elaborar dicha metodología, se formularon los siguientes objetivos:

- 1.- Analizar críticamente la formulación y aplicación del esquema regulatorio por empresa modelo y “benchmarking” en distribución, en cuanto a metodologías, procedimientos, resultados y rigurosidad teórica empleados. La finalidad de este análisis es su adaptación al desarrollo y especificación de una metodología de determinación de costos estándares de

distribución de empresas modelos eficientes operando en el país.

- 2.- Desarrollar un procedimiento metodológico matemático generalizado y sistemático para determinar el valor agregado de distribución, que permita una nueva modalidad para la fijación de tarifas de distribución, cuyo mayor soporte teórico logre disminuir las ambigüedades metodológicas de la ley vigente.

### **1.3 Justificación de la investigación**

La evaluación para fines tarifarios de la eficiencia de las empresas de distribución es un tema recurrente en el país, a raíz del debate entre las empresas y el regulador por la fijación de precios, proceso que se repite cada cuatro años, desde comienzo de la década de los 80. El desarrollo práctico alcanzado en este tiempo ha permitido consolidar las características y los principios de un modelo de comparación de eficiencia, que tiene como objetivo definir óptimamente el sistema de distribución, como resultado de una búsqueda que debe satisfacer en forma conjunta las necesidades de los clientes y las empresas.

Sin embargo, la ausencia de uniformidades en la definición y aplicación de los conceptos y criterios para el diseño de la empresa eficiente, así como la incorporación de las economías de escala, evidencian la necesidad de investigar y desarrollar procedimientos matemáticos generalizados para la determinación de los costos eficientes en el sector de distribución.

La literatura sobre la aplicación del concepto de empresa eficiente a la tarificación de la distribución eléctrica ha sido limitada. En Chile, se conocen los estudios desarrollados en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Católica de Chile, tanto en el ámbito del VAD [Rudnick y Raineri, 1997], [Molina, 1998], [Bernstein, 1999], [Rudnick, Sanhueza y Watts,

2002] como en metodologías de “price cap” [Donoso , 1999], [Rudnick y Donoso, 2000], [Rudnick y Donoso, 2001] y peajes de distribución [Recordon 2001], [Recordon y Rudnick 2002], Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile [Galetovic y Bustos, 2002], [Galetovic y Sanhueza, 2002]. Al nivel de los consultores ha habido desarrollos importantes en el país, pero estos estudios no son públicos y se han centrado más en los procedimientos de aplicación que en desarrollos conceptuales y teóricos. Una excepción es el trabajo realizado por GTD Consultores [GTD consultores, 2000], en el cual se introduce la noción de eficiencia extrema y su determinación mediante métodos de ajuste no lineal de curva. A nivel del gobierno, también ha habido análisis cualitativos, [Ministerio de Economía 2001].

Tanto a nivel nacional como internacional, se desconoce la existencia de estudios que hagan uso de las fronteras de eficiencia para la determinación del VAD y su aplicación en tarificación de las empresas de distribución eléctricas, en el contexto del esquema regulatorio por empresa eficiente. Aunque, sí se dispone de estudios donde se determina eficiencia a los distintos niveles de los sistemas eléctricos; generación, transmisión y distribución, empleando métodos de “benchmarking”, basados en análisis de frontera, los que pueden clasificarse según la manera en que ésta se especifica y determina. La especificación se refiere a si la frontera se calcula a partir de una función de producción o una función de costo; en ambos casos, la frontera será estimada a partir del mejor accionar de una empresa o grupo de empresas. Desde el punto de vista de la determinación, los principales métodos son Análisis Envolvente de Datos (DEA), [Pollitt, 1995], [IPART, 1999], [DTE, 1999, 2000], [Jamasp, Pollitt 2001a, 2001b, 2001c], [Burns y Weyman-Jones, 1996], Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos (COLS), [Filippini y Wild, 2000], y Análisis de Frontera Estocástica (SFA), [Weyman-Jones, 1992, 2001], [Goto y Tsutsui, 1998], [Filippini, Wild y Kuenzle, 2001], [Hattori, 2001, 2002]. La metodología DEA utiliza técnicas de programación lineal, mientras COLS y SFA son técnicas estadísticas.

Como se concluye de estos estudios, la evaluación de la eficiencia productiva de las empresas de distribución puede realizarse mediante modelos cuantitativos de medición de eficiencia, que contemplen múltiples factores involucrados en la industria de red y que consideren los principios de comparación y evaluación de las empresas.

En los últimos años, el Análisis Envolvente de Datos se ha convertido en un método de “benchmark” muy usado por las empresas. La principal ventaja de DEA consiste en que no está basado en el conocimiento de la función de producción, corresponde a un método no paramétrico, permitiendo así modelos más ricos y no dependientes del conocimiento de los precios de los factores de producción. DEA encuentra el conjunto de empresas eficientes a partir de las cuales, mediante combinaciones lineales, obtiene la envolvente o frontera. Esto representa una ventaja por su mayor flexibilidad, aunque para muchos su inconveniente fundamental radica en la falta de propiedades estadísticas de los resultados obtenidos con la programación lineal. Sin embargo, a su favor está la factibilidad de incorporar las economías de escala, ventaja importante que justifica su elección.

Adicionalmente, está la posibilidad de estimar econométricamente la función de producción, lo que ha permitido el desarrollo del concepto de frontera estocástica que a su vez ha dado nombre a la segunda metodología en el estudio de la eficiencia.

En este caso, se postula una función de comportamiento eficiente, función de producción o de costo, que se acompaña de dos perturbaciones: una que considera el ruido aleatorio, y otra que refleja la ineficiencia. A diferencia de lo que ocurre con el empleo de DEA, la frontera estocástica tiene un carácter paramétrico, en cuanto a que se postula una forma funcional específica para explicar el comportamiento eficiente de las empresas. Por tanto, los índices de eficiencia obtenidos tienen propiedades estadísticas, permitiendo plantear contrastes de hipótesis a los resultados.

#### **1.4 Metodología a desarrollar**

Esta tesis desarrolla una metodología para evaluar la eficiencia en el funcionamiento de las empresas de distribución chilenas. Eficiencia que se mide a través de la cuantificación de los recursos empleados en el servicio dado. En este sentido, se pretende modelar los costos de las empresas que en conjunto definen la frontera de eficiencia del mercado de distribución de energía eléctrica, frontera definida por los costos y parámetros propios de operación de cada empresa. Esta metodología es consistente con los criterios para la clasificación de áreas de distribución típica, utilizados por la Comisión Nacional de Energía, y coherente con las técnicas modernas de análisis de eficiencia comparativa.

La unidad básica para la toma de decisión son las empresas de distribución y la medida de eficiencia productiva se determina utilizando el Análisis Envolvente de Datos. La técnica DEA considera múltiples recursos y múltiples resultados sin necesitar que se conozca a priori un conjunto de factores de sustitución entre los recursos y los resultados. Estas características son particularmente ventajosas en la evaluación de las empresas cuyos factores de producción por representar unidades más bien físicas no están directamente sometidos a valores de mercado u otras medidas coordinadoras de importancia relativa.

La metodología que se desarrolla puede ser descrita en dos pasos consecutivos: identificación de los factores que caracterizan el proceso productivo de las empresas de distribución; selección de las variables que caracterizan la frontera de eficiencia de costos o VAD eficiente; y el análisis de los resultados. El primer paso investiga el significado conceptual de la información existente e identifica los factores productivos presentes en los datos disponibles y las principales variables descriptivas a través de un análisis estadístico a los datos. En el segundo paso se utiliza el análisis envolvente de datos para seleccionar las variables más relevantes para la evaluación de eficiencia productiva, además, en la caracterización de la

frontera de eficiencia se incluye un análisis de sensibilidad frente a la existencia de error en los datos, análisis que se realiza considerando una metodología DEA-Bootstrap, [Simar y Wilson 1998, 2000a, 2000b], [Löthgren, 1998].

### **1.5 Estructura de la tesis**

El informe de tesis está organizado en 6 capítulos y 5 anexos.

El primer capítulo introduce el tema de regulación de las empresas de distribución y el objetivo de la investigación: las empresas de distribución chilenas. Se presenta el problema de la investigación y los procedimientos metodológicos que contribuyen a su solución.

En el capítulo 2 se presentan las referencias teóricas que posibilitan la definición del problema.

En el capítulo 3 se presentan aspectos importantes de la metodología de frontera para la medición de eficiencia, la cual se aborda a través de enfoques econométricos y de programación matemática. Estas metodologías conforman la base teórica para la proposición planteada en la presente tesis.

En el capítulo 4 se describe el conjunto de empresas de distribución utilizadas como muestras para la determinación de eficiencia en el valor agregado de distribución, se realiza un análisis estadístico con el fin de identificar las variables que definen a los factores de eficiencia de manera de emplearlas en la caracterización y el análisis fronteras de eficiencia en el VAD.

En el capítulo 5 se recoge la aportación más relevante de esta tesis, que se centra en el análisis empírico de la determinación de eficiencia en el VAD. Tras una revisión de la literatura sobre este aspecto, en este capítulo se realizan dos tipos de caracterización de la frontera de eficiencia a través de

métodos de programación matemática y econométricos; en el primer caso, se emplea la metodología DEA junto a un proceso de corrección “bootstrap” con lo cual se considera los posibles errores de especificación y en los datos; en el segundo, se utiliza la metodología de frontera estocástica con la cual se consigue medir los dos componentes de la eficiencia en el VAD de las empresas de distribución chilenas.

Por último, en este capítulo se comparan los resultados obtenidos de eficiencia en el VAD con los obtenidos por la Comisión Nacional de Energía para el proceso regulatorio año 2000. Finalmente, este capítulo muestra una revisión de los valores definitivos del VAD, tras un chequeo de rentabilidad para las empresas.

Finalmente el capítulo 6 incluye las conclusiones de la tesis.

## **II. ESQUEMA REGULATORIO POR EMPRESA EFICIENTE**

### **2.1 Introducción**

La regulación por empresa eficiente, introducida a principios de la década de 1980 para el sector eléctrico chileno, fue un esfuerzo notable, no sólo por su carácter precursor en el ámbito internacional, sino porque ha permitido el adecuado funcionamiento de un sector complejo. Como resultado de esta regulación, las empresas han expandido su capacidad y aumentado su eficiencia interna en forma significativa desde su privatización. Sin embargo, aún existen algunos problemas de regulación en distribución; por ejemplo, para el regulador las tarifas, aunque han disminuido, aún exceden a las socialmente eficientes a juzgar por las elevadas rentabilidades de algunas empresas que prestan este servicio.

Como una introducción al tema, en este capítulo se revisan los principios regulatorios básicos, así como los principales esquemas o aquellos que formalmente se encuentran definidos en la literatura, entre los que se incluye aquél cuyo núcleo es la empresa eficiente. También, se introduce el concepto de eficiencia productiva y cómo las técnicas de medición de “benchmark” pueden emplearse para la determinación de eficiencia en el VAD.

### **2.2 Generalidades y principios de la regulación en distribución**

La actividad de distribución se caracteriza por las constantes inversiones que se deben realizar y los distintos rendimientos a escala que presentan las empresas. Si bien las economías de escala introducen eficiencia, provocan que los ingresos generados por una tarificación a costo marginal no alcancen a cubrir los costos totales de estas empresas. Asimismo, la fuerte interdependencia de las inversiones unido al extenso período para la recuperación del capital da origen a una función de costos claramente subaditiva para el rango de demanda relevante, determinando que socialmente



sea más eficiente tener sólo una empresa en vez de varias empresas operando en una misma área geográfica. De esta manera y como se trata de garantizar la máxima cobertura, con un alto grado de calidad y al menor precio posible, se justifica y permite la operación de las empresas de distribución como un monopolio natural.

En condiciones monopólicas la producción está asociada a ineficiencias económicas y a que los consumidores no tengan posibilidades de elección, por lo que se hace necesario regular el servicio de manera de evitar prácticas abusivas (mala calidad, baja cobertura, precios altos). Para ello, el regulador establece los derechos y obligaciones de las empresas distribuidoras, delimitando las zonas de concesión para instalar, operar y explotar las redes de distribución de servicio público. Asimismo, establece los niveles de precios y crea los incentivos que permitan mejorar la gestión, dado que no existe competencia de mercado que los promueva.

De esta manera, el objetivo básico de cualquier esquema regulatorio es proporcionar los incentivos apropiados a las empresas para forzarlas a ser eficientes y que a través de una adecuada señal de precio, éstas sean capaces de traspasar, en el largo plazo, parte de sus beneficios a los usuarios producto de políticas eficientes en la inversión y el funcionamiento. Estos incentivos estarán al alcance de las empresas sólo si el regulador puede demostrar algún grado de compromiso y estabilidad. Compromiso y estabilidad que provienen de asegurar ciertos principios generales que el regulador debe cumplir, como se revisa en [Rudnick y Raineri, 1997]

**Transparencia:** en el sentido de permitir un trato equitativo que garantice el autofinanciamiento de la empresa, dadas las exigencias de expansión, cobertura y calidad del servicio; pero protegiendo a los consumidores de tarifas excesivas;

**Eficiencia:** de manera de generar incentivos adecuados para que las empresas sean operadas en forma eficiente, tanto en su eficiencia productiva como en sus decisiones de inversión;

**Estabilidad:** en consideración a entregar garantías a los operadores de que el regulador no realizará alteraciones frecuentes de tarifas que hagan aumentar el riesgo asociado sobre las decisiones relativas a futuras inversiones;

**Simplicidad:** de manera de proveer una señal de precios adecuada para el uso racional del recurso;

Basándose en estos principios, la regulación de los monopolios naturales se realiza a través de diversos enfoques, diferenciándose, unos de otros, por presentar distintos grados de adhesión a los principios indicados anteriormente.

### **2.3 Identificación de costos en distribución**

Antes de revisar los esquemas regulatorios más importantes definidos y descritos en la literatura especializada, es necesario identificar los costos asociados a la actividad que se pretende remunerar. Este proceso, además de permitir identificar los tipos de costos a considerar y las correctas cantidades asociadas a éstos, permitirá comprender el importante grado de conflicto que resulta de la relación entre regulador y regulado.

Los costos de las empresas de distribución que se asocian a las componentes de explotación, mantención y expansión de las redes, pueden agruparse en los siguientes ítems:

- Costos de inversión asociados a la expansión de las redes.

- Costos de capital, relativos a intereses y relacionados con la depreciación de los activos.
- Costos de explotación que incluyen pérdidas, monitoreo y mantención de las redes.
- Costos administrativos y costos fijos generales.
- Costos de empalme por nuevos consumidores.
- Costos por lectura y facturación relativas al uso de las redes.

Cada uno de estos costos se encuentra afectado indistintamente por factores externos a las empresas de tipo: climático, geográfico y demográfico, lo cual revela a la regulación tarifaria como un proceso muy complejo y exigente, considerando:

- La necesidad de identificar y valorizar de forma adecuada las diversas componentes.
- La necesidad de ponderar de forma justa y transparente la influencia de factores como el tipo de red, rural o urbana, las líneas aéreas o subterráneas y el tipo y densidad de consumo presente en la actividad de la empresa.
- La conveniencia en emitir señales que origine la adopción de comportamientos más eficientes por parte de las empresas actuando en el área de concesión.

## **2.4 Esquemas regulatorios**

En el ámbito mundial se ha experimentado con diversos esquemas regulatorios, diferenciándose uno de otro por presentar distintos grados de

adhesión a los principios antes mencionados. Estudio de estos esquemas aplicados a los sistemas de distribución se puede encontrar en [Gómez 1999], [Jamasp y Pollitt, 2001a]. A continuación se revisan los principales de éstos.

### **2.4.1 Regulación por tasa de remuneración**

La regulación por tasa de remuneración o costos de servicio, conocida en la literatura de habla inglesa como “rate of return” o “cost of service” (ROR/COS), fue utilizada para determinar las remuneraciones de las empresas verticalmente integradas en muchos de los países durante la post-guerra.

Bajo este esquema, el regulador fija las tarifas de manera de permitir a las empresas financiar sus costos operacionales más un retorno "razonable" sobre el capital invertido. Tarifas que, además, pueden modificarse como consecuencia de cualquier cambio en los costos operacionales de las empresas.

Este esquema regulatorio está concebido para que el regulador limite las ganancias de las empresas ajustando la tasa de retorno sobre la inversión neta remunerable o “rate base”. La inversión neta remunerable, corresponde a la valorización de las inversiones y activos sin considerar depreciación y cuya remuneración ha sido aprobada.

El proceso se describe por la siguiente ecuación de contabilidad

$$\sum_{i=1}^n p_i q_i = \text{Costos} + r \cdot RB \quad (2.1)$$

donde:

$p_i$	Representa el precio al cual se vende el servicio $i$
$q_i$	Representa la cantidad del servicio $i$ que se estima vender
$n$	Representa el número de servicios suministrados
$r$	Representa la tasa de retorno, considerada razonable por el regulador.
$RB$	Representa la inversión neta remunerable, “rate base”
Costos	Representa los costos operacionales por el servicio suministrado, es decir, costos de operación, mantención, depreciación e impuestos.

Lo criticable de este esquema es que da muy pocos incentivos a las empresas para reducir sus costos y operar eficientemente. Si se reducen los costos, el regulador bajará los precios para reducir las utilidades hasta el tope máximo, con lo cual para quien realiza el esfuerzo de reducir costos no obtiene ningún beneficio, perdiendo su sentido. Por el contrario, reducir el esfuerzo para mejorar la eficiencia y aumentar los gastos tiene sentido en la medida que la regulación permita traspasar dichos costos a los usuarios.

Por otra parte, los aumentos de capital derivados de las nuevas inversiones son en general autorizados por el regulador a ser transferidos a las tarifas (sistema de *pass through*). Se crea así un incentivo a la sobre-inversión que aumenta la capacidad de producción pero que no necesariamente genera mejoras en la eficiencia, fenómeno conocido como “ineficiencia-X” y atribuible a la falta de competencia, [Crew y Kleindorfer, 1986].

Por otra parte, la existencia de una clara asimetría de información convierte los ejercicios regulatorios en una tarea de alta complejidad. En el

caso de los sistemas de distribución, la gran multiplicidad de instalaciones y los distintos tipos de redes requieren de la disposición de una gran cantidad de información en amplio detalle. Como ya se indicara, es la empresa quien conoce la información de costos, tecnología y la demanda que enfrenta, no el regulador.

Además, requiere por parte del regulador una estructura de control de costos (costos históricos de inversión), y un volumen de trabajo muy superior a otros esquemas regulatorios, [Jamash y Pollitt, 2001a].

#### **2.4.2 Regulación con incentivo de eficiencia**

Si bien varias empresas pueden producir un mismo producto, no todas podrán hacerlo a un mínimo costo debido a las ineficiencias productivas. Hay convincentes razones para pensar que en un mercado competitivo, las ineficiencias productivas serán de poca importancia, especialmente en el mediano plazo. Sin embargo, en el caso de los monopolios naturales como los servicios públicos, el tema de la eficiencia productiva es de primera importancia.

Además, está la asimetría de información, producto de que son los operadores de las empresas los que tienen el conocimiento preciso y detallado de cómo operar la empresa en forma eficiente y que, sin embargo, no tiene ningún motivo o incentivo para revelar esta información.

Estas razones han cobrado énfasis en la nueva teoría de la regulación, de la cual han surgido numerosos esquemas que pretenden crear mecanismos de incentivos para optimizar los efectos de la regulación, dadas las restricciones de ineficiencias productivas y de información asimétrica. Algunos de estos esquemas se presentan a continuación.

### Precios máximos

La idea básica en la regulación con precio máximo o *price cap*, es fijar las tarifas por un determinado período, usualmente 4 ó 5 años, sin realizar una revisión tarifaria intermedia. En esta condición, la empresa enfrenta el riesgo de que si no es capaz de contener los costos sus ganancias se reducirán, puesto que las tarifas no se ajustarán para validar estos mayores costos. Por el contrario, si la empresa logra reducir los costos durante el período entre revisiones de tarifas, puede obtener ganancias sobre normales. Por lo tanto, este tipo de regulación otorga incentivos para que la empresa controle y reduzca sus costos.

Inicialmente, las tarifas se fijan por un período determinado sobre la base de los últimos costos de la empresa real, pudiéndose ajustar entre revisiones tarifarias de acuerdo a la inflación menos el aumento de eficiencia o productividad que el regulador estima puede lograr la empresa (factor X), lo cual mantiene los precios en su valor real. Al final del plazo, generalmente de cuatro a cinco años, se realiza una revisión tarifaria donde los beneficios por los aumentos de eficiencia son traspasados a los usuarios.

Este proceso regulatorio puede describirse por la ecuación:

$$\bar{P}_{i,t} = \bar{P}_{i,t-1} \left( 1 + \frac{I - X}{100} \right) \pm Z \quad (2.2)$$

donde:

$\bar{P}_{i,t}$  Representa el máximo precio unitario al que es vendido un servicio determinado  $i$  del año o semestre  $t$ .

$\bar{P}_{i,t-1}$  Representa el máximo precio unitario al que es vendido un servicio determinado  $i$  en el año o semestre  $t-1$ .

- I* representa la tasa de inflación en porcentaje.
- X* Representa el factor de eficiencia en porcentaje, el cual puede ser positivo o negativo. Un valor positivo limita a la empresa a obtener los beneficios permitidos, producto de la transferencia de eficiencia a sus clientes. Por el contrario, se puede adoptar un valor negativo para *X* cuando se reconozca la necesidad de realizar inversiones suplementarias que, de otro modo, no podrían financiarse. El valor de *X* puede modificarse cada año o cada semestre, de acuerdo con la proyección realizada al principio del período regulatorio.
- Z* Representa un factor de ajuste, positivo o negativo, que permite corregir los precios por cambios inesperados en el entorno, errores regulatorios o -simplemente- corrige factores que escapan del control administrativo de la empresa. Como ejemplo de estas situaciones pueden corresponder las variaciones no previstas del costo de capital, variaciones significativas en las ventas producto de factores climáticos, etc.

En la práctica, al fijar las tarifas máximas el regulador proyecta los aumentos de eficiencia que razonablemente puede lograr en el futuro la empresa. De esta forma, para obtener utilidades, la empresa tiene que ser capaz de reducir sus costos por sobre lo proyectado por el regulador. El resultado final de este ajuste es que las ganancias de eficiencia son traspasadas a los consumidores antes de lo que serían si no se proyectaran las ganancias de eficiencia. Asimismo, el regulador reconoce que en una revisión particular, los costos podrían no ser más bajos de lo que podrían llegar a ser, pero en vez de realizar un gran esfuerzo para estimar estos costos, tarea



dificultada por la asimetría de información, confía en los incentivos que está entregando. De esta manera, el regulador tiene la convicción de que con el tiempo, los costos reales convergerán a los costos “eficientes”.

### **Ingreso máximo**

El esquema de ingreso máximo o “revenue cap”, está pensado en un principio de autofinanciamiento. Los ingresos se fijan sobre la base de un valor esperado de consumo para todo el período tarifario, que comúnmente es de cuatro a cinco años. En estas condiciones las empresas enfrentan el riesgo de las fluctuaciones de la demanda en torno a la proyectada, puesto que sus ingresos no se ajustarán sino hasta el próximo período tarifario. Si la demanda efectiva es mayor a la demanda proyectada inicialmente, la empresa obtiene ingresos superiores a los necesarios para cubrir sus costos.

Inicialmente se fijan las tarifas por un período determinado sobre la base de una demanda proyectada para el período y se ajustan durante el período entre revisiones tarifarias de acuerdo a la inflación menos el aumento de eficiencia o productividad que el regulador estima puede lograr la empresa, (factor X), lo cual mantiene los precios en su valor real. Como los ingresos de las empresas no tienen en cuenta los cambios en las ventas durante el período, el aumento de los beneficios de la empresa provienen vía una reducción de sus costos.

Como inconveniente de este esquema es que genera incentivo a sub-declarar la demanda proyectada. De esta manera, el regulador se ve en la necesidad de verificar el crecimiento de demanda, asegurándose de que la variación total coincida con la proyectada para el período, así, al final de los 5 años los ingresos reales serán iguales a los que se proyectaron durante la revisión tarifaria.

La formulación de la regulación por ingresos máximos puede expresarse por la siguiente ecuación:

$$\bar{R}_t = (\bar{R}_{t-1} + CGA \cdot \Delta Cust) \left( 1 + \frac{I - X}{100} \right) +/- Z \quad (2.3)$$

donde:

$\bar{R}_t$	Representa los máximos ingresos autorizados para la empresa regulada en el año $t$ .
$\bar{R}_{t-1}$	Representa los máximos ingresos autorizados para la empresa regulada en el año $t-1$ .
$CGA$	Representa un factor de ajuste que considera las variaciones previstas en el número de clientes.
$\Delta Cust$	Representa las variaciones en el número de clientes.
$I$	Representa la tasa de inflación en porcentaje.
$X$	Representa un factor de eficiencia en porcentaje, el cual puede ser positivo o negativo.
$Z$	Representa un factor de ajuste, positivo o negativo, debido a eventos imprevistos que escapan del control de la empresa y que afectan su desempeño.

Se debe hacer notar que la expresión anterior constituye una posible implementación para este esquema regulador. La inclusión de mayor número de factores de ajuste permite emular de mejor forma las condiciones técnicas y económicas en que la empresa regulada desarrolla su actividad.

### Competencia por comparación

La presencia de un monopolio natural impide la posibilidad de que se desarrolle la competencia, pero si existen varios monopolios regionales es posible introducir competencia por comparación o “benchmarking” (también se denomina “yardstick competition”). La idea básica de la competencia por comparación —introducida por Schleifer [Schleifer, 1985]— es fijar la tarifa de cada empresa en función de los costos de las otras empresas, disminuyendo con esto la relación entre los niveles de precios y los correspondientes niveles de costos de una empresa particular.

Los elementos bases de costo de la competencia por comparación se indican en la siguiente ecuación:

$$P_i = \alpha_i C_i + (1 - \alpha_i) \sum_{j=1}^n (f_j C_j) \quad (2.4)$$

donde:

$P_i$	Representa el precio máximo global para la empresa $i$ .
$\alpha_i$	Representa la parte de la propia información del costo de la empresa.
$C_i$	Representa los costos unitarios de la empresa.
$f_j$	Representa un factor de ingresos o cantidades para el grupo $j$ de empresas semejantes.
$C_j$	Representa costo unitario (o precios) para el grupo $j$ de empresas semejantes.

$n$  Representa el número de empresas semejantes en el grupo.

La competencia por comparación es una herramienta poderosa, que permite eliminar las rentas que provienen de la asimetría de información entre una empresa regulada y el regulador. Sin embargo, existen varios problemas al tratar de aplicar un sistema de eficiencia comparativa. Uno de ellos es que no todas las empresas son directamente comparables. Por ejemplo, éstas difieren en cuanto al tamaño, calidad de servicio, topografía, composición social de clientes, tipo de fuentes y otras condiciones más. La aplicación de metodologías estadísticas de regresiones múltiples ayuda a separar los efectos de estos factores exógenos en los costos, para poder luego comparar los costos de las empresas en “igualdad de condiciones”.

Otra consideración importante que se debe tener presente en el uso de competencia por comparación es que se requiere de un buen sistema de contabilidad regulatoria que asegure que los datos de las diferentes empresas son confeccionados con la misma definición y criterios contables.

### **2.4.3 Regulación por empresa eficiente**

La regulación por empresa eficiente es otra alternativa de regulación con incentivos. Conforme a [Rudnick y Raineri, 1997], este esquema pretende precaver las dificultades esenciales del proceso regulador a saber. En primer lugar, en un área que actúa normalmente en un régimen de monopolio natural, el regulador introduce una “seudo” competencia entre las empresas y una empresa modelo teórica que actúa respetando las normas determinadas de calidad de servicio y que es eficiente en las actividades relacionadas con explotación, mantención y expansión óptima de sus redes. En segundo lugar, la concepción de modelos teóricos y la existencia de información completa a

disposición del regulador dan un aporte para hacer este proceso más equilibrado, al menos en el nivel de la información existente.

La regulación por empresa eficiente estructura un esquema para comparar a grupos de empresas de características similares, identificadas a través de áreas típicas de distribución eléctrica, respecto a una empresa ficticia llamada empresa modelo. En términos simples, la empresa modelo es una "maqueta", creada generalmente por consultores, de una empresa que supliría la demanda eléctrica del próximo período en forma óptima, o sea, al mínimo costo conjunto de inversión y operación.

En este esquema, la empresa real está compitiendo con una empresa ficticia, lo cual permite resolver el problema de la eficiencia productiva mediante la desvinculación de las tarifas de los costos reales de la empresa. Si las tarifas fijadas generan pérdidas para la empresa real, ésta tendrá que ajustar su nivel de eficiencia o asumir dichas pérdidas. Si la empresa real es capaz de producir a un costo menor que la empresa modelo, obtiene ganancias sobre las normales.

Aplicaciones de este esquema regulatorio se encuentran en Perú, Argentina, Brasil y Chile.

## **2.5 Importancia del benchmarking en la regulación**

El "benchmarking" es un método empleado dentro de las organizaciones para monitorear su funcionamiento y evaluar sus potenciales mejoras de eficiencia. En la regulación con incentivo, la eficiencia se mide en relación a un previo "benchmark" y su resultado proporciona la información necesaria para comparar la operación de las empresas y permite identificar las acciones requeridas para impulsar mejoras a su eficiencia.

En el desarrollo de las diferentes metodologías de regulación con incentivo, una fuente primaria de diferenciación ha sido el grado de énfasis puesto en la relación entre los ingresos regulados y los costos. Según esta diferenciación, el desempeño puede medirse respecto de referencias que se encuentran ligadas o desligadas a los costos de las empresas. Otra clasificación más sencilla para la medición del desempeño, es la empleada en [Jamasb y Pollitt, 2001a], la cual se basa en si la referencia está representada por una frontera teórica máxima o una expresión del desempeño promedio. En ambos casos, es necesario tener en cuenta que la presencia o ausencia de una consideración de costos específicos de las empresas, da una característica de discernimiento al “benchmarking” que cambia fundamentalmente el carácter, alcance y conducta del proceso de comparación.

## **2.6 Metodología de frontera en el benchmark**

Cuando se compara el funcionamiento de las empresas, es común hacerlo en consideración a que si son más o menos eficientes, noción que se encuentra estrechamente conectada a los factores que determinan la función de producción y que es determinada con los índices o medidas de eficiencia y de productividad.

En un nivel básico, el concepto de productividad es relativamente fácil de definir. Es el cociente entre la cantidad de producto (salida) y la cantidad de insumo (entrada) para una situación específica de producción. Para una empresa que utiliza una sola entrada para producir una sola salida, el cálculo de la productividad es sumamente fácil, en cambio, en los casos de empresas que utilizan varias entradas para producir varias salidas, es necesario agrupar, como una suma ponderada, todas las salidas en el numerador y todas las entradas en el denominador, de manera de continuar obteniendo la productividad como el cociente entre dos cantidades que están adecuadamente escaladas. En los resultados de productividad que pueden

obtenerse para las unidades influyen las diferencias en la tecnología de producción, las diferencias en la eficiencia del proceso productivo y las diferencias debido a variables exógenas, denominadas también variables ambientales [Weyman-Jones, 1992], [Pollitt, 1995], que afectan la producción. La componente de productividad, que resulta de las diferencias de eficiencia del proceso productivo, se le denomina con frecuencia "eficiencia productiva".

La eficiencia productiva se define como la capacidad de la empresa para producir un producto a un costo mínimo. Para alcanzar el costo mínimo, la empresa debe emplear sus entradas en forma eficiente (eficiencia técnica) y debe elegir la combinación de los insumos correctamente, dado el precio relativo de éstos (eficiencia en la asignación). En el primer caso, la eficiencia técnica, se define en función de la posibilidad de producción y se mide como un cociente entre la producción observada y la producción máxima potencial obtenible, dado un conjunto de entradas, o como el cociente entre el mínimo potencial total de entrada requerida y el total efectivamente empleado, dados un conjunto de productos. En el segundo caso, eficiencia en la asignación, el óptimo de eficiencia se puede definir en cuanto a costos, ingresos, utilidades, o de cualquier otro objetivo de la empresa el cual está sujeto a restricciones de cantidad y de precio, por tanto, esta componente de eficiencia tiene un carácter netamente económico. De esta manera, la eficiencia productiva requiere de ambas componentes, la eficiencia técnica y la eficiencia en la asignación.

La obtención de medidas de eficiencia para un grupo de empresas, mediante análisis de datos orientados a determinar una máxima producción o mínimo costo (fronteras), implica una gran variedad de métodos entre los cuales se cuentan las técnicas econométricas y de programación matemática.

El análisis de la eficiencia productiva comenzó en los años 50 con los trabajos de Koopmans [Koopmans, 1951], Debreu [Debreu, 1951], y Shepard [Shepard, 1953]. Siendo Koopmans el primero que proporcionó una definición de la eficiencia productiva, indicando que: Una unidad que utiliza

varios insumos para producir varios productos es técnicamente eficiente sí, y solamente sí, es imposible que produzca más de cualquier insumo sin producir menos de algún otro producto o usar más de alguna otro insumo. Por su parte, Debreu y Shepard introdujeron la noción de una función de distancia como una manera de modelar las tecnologías con múltiples salidas. Lo importante de estos trabajos fue la manera cómo midieron la distancia a la frontera de producción, en dirección de aumento de los productos, orientación de salida (Debreu) o en dirección de una reducción de los insumos, orientación de entrada (Shepard). La asociación entre las funciones de distancia con las medidas de eficiencia productiva fue fundamental para el desarrollo posterior de medición de eficiencia.

Farrel [Farrel, 1957], inspirado en los trabajos de Koopmans, fue el primero que proporcionó la manera de medir empíricamente la eficiencia productiva, la cual además la consideró compuesta de dos componentes, la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa. Para Farrel, la eficiencia técnica refleja la habilidad de obtener la cantidad máxima de productos, dados los insumos, y la eficiencia en la asignación refleja la habilidad de usar los insumos en las proporciones óptimas, dado sus precios respectivos. Esto es, la eficiencia productiva requiere de ambas, la eficiencia técnica y la eficiencia en la asignación.

La gran contribución de Farrel consiste en la manera de medir empíricamente la eficiencia. Como el mejor comportamiento se desconoce, Farrel propuso considerar como referencia eficiente la mejor práctica observada de entre la muestra de empresas en estudio, y calcular así los índices de eficiencia de cada una por comparación con las que presentan un mejor comportamiento económico. De esta forma se obtiene una medida de eficiencia que tiene un carácter relativo, es decir, depende de la muestra en estudio.



Para Farrell, la eficiencia técnica corresponde a desviaciones observadas respecto de una frontera idealizada o Isoquanta. Tal enfoque es un giro natural hacia un tratamiento econométrico, en el cual la eficiencia se expresa por los residuos de un modelo de regresión. Sin embargo, Farrell estimó una frontera paramétrica empleando modelos de programación lineal. Sólo después de diez años se retoma el enfoque econométrico y se comienza a desarrollar una literatura formal con modelos de este tipo.

El desarrollo de la metodología econométrica comienza con la introducción de los modelos de frontera determinista, en 1968, y se desarrolla aún más con los modelos de frontera estocástica, [Aigner, Lovell y Schmidt, 1977], [Meeusen y Van Den Broeck, 1977]. En el análisis de frontera estocástica (AFE), se introduce la idea de que las desviaciones respecto a las fronteras pueden no estar totalmente bajo el control de la empresa analizada, sino que, existe una componente aleatoria debida a efectos externos, los cuales se distribuyen normalmente, y que afecta favoreciendo o desfavoreciendo la producción de la empresa.

Por otra parte, siguiendo el camino de Farrell, se desarrolló el análisis envolvente de datos, (DEA), metodología introducida por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), en la cual se busca establecer cuáles empresas de la muestra determinan la superficie envolvente o frontera de producción eficiente. La distancia radial de una empresa hacia la frontera provee la medida de eficiencia. Por tanto, aquellas empresas que están sobre la frontera (las que la determinan) son consideradas eficientes, en cambio, aquellas que se encuentran alejadas de la frontera son consideradas ineficientes. En esta metodología, la búsqueda de la frontera se realiza con técnicas de programación lineal.

Así entonces, definidas las metodologías para estimar la frontera de eficiencia, queda por especificar el tipo de frontera a estimar, lo que puede hacerse a partir de una función de producción o a partir de una función de

costo. Una función de producción relaciona las cantidades producidas en función de los insumos utilizados, en cambio, una función de costo relaciona el costo total de producción en función de los niveles de productos y el precio de los insumos.

En líneas generales, no hay diferencias en cuanto a decidir si es mejor estimar una función de costo o una función de producción, aunque es importante tener presente argumentos que favorecen el empleo de alguna de ellas bajo ciertas circunstancias. En este sentido, con el empleo de las fronteras de producción se puede extraer información únicamente de la eficiencia técnica y no de la eficiencia en la asignación, en cambio con la estimación de fronteras de costos se incluye información de la eficiencia técnica y de la eficiencia en la asignación, aunque para poder separar ambas componentes es necesario incluir supuestos adicionales. Por otra parte, cuando la comparación de empresas es de carácter internacional, es más práctico emplear fronteras de producción en vez de fronteras de costo. En el empleo de fronteras de producción se utilizan variables que tienen unidades físicas, las cuales tienen un carácter más homogéneo entre los distintos países, mientras que la estimación de frontera de costo requiere el empleo de variables expresadas en unidades monetarias, lo cual es una complicación adicional cuando los datos consideran empresas de varios países. Asimismo, la estimación de una frontera de costo tiene la desventaja que en general las empresas son reacias a transparentar sus datos de costos y, además, también es necesario conocer los costos de los insumos.

En el ámbito de las empresas de distribución eléctrica, las cuales se desenvuelven en un ambiente regulado y por tanto sujetas a fijaciones de precios, éstas no pueden fijar su nivel de producción por imposición de satisfacer obligadamente la demanda, por tanto la maximización de sus beneficios lo consiguen únicamente minimizando sus costos de producción. Esta consideración, unida a la disponibilidad de datos exigida por el regulador

a las empresas, define aspectos que pueden favorecer la estimación de una frontera de costo.

## 2.7 Estudios previos

Matemáticamente, los métodos de frontera se presentan como una herramienta de análisis de gran confiabilidad y la literatura muestra su utilización en una amplia variedad de estudios, entre los cuales también se reporta resultados a los sistemas de distribución eléctrica. A continuación, se revisan algunas de estas referencias dando principal atención a la caracterización de la frontera, a través de una función de producción o una función de costo, a la metodología de análisis empleada, metodología econométrica o de programación matemática, y las variables utilizadas por los autores para caracterizar la distribución eléctrica.

Huettner y Landon (1977): Reportan un estudio en que miden los rendimientos a escala de las empresas de servicio eléctrico. Se emplea una base de datos compuesta de 74 empresas provenientes de la Agencia de Información de Energía de Estados Unidos y que corresponde al año 1971. Se estimó una función translogarítmica de los costos promedio dada por:

$$\begin{aligned}
 DAC = & \beta_0 + \beta_1 \log(TCAP) + \beta_2 (\log TCAP)^2 + \beta_3 UTCAP + \\
 & \beta_4 UTCAP^2 + \beta_5 NTransC + \beta_6 ResidC + \\
 & \beta_7 CommC + \beta_8 IndC + \beta_9 WC + \beta_{10} GDUMs + \\
 & \beta_{11} HDUMs
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

donde las variables utilizadas son:

*DAC* Costo total de distribución por kWh.

*TCAP* Capacidad total en MW.

<i>UTCAP</i>	Demanda promedio como razón de la capacidad máxima
<i>NTransC</i>	Número transformadores por cliente.
<i>ResidC</i>	Ventas a clientes residenciales, (MWh).
<i>CommC</i>	Ventas a clientes comerciales, (MWh).
<i>IndC</i>	Ventas a clientes industriales, (MWh).
<i>WC</i>	Costo salarial de la compañía, (\$/hora).
<i>GDUMs</i>	Variable de característica geográfica, “dummy”.
<i>HDUMs</i>	Variable de propiedad, “dummy”.

El estudio concluye indicando la existencia de des-economías de escala en las empresas de menor tamaño.

Neuberg (1977): Este estudio estima la función de costo de la empresa de distribución con el propósito de comparar eficiencia entre las empresas de propiedad pública y privada, así como sus rendimientos a escala. El estudio está basado en una muestra de empresas de los Estados Unidos, la cual se compone de 189 empresas públicas y 182 empresas privadas. El estudio propone una conceptualización de los factores que componen los costos de la actividad de distribución, caracterizado como una variable explicativa compuesta por la suma de: costos de distribución, que incluye la explotación y la mantención, costos de facturación y ventas y los costos de administración. Las variables explicativas sugeridas en el modelo son: número de clientes, energía total vendida, longitud total de líneas de distribución aéreas, área total de distribución, costo de capital, costo salarial y una variable “dummy” (ficticia) para distinguir a las empresas públicas de las privadas. El autor, finalmente, concluye con algunas explicaciones especulativas de sus

resultados de costo-eficiencia relativo y una discusión de implicaciones en las políticas de operación, en relación a que las empresas de propiedad pública presentan costos significativamente más bajos que las empresas de propiedad privada.

Filippini y Wild (2000): Estiman una función de costo promedio para el sector eléctrico de distribución suizo, realizando una regresión simple. Se emplea los datos de 59 empresas de distribución correspondientes a los años 1988-1996 obtenida de la Oficina Federal de Estadísticas. Como técnica de estimación se utilizó los mínimos cuadrados generalizados. El estudio sugiere la descomposición de la función de costo en costo en compra de energía y costos de la actividad de red, además, el modelo propuesto hace distinción de redes de acuerdo a su nivel de voltaje, distinguiendo como la principal salida a los kWh transportados por la red de medio voltaje. La heterogeneidad de consumidores se mantiene diferenciada a los clientes de medio y bajo voltaje.

La función de costo promedio empleada está representada por la siguiente función:

$$AC = \beta_0 + \beta_1 Y + \beta_2 Y^2 + \beta_3 PL + \beta_4 PC + \beta_5 HGRID + \beta_6 LVSH + \beta_7 AVGL + \beta_8 LF + \beta_9 CD + \beta_{10} CD^2 + \beta_{11} AGSH + \beta_{12} FOSH + \beta_{13} UPSH + \beta_{14} OTSH + \beta_{15} T + \varepsilon_{it} \quad (2.6)$$

donde:

<i>AC</i>	Costo promedio por kWh.
<i>Y</i>	kWh transportado por la red de medio voltaje.
<i>PL</i>	Capital.

<i>PC</i>	Salarios.
<i>HGRID</i>	Variable que separa a las empresas de distribución que operan en la red de alto voltaje, “dummy”
<i>LVSH</i>	Energía que se deriva a la red de bajo voltaje.
<i>AVGL</i>	Consumo promedio de los clientes en bajo voltaje.
<i>LF</i>	Factor de carga.
<i>CD</i>	Densidad del cliente medida en clientes por hectárea.
<i>AGSH</i>	Proporción de tierra agrícola.
<i>FOSH</i>	Proporción de tierra boscosa.
<i>UPSH</i>	Proporción de tierra improductiva con respecto al tamaño total del área de servicio.
<i>OTSH</i>	Variable que controla otras salidas incluidas en los datos contables de las empresas.
<i>T</i>	Variable de tiempo que captura el cambio en tecnología, representa el cambio en la eficiencia técnica.
$\varepsilon_{it}$	Es el error en la estimación.

El propósito del estudio es contribuir con información que sea utilizada como base de un proceso de regulación por comparación (“yardstick regulation”) para los precios de acceso a la red de distribución.

Filippini, Wild y Kuenzle (2001): Introducen avances a su propuesta del 2000, utilizando un modelo de fronteras estocásticas para estimar el costo promedio de distribución. Se emplea una muestra de 59 empresas de distribución suizas correspondiente a los años 1988-1996. El modelo utilizado es el siguiente:

$$AC = \beta_0 + \beta_1 Y + \beta_2 Y^2 + \beta_3 PL + \beta_4 PC + \beta_5 HGRID + \beta_6 LVSH + \beta_7 AVGL + \beta_8 LF + \beta_9 CD + \beta_{10} CD^2 + \beta_{11} AGSH + \beta_{12} FOSH + \beta_{13} UPSH + \beta_{14} OTSH + u_i + v_{it} \quad ; u_i \geq 0 \quad (2.7)$$

donde:

<i>AC</i>	Costo promedio de distribución por kWh.
<i>Y</i>	Energía transportada por la red de medio voltaje, kWh.
<i>PL</i>	Costo de capital.
<i>PC</i>	Salarios.
<i>HGRID</i>	Variable que separa a las empresas de distribución que operan en la red de alto voltaje, “dummy”
<i>LVSH</i>	Energía que se deriva a la red de bajo voltaje.
<i>AVGL</i>	Consumo promedio de los clientes en bajo voltaje.
<i>LF</i>	Factor de carga.
<i>CD</i>	Densidad del cliente medida en clientes por hectárea.
<i>AGSH</i>	Porción de tierra agrícola.
<i>FOSH</i>	Porción de tierra boscosa.

<i>UPSH</i>	Porción de tierra improductiva con respecto al tamaño total del área de servicio.
<i>OTSH</i>	Variable que controla otras salidas incluidas en los datos contables de las empresas.
$v_i$	Variable aleatoria que se distribuye mediante una normal, $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ y que representa un shock aleatorio y el error en las variables.
$u_i$	Variable aleatoria que se distribuye mediante una media normal $u_i \sim  N(0, \sigma_u^2) $ y que representa la ineficiencia.

El estudio tiene como propósito analizar la estructura de costo respecto a la eficiencia de costo y escala de producción, información que puede utilizarse en la fijación de precios de acceso a la red de distribución.

Filippini (1996): Estima una función de costo translogarítmica para el sector de distribución suizo, empleando una muestra de 39 empresas con información del período 1988-1991. El origen de los datos es variado, cubriendo la Oficina Federal de Estadística suiza, publicaciones anuales de la Asociación de Ciudades suizas y cuestionarios enviados por mail a las empresas. El objetivo del estudio es encontrar evidencias empíricas de las economías de escalas y analizar la sobre capitalización en el sector de distribución eléctrico suizo. El modelo empleado es el siguiente:



$$\begin{aligned}
\ln\left(\frac{VC}{w_p}\right) = & \alpha_0 + \eta_y Y + \beta_1 \ln\left(\frac{w_l}{w_p}\right) + \kappa_k \ln(K) + \gamma_{LF} \ln(LF) + \\
& \frac{1}{2} \eta_{yy} (\ln(Y))^2 + \frac{1}{2} \mu_{ll} \left(\ln\left(\frac{w_l}{w_p}\right)\right)^2 + \frac{1}{2} \kappa_{kk} (\ln(K))^2 + \\
& \frac{1}{2} \gamma_{LFLF} (\ln(LF))^2 + \omega_{yl} \ln(Y) \ln\left(\frac{w_l}{w_p}\right) + \\
& \varsigma_{ky} \ln(Y) \ln(K) + \rho_{yLF} \ln(Y) \ln(LF) + \\
& \pi_{lk} \ln\left(\frac{w_l}{w_p}\right) \ln(K) + \delta_{LF} \ln\left(\frac{w_l}{w_p}\right) \ln(LF) + \\
& \phi_{kLF} \ln(K) \ln(LF) + \sum_f \kappa_f FD_f + \tau T
\end{aligned} \tag{2.8}$$

donde las variables utilizadas son:

$VC$	Costo variable.
$Y$	Energía vendida total, kWh.
$w_p$	Precio de compra de la energía.
$w_l$	Salario.
$K$	Stock de capital.
$LF$	Factor de carga.
$T$	Variable de tiempo que captura los cambios en la tecnología representando cambios en la eficiencia técnica.
$FD_j$	Conjunto de variables binaria, se utiliza como control de ciertos efectos fijos de algunas empresas específicas.

Scarsi (1999): Estima una función de costo translogarítmica empleando métodos de frontera estocástica. La muestra la componen 147 empresas de distribución de Italia con datos correspondiente al año 1996. El propósito del estudio es hacer una comparación entre las empresas públicas y privadas, estas últimas pertenecientes a distritos municipales. El modelo utilizado es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\ln\left(\frac{TDC}{p_m}\right) = & \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{p_l}{p_m}\right) + \beta_2 \left(\ln\left(\frac{p_l}{p_m}\right)\right)^2 + \beta_3 \ln\left(\frac{p_k}{p_m}\right) + \\
& \beta_4 \left(\ln\left(\frac{p_k}{p_m}\right)\right)^2 + \beta_5 \ln(Y) + \beta_6 (\ln(Y))^2 + \\
& \beta_7 \ln(CUST) + \beta_8 (\ln(CUST))^2 + \beta_9 \ln\left(\frac{p_l}{p_m}\right) \ln\left(\frac{p_k}{p_m}\right) + \\
& \beta_{10} \ln(Y) \ln\left(\frac{p_k}{p_m}\right) + \beta_{11} \ln(CUST) \ln\left(\frac{p_k}{p_m}\right) + \\
& \beta_{12} \ln(Y) \ln\left(\frac{p_l}{p_m}\right) + \beta_{13} \ln(CUST) \ln\left(\frac{p_l}{p_m}\right) + \\
& \beta_{14} \ln(Y) \ln(CUST) + v + u
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$v \in \Re, v : N(0, \sigma_u^2)$$

$$u \geq 0, u : |N(m_i, \sigma_u^2)|$$

con:

$$\begin{aligned}
m_i = & \alpha_1 \ln(DENS) + \alpha_2 \ln(INDCUS) + \alpha_3 \ln(INDLIN) + \\
& \alpha_4 \ln(INDY) + \alpha_5 \ln(THIRD) + \alpha_6 AIRMT + \alpha_7 AIRBT + \\
& \alpha_8 PTP + \alpha_9 SOUD + \alpha_{10} MOUNTD + \alpha_{11} METRD + \alpha_{12} MUNID + \\
& \alpha_{13} SEAD + \alpha_{14} BORD + \alpha_{15} INDUSD + \alpha_{16} GEND
\end{aligned} \tag{2.10}$$

y donde las variables empleadas son:

<i>TDC</i>	Costo total de distribución.
<i>p<sub>l</sub></i>	precio asociado a salario.
<i>p<sub>k</sub></i>	precio asociado al capital.
<i>p<sub>m</sub></i>	precio de los materiales.
<i>Y</i>	Energía vendida en GWh.
<i>CUST</i>	Clientes totales.
<i>DENS</i>	Densidad de clientes.
<i>INDCUS</i>	Clientes industriales en porcentaje del total.
<i>AIRMT</i>	Kilómetros de líneas aéreas en media tensión en porcentaje del total.
<i>AIRBT</i>	Kilómetro líneas aéreas en baja tensión en porcentaje del total.
<i>PTP</i>	Subestaciones primarias en porcentaje del total.
<i>SOUD</i>	Variable “dummy”, es 1 si el área de servicio se ubica la sur de Italia.
<i>MOUNTD</i>	Variable “dummy”, es 1 si el área de servicio contiene más del 50% de terreno montañoso (> 700 mts).
<i>METRD</i>	Variable “dummy”, es 1 si el área de servicio es metropolitana.
<i>MUNID</i>	Variable “dummy”, es 1 si el área de servicio contiene barrios de alta exigencia municipales en el servicio.

<i>SEAD</i>	Variable “dummy”, es 1 si el área de distribución contiene zonas costeras.
<i>INDCUS</i>	Clientes industriales en porcentaje.
<i>INDLIN</i>	Porcentaje Líneas industriales en media tensión.
<i>INDY</i>	Energía vendida a clientes industriales en porcentaje.
<i>THIRD</i>	Costos por pago de servicios a terceros.
<i>BORD</i>	Variable “dummy”, es 1 si la zona esta en la frontera de Italia, captura externalidades positivas o negativas por la interconexión con países vecinos.
<i>INDUS</i>	Variable “dummy”, es 1 si la zona esta localizada en un distrito industrial.
<i>GEND</i>	Variable “dummy”, es 1 si la zona incluye alguna planta de generación.
$v$	Variable aleatoria que se distribuye con la normal, representa el ruido aleatorio y error en las variables.
$u$	Variable aleatoria, que se distribuye con una semi-normal o normal truncada, representa la ineficiencia. Su comportamiento promedio, $m_i$ , se modela de manera que pueda ser estimado con una representación lineal.

Kwoka (2001): Estima una función de costo total para el sistema de distribución eléctrica, con el propósito de estudiar cómo son afectados por las distintas características de la empresa. El estudio emplea métodos econométricos estándar y la base de datos la componen 442 empresas, que de

acuerdo al autor, representa más del 90% de la energía vendida en los Estados Unidos en 1989. El modelo ajustado es el siguiente.

$$AC = a_0 + a_1RMWH + a_2MWH + a_3MWH^2 + a_4X \quad (2.10)$$

donde:

<i>AC</i>	Costo promedio de distribución por MWh.
<i>MWH</i>	Energía total vendida.
<i>RMWH</i>	Recíproco de la energía vendida (1/MWh).
<i>X</i>	Indica la presencia de otras variables como: costo capital, salario, precio compra energía, kilómetros líneas aéreas y subterráneas, número de clientes, área de servicio y otras de tipo binarias, para distinguir a las empresas públicas de las privadas y para separar aquellas empresas que además distribuyen gas.

IPART (1999): En este estudio el regulador en Australia examina la eficiencia técnica relativa de seis empresas de distribución de Nueva Gales del Sur (NGS), como base para cuantificar el crecimiento de productividad de estos distribuidores respecto a la determinación del precio anterior, de 1996, e identificar las mínimas variaciones que permitan mejorar la eficiencia dados los rendimientos a escala y las reglas de servicio establecidas. La eficiencia se calculó relativa al desempeño de una base de datos internacional, compuesta por 219 empresas distribuidoras que incluyeron empresas de Australia, Nueva Zelanda, Estados Unidos, Inglaterra y Gales. Se empleó la técnica de análisis envolvente de datos DEA usando un modelo de rendimientos constantes a escala (CRS), justificado con el argumento que las empresas no tienen ningún

control sobre los rendimientos a escala en su producción. Los costos de explotación que están en moneda de los respectivos países, son convertidos en unidad monetaria única considerando las paridades en las capacidades adquisitivas de los productos. El modelo consideró las siguientes variables:

Especificación de los modelos, IPART (1999)	
Entradas	Salidas
Costo O&M totales, incluye salarios	Energía total vendida (GWh)
Kilómetros de línea	Clientes totales (número)
Capacidad de transformadores (MVA)	Demanda de punta

Con el empleo de las variables de entradas: costo total de operación, longitud de la red y capacidad de transformadores, los investigadores intentaron capturar información directa de los principales insumos del proceso productivo, por otra parte, encuentran que con las salidas: energía vendida, número de clientes y demanda de punta, es suficiente para observar adecuadamente el proceso productivo.

Para estudiar el efecto que las variables medioambientales pudiesen tener en los resultados de eficiencia, se realizó un análisis de significancia estadística a un cierto número de estas variables. Este análisis indicó que la proporción de clientes (clientes residenciales por clientes totales, o clientes comerciales por clientes totales) y la configuración de red (kilómetros de líneas aéreas y kilómetros de líneas subterráneas) tienen una influencia significativa en los resultados del análisis DEA. Por el contrario, se encontró no tener influencia significativa la densidad de cliente (expresada como clientes por kilómetros cuadrados de área de servicio).

Weyman-Jones (1992): Presenta dos estudios para medir eficiencia relativa de doce empresas de electricidad regionales de Inglaterra y Gales en el período 1970-1971 a 1988-1989. El objetivo del estudio fue determinar una métrica que podría emplearse como base en la determinación de los factores de eficiencia X en una regulación “price cap”. En ambos estudios se emplea la

metodología DEA VRS con entrada orientada. El objetivo del primer estudio fue medir la eficiencia técnica de las empresas que permite los retornos variables a escala, y el objetivo del segundo estudio fue medir costo global o eficiencia productiva (eficiencia técnica y eficiencia de asignación) controlando las variables medioambientales.

La especificación de variables para ambos estudios se detalla a continuación:

Especificación de los modelos, Weyman-Jones (1992)

<u>Entradas</u>	<u>Salidas</u>	<u>Variables medioambientales</u>
Número de empleados (1,2)	Ventas residenciales (kWh) (1)	Longitud de la red (km) (2)
Tamaño de la red (km) (1)	Ventas comerciales (kWh) (1)	Capacidad de transformación (MVA) (2)
Capacidad de transformadores (MVA) (1)	Ventas industriales (kWh) (1)	Ventas totales (kWh) (2)
	Demanda máxima (kW) (1)	Demanda máxima (kW) (2)
	Número de clientes (2)	Densidad de población (2)
		Porción mercado industrial (Ventas industriales)/(Ventas totales) (2)

Nota: El número indica si la variable se utilizó como entrada – salida – medioambiental en el modelo 1 o 2.

Pollitt (1995): Examina la eficiencia del sector eléctrico al nivel de generación, transmisión y distribución con el objetivo de estudiar la relación entre eficiencia y propiedad, en particular, si las empresas privadas son más eficientes que las públicas. Emplea una base de datos que relaciona empresas del Reino Unido y de los Estados Unidos. En el estudio, Pollitt estima que no es razonable hacer comparaciones de eficiencia entre empresas de diferente tamaño, es así que divide la base de datos en tres subconjuntos según el número de empleados, en distribución define: las empresas grandes, con más de 1000 empleados; las empresas medias, entre 300 y 1000 empleados y las empresas pequeñas, con menos de 300 empleados.

Pollitt mide la eficiencia a través de un modelo DEA con entrada orientada y por una función de costo promedio. Las variables de entrada y salida del modelo DEA son las siguientes:

Especificación del modelo, Pollitt (1995)

Entradas	Salidas
Número de empleados	Número de clientes
Transformadores (MVA)	Ventas residenciales (mkWh)
Kilómetros de circuito	Ventas no residenciales (mkWh)
	Demanda máxima (MW)

Jamasb y Pollitt (2001c): En este estudio se compara la eficiencia de 63 empresas de distribución eléctrica correspondientes a seis países de Europa; Italia, Noruega, Inglaterra, Portugal, España y Países Bajos. El estudio utiliza técnicas DEA, COLS y SFA con diferentes especificaciones de modelos y datos correspondientes a los años 1997-1998. En los distintos modelos DEA considerados, las variables más utilizadas son:

Especificación del modelo, Jamasb y Pollitt (2001c)

Entradas	Salidas
Costos totales	Energía suministrada (GWh)
	Número de clientes
	Longitud de la red (km)

El estudio muestra que, empleando las distintas técnicas y modelos, no existen diferencias significativas de eficiencia en las empresas inglesas.

A continuación, en las siguientes tablas, se resumen algunas de las referencias revisadas dando principal atención al tipo de función empleada en la caracterización de la frontera (función de costo o función de producción), a la metodología de análisis empleada (econométricas o de programación matemática), y a las variables utilizadas para caracterizar el proceso productivo.



Tabla 2.1: Caracterización de la frontera de eficiencia con metodología DEA

Autores	País de Estudio	Tamaño de la Muestra	Años	
Weyman-Jones (1992)	Inglaterra y Gales	12	1970-1989	
Pollitt (1995)	Estados Unidos, Inglaterra y Gales	145	1990	
IPART (1999)	Australia, Estados Unidos, Nueva Zelanda, Inglaterra y Gales	219	1995-1997	
Jamasb Pollitt (2001)	Italia, Noruega, Inglaterra, Portugal, España y Países Bajos	63	1997-1998	

Variable	Weyman-Jones (1992)	Pollitt (1995)	IPART (1999)	Jamasb Pollitt (2001)
Costos totales	-	-	-	Entrada
GWh vendidos	VMA	-	Salida	Salida
Número de clientes	Salida	Salida	Salida	
GWh vendidos a clientes domiciliarios	Salida	Salida	-	-
GWh vendidos a clientes no domiciliarios	-	Salida	-	-
GWh vendidos a clientes Comerciales	Salida	-	-	-
GWh vendidos a clientes Industriales	Salida	-	-	-
Demanda de punta (MW)	Salida, VMA	Salida	Salida	-
Número de clientes	Salida	Salida	Salida	Salida
Número de empleados	Entrada	Entrada	-	-
Salarios	-	-	-	-
Otros, operación y mantención	-	-	Entrada	-
Reserva de Capital	-	-	-	-
Kilómetros de línea	Entrada, VMA	Entrada	Entrada	Salida
Capacidad de transformadores (MVA)	Entrada, VMA	Entrada	Entrada	-
Densidad de Población	VMA	-	-	-
Proporción del mercado Industrial	VMA	-	-	-

Nota: Entrada corresponde a los insumos, Salida a los productos y VMA son variables medio ambientales, aquellas que afectan la producción y que no son controladas por la empresa, éstas son de tipo geográfica, demográfica o impuestas por el regulador.

Tabla 2.2: Variables asociadas a función de costos promedio.

	Pollitt (1995)	Huettner y Landon (1977)	Fillippini y Wild (2000)
C	Costo de distribución en 1000s de dólares por millones de kWh	Costo total de distribución por kWh	Costo promedio por kWh
$\beta_1$	Ventas totales a clientes en millones de kWh	Capacidad total en MW	kWh transportado por la red de medio voltaje
$\beta_2$	Razón de demanda máxima a la promedio	Demanda promedio como una razón de la capacidad máxima	Capital
$\beta_3$	Número de clientes	Número de transformadores por clientes	Salario
$\beta_4$	Proporción de ventas residenciales a las ventas totales (%)	Ventas a clientes residenciales (MWh)	Variable muda, separa las empresas de distribución que operan en la red de alto voltaje
$\beta_5$	Kilómetros de circuito de distribución aéreos totales por cliente	Ventas a clientes comerciales (MWh)	Porción de electricidad que se reparte en la red de bajo voltaje
$\beta_6$	Kilómetros de circuito de distribución subterráneos totales por cliente	Ventas a clientes industriales (MWh)	Consumo promedio de los clientes en bajo voltaje
$\beta_7$	Capacidad de transformadores (MVA) por clientes	Costo salarial de la compañía (\$/hora)	Factor de carga
$\beta_8$	Área de servicio en kilómetros cuadrados	Geográfica, variable muda	Densidad del cliente medida en clientes por hectárea
$\beta_9$	Costo salarios en 1000s de dólares por empleados	Propiedad, variable muda	Porción de tierra agrícola
$\beta_{10}$	Variable muda de propiedad, (1 = Pública, 0 = Privada)	-	Porción de tierra boscosa
$\beta_{11}$	País, variable muda (1 = UK, 0 = US)	-	Porción de tierra improductiva con respecto al tamaño total del área de servicio
$\beta_{12}$	-	-	Variable que controla otras salidas incluidas en los datos contables de las empresas
$\beta_{13}$	-	-	Variable de tiempo que captura el cambio en tecnología, representa el cambio en la eficiencia técnica.

### **III. FRONTERAS DE EFICIENCIA**

#### **3.1 Introducción**

El interés por el análisis de las fronteras de eficiencia económica ha crecido rápidamente durante el último tiempo, existiendo numerosas publicaciones con metodologías y aplicaciones acerca de la medición de eficiencia. En forma general, son dos las metodologías desarrolladas para medir la eficiencia, la econométrica y la de programación matemática. En ambos casos la eficiencia de una determinada empresa es el resultado de una medida relativa de distancia respecto a una frontera que representa el límite práctico máximo de eficiencia. En la metodología econométrica se especifica una forma funcional para la función de producción y la eficiencia está representada por la cuantía del error de esta aproximación. Cuando la metodología de análisis es estocástica, la lejanía respecto a la frontera de eficiencia se considera producto tanto de la ineficiencia como del azar de una mala medición, por lo que el error especificado en la función de producción se compone de estos dos términos, un error completamente aleatorio y un error que representa la ineficiencia. Para medir la ineficiencia se separan estas dos componentes del error total, imponiendo supuestos específicos para la distribución de cada uno de ellos. Por el contrario, la metodología de programación matemática no impone una estructura determinada para la frontera y cualquier desviación de ella se considera como ineficiencia.

En cuanto a la opción metodológica de estimación, ésta no ha estado exenta de polémica, hay investigadores que prefieren los métodos econométricos [Coelli, 1996, 1998, 1999a, 1999b], [Battese, 1988, 1992, 1993] y otros los métodos de programación matemática [Seiford y Thrall, 1990]. Los métodos econométricos se han criticado por confundir potenciales estimaciones de eficiencia con los errores de la especificación. La programación matemática, por otro lado, es no-paramétrica y así menos susceptible a los errores de la especificación pero no considera la posibilidad de desviaciones de

la frontera debido a razones puramente aleatorias. Los defensores de los métodos econométricos discrepan sobre si se debe imponer supuestos sobre la distribución en el término del error y, en ese caso, qué distribución es más apropiada. Artículos recientes de programación matemática han criticado el análisis de envoltimiento de datos (DEA) sugiriendo en cambio la técnica de envoltura de libre disposición (Free Disposable Hull - FDH), por involucrar supuestos menos arbitrarios y proporcionar un mejor ajuste a los datos, por ejemplo, Tulkens, (1993), Vanden Eeckaut, Tulkens y Jamar, (1993).

En el análisis de programación matemática se obtiene estimaciones puntuales de eficiencia, sin que se pueda analizar la precisión de la estimación y, por tanto, en la comparación entre unidades no es posible saber si la diferencia se debe exclusivamente a errores en los datos, generando un problema de fiabilidad de la estimación. Para corregir estas deficiencias se han propuesto variadas alternativas de análisis para determinar la sensibilidad de éstas, [Cooper et al., 2001]. Una de la más aceptadas en la comunidad científica es la realizada a partir de estimadores bootstrap [Efron y Tibshirani, 1993], método que ha sido adaptado recientemente para aproximar la distribución del estimador DEA [Simar y Wilson, 1998, 2000], [Löthgren, 1998]. Del método bootstrap se obtiene intervalos de confianza para el resultado de eficiencia que permiten matizar estadísticamente las comparaciones.

### **3.2 Medición de la eficiencia**

La eficiencia es un concepto relativo, que se obtiene por comparación con otras alternativas disponibles, considerando los recursos empleados en la consecución de los resultados; en el caso de la actuación de una empresa, se puede indicar que una empresa es económicamente eficiente cuando es capaz de producir un producto a un menor costo que con el costo

que conlleva producirlo con el resto de las alternativas existentes en el mercado.

La eficiencia se trata por lo tanto de un concepto económico que viene justificado por la tradicional escasez de recursos susceptibles de empleo en usos alternativos. No tiene un carácter absoluto, ya que viene determinado por las alternativas existentes.

Cada empresa elige la combinación de insumos que le permite obtener una producción de bienes y servicios. La evaluación de como una empresa consigue su producción se realiza con la medición de su eficiencia productiva.

### **3.3 La eficiencia productiva**

Farrel (1957) fue el primero que proporcionó una manera para medir empíricamente la eficiencia productiva. Como el mejor comportamiento se desconoce, él propuso considerar como referencia eficiente la mejor práctica observada de entre la muestra de empresas en estudio, y calcular así los índices de eficiencia, relativos a las empresas que presentan el mejor comportamiento productivo.

Las empresas que constituyen la mejor práctica componen lo que se denomina "frontera eficiente" o Isocuanta, término que alude el hecho de que no es posible ser más eficiente que las empresas situadas en dicha frontera.

Para su proposición de medición de eficiencia, Farrel supuso una empresa que empleara dos insumos, (entradas,  $x_1$  y  $x_2$ ), para generar un producto, (salida  $y$ ), bajo rendimientos constantes a escala y total conocimiento de la función de producción, que consideró convexa en  $x_1$  y  $x_2$ .

La hipótesis de convexidad implica que si dos condiciones de operación son factibles, entonces su combinación convexa también lo es. Con la segunda hipótesis, de rendimientos constantes a escala, él asumió la existencia de una relación invariable entre la modificación de los insumos y la obtención de los productos, lo que permite asegurar que la eficiencia que se está midiendo es netamente técnica y no de escala.

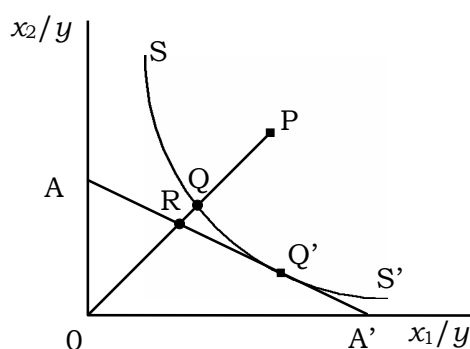


Figura 3.1: Función de producción con dos entradas y una única salida.

En la figura 3.1 se representan las alternativas productivas que empleando dos entradas pueden producir una unidad de salida con la tecnología existente. La curva  $SS'$  es la isocuanta unitaria que representa el lugar de todas las combinaciones mínimas de entradas necesarias para producir una unidad de salida. Si por ejemplo una empresa utiliza cantidades de entradas definidas por el punto  $P$ , se puede afirmar que es técnicamente ineficiente puesto que todas las entradas pueden reducirse proporcionalmente sin una reducción en la salida hasta llegar al punto  $Q$ , es decir, la distancia  $QP$  es una cuantía de la ineficiencia técnica. Esta ineficiencia se expresa normalmente en forma de porcentaje mediante la razón  $QP/OP$  y representa el porcentaje por el que todas las entradas pueden reducirse proporcionalmente manteniendo la producción en una unidad de salida. Asimismo, la eficiencia técnica es el complemento a uno de la ineficiencia y puede medirse en la figura 3.1 por la razón  $OQ/OP$ . Cuando la eficiencia es igual a uno la empresa es

técnicamente eficiente, punto Q en la figura, y se encuentra sobre la isocuanta de eficiencia,  $SS'$ .

Si, además, se conoce la razón de precios de los insumos, representada en la figura 3.1 por la línea de isocosto  $AA'$ , también puede calcularse la eficiencia asignativa. La eficiencia asignativa de la empresa que opera en el punto P, se define por la razón  $OR/OQ$ , de manera que la distancia  $RQ$  representa la reducción en los costos si la producción ocurriese en el punto Q', punto que es técnica y asignativamente eficiente, en lugar del punto Q que es técnicamente eficiente pero asignativamente ineficiente.

La eficiencia productiva se define mediante la razón  $OR/OP$ , donde la distancia  $RP$  también puede interpretarse como una reducción del costo. El producto entre la eficiencia técnica y asignativa proporciona la eficiencia productiva, es decir;  $(OR/OP) = (OQ/OP) \times (OR/OQ)$ .

Para el caso de desconocimiento de la función de producción, Farrell (1957) propuso la estimación de una frontera paramétrica empleando modelos de programación matemática. Para ello sugirió el uso de: (a) una isocuanta no paramétrica convexa lineal por tramos, construida de tal forma que ninguna observación se queda debajo de ella, o (b) una función paramétrica, como una de tipo Cobb-Douglas, ajustada a los datos, tal que nuevamente ningún punto observado debe ubicarse debajo de ella.

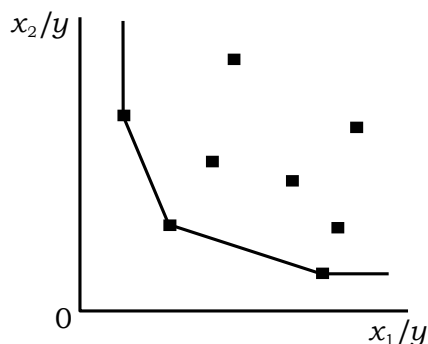


Figura 3.2: Representación lineal de una isocuanta unitaria, Farrell (1957).

Para Farrell, la eficiencia técnica corresponde a desviaciones observadas respecto de la "frontera eficiente" o isocuanta. Tal enfoque es un giro natural hacia un tratamiento econométrico, en el cual la eficiencia se expresa por los residuos de un modelo de regresión. Sin embargo, sólo después de diez años se retoma este enfoque econométrico y se comienza a desarrollar una literatura formal con modelos de este tipo.

### **3.4 Análisis envolvente de datos (DEA)**

El Análisis Envolvente de Datos o Data Envelopment Analysis (DEA) es una técnica de optimización construida para medir la eficiencia relativa de un grupo de unidades organizacionales, (DMUs)<sup>4</sup>, en las cuales la presencia de múltiples insumos (entradas) y productos (salidas) hacen difícil la comparación de su desempeño. DEA provee un método para comparar la eficiencia sin el conocimiento de la función de producción, es decir, sin necesidad de conocer una relación funcional entre entradas y salidas. El resultado de eficiencia en la presencia de múltiples entradas y salidas se define como:

$$Eficiencia = \frac{\text{suma ponderada de las salidas}}{\text{suma ponderada de las entradas}} \quad (3.1)$$

Asumiendo que hay  $n$  DMUs, cada una con  $m$  entradas y  $s$  salidas, el resultado de eficiencia relativa de una DMU de prueba 0 se obtiene resolviendo el siguiente modelo fraccionario propuesto por Charnes, Cooper y Rodees (1978):

---

<sup>4</sup> DMUs : Unidades de toma de decisión ("Decision Making Units")



$$\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{i0}} \\
\text{sujeto a :} \quad & \\
& \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{ij}} \leq 1; \quad j = 1, L, n \\
& v_r, u_i \geq 0 \quad r = 1, L, s; \quad i = 1, L, m
\end{aligned} \tag{3.2}$$

En este modelo,  $y_{rj}$ ,  $x_{ij} \geq 0$  son constantes que representan las cantidades observadas en la  $r$ -ésima salida y en la  $i$ -ésima entrada de la unidad de toma de decisión  $j$ . Las variables  $v_r, u_i \geq 0$  son factores ponderadores que permiten obtener la medida escalar de eficiencia. El valor  $h_0$  satisface  $0 \leq h_0 \leq 1$  y es el resultado de eficiencia en la cual  $h_0 = 1$  indica el máximo de eficiencia y  $h_0 < 1$  indica la ineficiencia de la unidad. Por otra parte,  $h_0$  resulta invariante a las unidades de medida empleadas en las variables de entradas y salidas.

Es importante observar que el modelo (3.2) puede no tener una solución, dado que los denominadores pueden hacerse cero indefiniendo las cantidades en el modelo. Por otra parte, si  $v^*$  y  $u^*$  son solución de (3.2), entonces también lo son  $\gamma v^*$  y  $\gamma u^*$ , para cualquier  $\gamma > 0$ . Para excluir las múltiples soluciones, el programa fraccionario (3.2) puede convertirse en uno de programación lineal empleando la siguiente transformación:

$$\sum_{i=1}^m u_i x_{ij} = 1 \quad j = 1, L, n \tag{3.3}$$

Imponiendo esta ecuación, el modelo se puede reescribir como:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^s v_r y_{r0} \\
 \text{sujeto a :} \quad & \\
 & \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \leq 0; \quad j = 1L n \quad (3.4) \\
 & \sum_{i=1}^m u_i x_{i0} = 1 \\
 & v_r, u_i \geq 0 \quad r = 1L s ; \quad i = 1L m
 \end{aligned}$$

La solución de este modelo proporciona los ponderadores de entrada y de salida que maximizan el resultado de eficiencia de la DMU<sub>0</sub> en evaluación. Para encontrar el resultado de eficiencia relativa de todas las DMUs el problema (3.4) debe resolverse  $n$  veces.

Se observa, además, que la solución del problema (3.4) satisface la condición de optimalidad de Koopmans<sup>5</sup>, puesto que cualquier aumento de la eficiencia máxima puede realizarse sólo si se aumenta algunas de las entradas  $x_{ij}$  o se reduce algunas de las salidas  $y_{rj}$ .

El modelo (3.4) tiene una orientación de salida dado que la búsqueda de eficiencia se realiza encontrando los ponderadores que maximizan la salida de la DMU de prueba, mientras se mantiene fija la cantidad total de entrada con la imposición de la ecuación (3.3). De este mismo modo, se puede plantear el modelo DEA con orientación de entrada, es decir, comprobar la cantidad de entradas utilizada para obtener la misma salida, en

---

<sup>5</sup> Para Koopmans (1951), una combinación factible de entrada y salida es técnicamente eficiente, si es tecnológicamente imposible aumentar alguna salida y/o reducir alguna entrada sin reducir simultáneamente al menos otra salida y/o aumentar al menos otra entrada.

este caso la salida se fija imponiendo la siguiente ecuación:

$$\sum_{r=1}^s v_r y_{rj} = 1 \quad j = 1, L, n \quad (3.5)$$

En este caso el modelo que resulta, es:

$$\begin{aligned} \min \quad & h_0 = \sum_{i=1}^m u_i x_{r0} \\ \text{sujeto a :} \quad & \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \leq 0; \quad j = 1, L, n \quad (3.6) \\ & \sum_{r=1}^s v_r y_{r0} = 1 \\ & v_r, u_i \geq 0 \quad r = 1, L, s; \quad i = 1, L, m \end{aligned}$$

Para efecto de comparación de eficiencia, DEA también identifica el grupo de referencia eficiente. Las DMUs eficientes se encuentran resolviendo el problema dual de los problemas (3.4) o (3.6). El dual del problema (3.4) es:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_0 \\ \text{sujeto a :} \quad & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, L, m \quad (3.7) \\ & -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0; \quad r = 1, L, s \\ & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, L, n \end{aligned}$$

En este problema, la DMU<sub>0</sub> en evaluación se compara con todas las

DMUs o combinación lineal de entradas y salidas que produzcan lo mismo o más que la  $DMU_0$  consumiendo menos o lo mismo respectivamente que la  $DMU_0$ . De esta manera, si la DMU de prueba es eficiente<sup>6</sup>, el modelo de programación no ha encontrado entre las DMUs una combinación de cantidades de entradas y de salidas con las que se produzca lo mismo o más y se use lo mismo o menos que la  $DMU_0$ , por tanto, da a  $\theta_0$  el valor uno. Por el contrario, si la DMU de prueba es ineficiente, el modelo de programación ha identificado un conjunto de DMUs cuya combinación de entradas y de salidas componen una DMU ficticia que produce lo mismo o más y usa lo mismo o menos que la  $DMU_0$ . De esta manera, las unidades implicadas en la construcción de la DMU compuesta, ( $\lambda_j > 0$ ), pueden utilizarse como máximos de referencia para definir mejoras de eficiencia de la DMU de prueba.

### 3.4.1 Eficiencia débil y fuerte

Los modelos anteriores proporcionan el resultado de eficiencia para la unidad en evaluación, escalando cada entrada o salida por la misma cantidad. De esta manera, resulta posible que como resultados de estos modelos aparezcan unidades catalogadas de eficientes ( $\theta_0 = 1$ ), las cuales, sin embargo, podrían tomar menos de alguna entrada o producir más de alguna salida en comparación a su correspondiente DMU compuesta óptima.

---

<sup>6</sup> En su paper, Charnes, Cooper y Rhodes (1981) nos dan la siguiente caracterización de una DMU eficiente.

- i. Orientación de salida: Una Unidad de Toma de Decisión (Decisión Making Unit, DMU) no es eficiente si es posible aumentar cualquier salida sin que se incremente cualquier entrada y sin que se disminuya cualquier otra salida.
- ii. Orientación de entrada: Una DMU no es eficiente si es posible disminuir cualquier entrada sin que se aumente cualquier otra entrada y sin que se disminuya cualquier salida.

Una DMU será caracterizada como eficiente si y sólo si no se obtiene (i) ni (ii).

Para ilustrar de mejor forma este hecho, se presenta el siguiente ejemplo, figura 3.3. En este ejemplo, el modelo DEA, ecuación (3.4), encuentra que las tres DMUs son eficientes ( $\theta = 1$ ), sin embargo, se observa que la  $DMU_0$  puede reducir aún más la entrada, 2 manteniendo fija la entrada 1 y sin reducir la salida, es decir, existe una holgura en la operación eficiente de la  $DMU_0$ . Esta situación se conoce como condición de eficiencia débil y ocurre porque para que el modelo DEA determine que una DMU sea eficiente, basta que ésta utilice la cantidad eficiente en sólo una de sus entradas, ( $x_{10} = x_{11}$ ) en el ejemplo anterior.

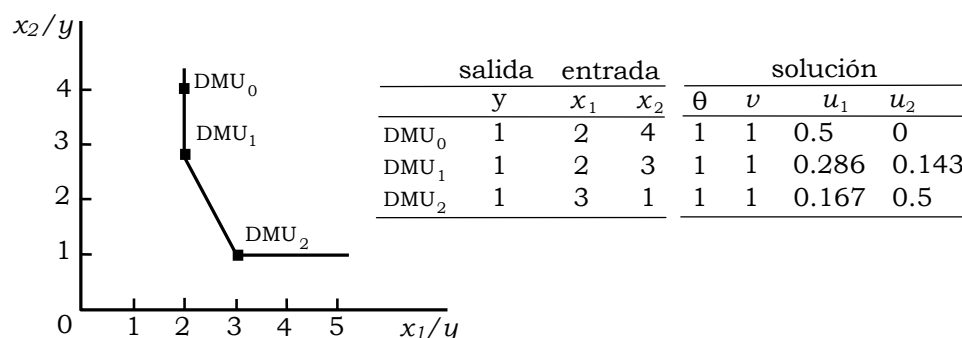


Figura 3.3: Eficiencia débil en DEA

Como una manera de evitar estas dificultades, Charnes, Cooper y Rodees (1979), sugirieron que el problema podría reformularse imponiendo que  $u_r$  y  $v_i$  fuesen positivas. Si se revisa el resultado de eficiencia de la  $DMU_0$  en el ejemplo, se encuentra que la solución se obtiene con  $v = 1$ ,  $u_1 = 0.5$  y  $u_2 = 0$ , donde claramente el resultado  $u_2 = 0$  contradice la consideración impuesta en la segunda entrada. De esta manera, para obtener la condición de eficiencia fuerte se debe asegurar que el máximo exista con  $u_r$  y  $v_i$  positivos.

La imposición que  $u_r$  y  $v_i$  sean positivos en el modelo (3.6), tiene el efecto de agregar un término adicional a la función objetivo de su dual (3.7), que implica a las variables de holgura. La reformulación del problema (3.7) se conoce como modelo de eficiencia fuerte:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\ \text{sujeto a :} \quad & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; \quad i = 1, L, m \quad (3.8) \\ & -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; \quad r = 1, L, s \\ & \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0; \quad j = 1, L, n \end{aligned}$$

En este modelo, vemos que además de reducir al mínimo  $\theta_0$ , también se maximiza la suma de las variables de holguras  $s_i^-$  y  $s_r^+$ . Las variables de holgura proporcionan la diferencia de las entradas o salidas escaladas de la DMU de prueba respecto de los valores óptimos de la DMU compuesta. Si la DMU en evaluación presenta sólo una eficiencia débil, entonces la suma de las holguras en la función objetivo será positiva, reduciendo de 1 su eficiencia.

### 3.4.2 Rendimientos a escalas

Los modelos vistos anteriormente, son modelos que permite medir la eficiencia puramente técnica, eliminando la influencia que pudiera tener la existencia de economías de escala en la evaluación de eficiencia de las DMUs. En efecto, la medida de eficiencia de una unidad puede estar condicionada no

sólo por la gestión de la misma sino también por la escala en la que opere y los modelos anteriores suponen tácitamente la existencia de rendimientos constantes a escala, (CRS). Esto significa que todas las unidades se comparan como si estuvieran sometidas a rendimientos constantes y no se contempla la posibilidad de existencia de ineficiencias debidas a las diferencias entre las escalas operativas en cada DMU.

Banker, Charnes, y Cooper (1984), propusieron como solución a esa consideración implícita el añadir una restricción adicional al modelo CRS de manera de restringir la búsqueda de la DMU compuesta más eficiente sobre la envoltura convexa definida para las DMUs, con lo cual la comparación se realiza entre DMU con características similares.

El modelo resultante se conoce como modelo DEA con rendimientos variables a escalas, (VRS).

$$\begin{aligned}
 & \min \quad \theta_0 \\
 & \text{sujeto a :} \\
 & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, L, m \\
 & -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0; \quad r = 1, L, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, L, n
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

y también, su dual:

$$\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{i=1}^m u_i x_{r0} + \mu \\
\text{sujeto a :} \quad & \\
& \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} + \mu \leq 0; \quad j = 1, L, n \\
& \sum_{r=1}^s v_r y_{r0} = 1 \\
& v_r, u_i \geq 0 \quad r = 1, L, s; i = 1, L, m \\
& \mu \text{ libre}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

En este último modelo, en el óptimo,  $\mu$  indica las posibilidades de rendimiento a escala en que se encuentra operando la unidad.  $\mu \leq 0$  implica que la unidad evaluada está operando con rendimientos crecientes a escala,  $\mu = 0$ , implica que lo está haciendo con rendimientos constantes a escala y finalmente,  $\mu \geq 0$ , implica la operación se hace con rendimientos decrecientes a escala.

La ventaja del conocimiento de estos dos modelos está en la posibilidad de separar los dos tipos de ineficiencias a fin de evaluar ineficiencias sólo técnicas en el envolvimiento.

La figura 3.4, representa las soluciones de la metodología DEA, modelos CRS y VRS, de un sencillo caso en que la tecnología productiva emplea una entrada  $x$  y una única salida  $y$ . Los rectángulos negros representan el funcionamiento observado de las unidades. La línea sólida es la frontera obtenida empleando el modelo DEA VRS y las unidades que están sobre ella, A, B, C y D, presentan la mejor razón salida a entrada y reciben con este modelo un resultado de eficiencia igual a 1.



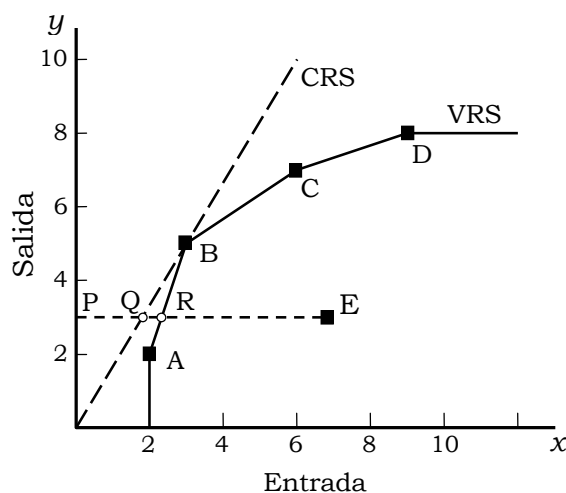


Figura 3.4: Fronteras de eficiencia CRS y VRS.

Estas unidades, aunque son técnicamente eficientes, presentan diferentes rendimientos a escala. Por su parte, la línea segmentada, recta que une el origen con la unidad B, representa la frontera de eficiencia determinada por el modelo de CRS, y refleja los rendimientos constantes a escala.

De esta manera, con la figura se intuye que el segmento indicado por las unidades A y B presenta rendimientos crecientes a escala, es decir, que un aumento en la entrada causaría un aumento proporcionalmente mayor en la salida. De manera que la unidad A es técnicamente eficiente, pero ineficiente a escala. La unidad B, se encuentra sobre ambas fronteras, por tanto, esta unidad presenta tanto eficiencia técnica como eficiencia a escala. El tramo B, C y D presenta rendimientos decrecientes a escala, es decir, un aumento de entradas produciría proporcionalmente un menor aumento en la salida. Con esto, las unidades C y D son también técnicamente eficientes, pero ineficientes a escala. Con el modelo CRS sólo B sería considerada eficiente, ya que es la única unidad que opera con rendimientos constantes a escala.

Para una unidad ineficiente como la E, alejada de la frontera, su eficiencia a escala está dada por:

$$\theta_{CRS} = \frac{PQ}{PE} \quad (3.11)$$

y su eficiencia con rendimientos variables a escala es:

$$\theta_{VRS} = \frac{PR}{PE} \quad (3.12)$$

donde se concluye que en general,  $\theta_{CRS} \leq \theta_{VRS}$

### 3.4.3 Otros modelos DEA

**VARIABLES AMBIENTALES:** Las variables ambientales son las que afectan la producción de las empresas, pero se encuentran fuera de su control. Estas son particularmente relevantes en la distribución de energía eléctrica, en la que varias variables pueden venir restringidas por la regulación, la geografía, la demografía, etc.

La manera sugerida para tratar estas variables, [Banker y Morey, 1986], [Pollitt, 1995], [Weyman-Jones, 1992], es no tratarlas como a las restantes variables de optimización, es decir, no escalándolas por  $\theta$  y no considerar sus variables de holgura en el cálculo de eficiencia.

El modelo de eficiencia fuerte con este tipo de variables es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
\text{sujeto a :} \quad & \\
& \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; \quad i = 1, L, m \\
& x_{t0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{tj} - s_t^- = 0; \quad t = 1, L, z \\
& -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; \quad r = 1, L, s \\
& \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0; \quad j = 1, L, n
\end{aligned} \tag{3.13}$$

donde el número de variables ambientales es  $z$ .

El modelo así considerado permite que la DMU compuesta tenga, a lo más, la misma cantidad de entradas ambientales que la DMU en evaluación. Esto asegura que la DMU compuesta no sea mejor por las condiciones no controlables.

**Función de distancia direccional:** En la misma línea de asociar la eficiencia técnica con una medida de distancia radial, es posible determinar la eficiencia técnica como el porcentaje de un potencial incremento simultáneo del vector de salida (productos) y la disminución del vector de entrada (insumo).

Para el caso de tecnología con rendimientos variables a escala, VRS, el modelo general de distancia direccional es:

$$\begin{aligned}
& \min \quad \theta_0 \\
& \text{sujeto a :} \\
& (1 - \theta_0) x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, L, m \\
& -(1 + \theta_0) y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0; \quad r = 1, L, s \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, L, n
\end{aligned} \tag{3.14}$$

**Aditivo:** Busca maximizar la diferencia entre la salida ponderada y la entrada ponderada, vale decir, es una medida que cuantifica la máxima suma de mejoras absolutas (reducción en la entrada/aumento en la salida). Es un modelo que no tiene una orientación definida y está sujeto a las mismas restricciones de eficiencia relativa para cada DMU.

El modelo aditivo en presencia de tecnología con rendimientos variables a escala, VRS, es:

$$\begin{aligned}
& \min \quad -\varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
& \text{sujeto a :} \\
& x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; \quad i = 1, L, m \\
& -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; \quad r = 1, L, s \\
& \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0; \quad j = 1, L, n
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Bajo el modelo aditivo, la DMU de prueba se considera eficiente cuando el valor de la función objetivo es cero, esto es, cuando la holgura entre la DMU compuesta y la DMU de prueba es cero.

**Súper eficiencia:** Andersen y Petersen (1993), presentaron una extensión de la metodología básica DEA, que tiene el atractivo de categorizar no sólo DMUs ineficientes, sino también a las DMU eficientes.

Convencionalmente los modelos DEA evalúan la eficiencia de una DMU en relación con una DMU compuesta, grupo de referencia eficiente, en el cual ella está incluida. Al contrario, el modelo de súper eficiencia excluye cada DMU de su propio grupo de referencia, con lo cual es posible obtener magnitudes de eficiencia que exceden de la unidad.

El modelo de súper eficiencia con rendimientos variables a escala, VRS, es:

$$\begin{aligned}
 & \min \quad \theta_0 \\
 & \text{sujeto a :} \\
 & \theta_0 x_{i0} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, L, m \\
 & -y_{r0} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0; \quad r = 1, L, s \\
 & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, L, n
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

### **3.5 Procedimiento bootstrap en DEA**

La metodología DEA proporciona las medidas de eficiencia sin hacer ninguna consideración respecto a la exactitud de los datos de entrada y salida. Sin embargo, en la práctica, estas medidas de eficiencia pueden estar contaminadas por errores en las variables. Por consiguiente, es importante destacar que los resultados obtenidos de eficiencia son sólo estimaciones de la eficiencia verdadera y como tal muy sensibles a los errores en los datos y a la influencia de factores externos fuera del control de las empresas distribuidoras. Así, entonces, la consideración de error en las variables plantea una debilidad en la precisión estadística de la estimación DEA y aconseja cautela al momento de establecer comparaciones entre las unidades, al tomar únicamente como referencia las estimaciones puntuales.

Son numerosos los procedimientos que se han desarrollado para analizar la sensibilidad o robustez de los resultados de eficiencia [Cooper et al. 2001], revisan una amplia gama de técnicas actualmente disponibles.

En forma general, todas las metodologías de análisis de sensibilidad usan los mismos datos de las DMU para evaluar por algún modo las variaciones de la eficiencia DEA. El análisis de sensibilidad es un intento por comprobar la robustez de los resultados con respecto a desviaciones de los datos de entrada y salida. Estos procedimientos por lo general se centran en determinar condiciones suficientes, es decir, se basan en limitar los cambios posibles a cantidades que conservarán el resultado de eficiencia, [Charnes et al. 1996]. Si bien, estos procedimientos son muy útiles para obtener una primera aproximación de la fiabilidad de los resultados, ellos no proporcionan un análisis riguroso del impacto de los errores. Primero, las técnicas generalmente están centradas en perturbaciones parciales de datos seleccionados. Segundo, las técnicas no explican la distribución estadística del error, de ahí es difícil interpretar las medidas de sensibilidad de un modo estadísticamente significativo.

Una alternativa distinta es analizar las propiedades estadísticas de las estimaciones DEA mediante una metodología que permite generar datos factibles adicionales, con los cuales es posible aproximar la distribución del estimador mediante la distribución del estimador bootstrap, [Löthgren, 1998], [Simar y Wilson, 1998].

### **Procedimiento bootstrap**

Estadísticamente para realizar inferencia sobre un parámetro  $\theta$ , estimado por medio de observaciones muestrales,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , tomadas de una población con una distribución  $F$  desconocida, se necesita determinar la distribución del estimador  $\theta = S(X, F)$ . El procedimiento bootstrap realiza la estimación de la distribución de  $S(X, F)$ , asumiendo que se conoce una estimación de la distribución de muestreo,  $\hat{F}$ , con la cual y a partir de las observaciones se crea una nueva muestra aleatoria  $X^*$ , muestra bootstrap. Luego, con éstas, se estima un nuevo valor del parámetro pre-especificado  $S(X^*, \hat{F})$ . Si el proceso se repite  $B$  veces se obtienen  $B$  estimaciones que pueden emplearse para calcular la precisión o el sesgo del parámetro pre-especificado  $S(X, F)$ , es decir, se está determinando su distribución.

Formalmente, la manera para generar la nueva muestra aleatoria y el procedimiento bootstrap en sí, se detalla en los siguientes dos algoritmos, [Simar y Wilson, 1998].

**Algoritmo 1: Muestras bootstrap**

- 1.- Crear una función de distribución uniforme para el muestreo,  $\hat{F}$ , dando probabilidad  $1/n$  a cada unidad, con ella generar una muestra bootstrap  $\{\beta_1^*, \dots, \beta_n^*\}$  tomada aleatoriamente de  $\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_n\}$ , con reemplazo.
- 2.- Obtener una nueva muestra bootstrap  $\theta_i^*$  perturbando  $\beta_i^*$  mediante:

$$\theta_i^* = \begin{cases} |\beta_i^* + he_i^*| & \text{si } \beta_i^* + he_i^* \leq 1 \\ 2 - \beta_i^* - he_i^* & \text{si } \beta_i^* + he_i^* > 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

donde  $e_i^*$  es un número aleatorio que se distribuye normalmente y  $h$  un parámetro de control.

- 3.- Corregir la muestra bootstrap de manera que tenga la misma estadística que la muestra original.

$$\theta_i^* = \bar{\beta}^* + \frac{1}{\sqrt{1 + h^2/\sigma^2}} (\theta_i^* - \bar{\beta}^*) \quad (3.14)$$

con  $\bar{\beta}^*$  como la media de los  $\beta_i^*$ ,  $\bar{\beta}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i^*$ ,  $\sigma^2$  la varianza de  $\hat{\theta}_i$ ,  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \bar{\theta})^2$ , y  $\bar{\theta}$  la media de los  $\hat{\theta}_i$ ,  $\bar{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i$ .

Con este algoritmo se obtiene una nueva muestra de datos utilizando la siguiente ecuación:

$$(x_i^*, y_i) = \left( \frac{\hat{\theta}_i}{\theta_i^*} x_i, y_i \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.15)$$



**Algoritmo 2: DEA-Bootstrap**

- 1.- Calcular las medidas de eficiencia con los datos de entrada mediante la ecuación (3.9),  $\{\hat{\theta}_i | i = 1, \dots, n\}$ .
- 2.- Empleando el Algoritmo 1 generar una nueva muestra bootstrap,  $\{\theta_i^* | i = 1, \dots, n\}$
- 3.- Calcular nuevos datos a partir de la ecuación (3.15).
- 4.- Encontrar nuevas estimaciones de eficiencia bootstrap resolviendo el modelo DEA con datos  $(x_i^*, y_i)$  en las unidades,  $\{\hat{\theta}_i^* | i = 1, \dots, n\}$ .
- 5.- Repetir B veces los pasos 2 a 4,  $b = 1, \dots, B$ , para obtener un conjunto con B mediciones de eficiencia para cada unidad,  $\{\hat{\theta}_{i,b}^* | i = 1, \dots, n; b = 1, \dots, B\}$ .
- 6.- Como el estimador no está libre de sesgo es necesario calcular éste mediante:  $sesgo_i = \bar{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i$ , con  $i = 1, \dots, n$ ; donde  $\bar{\theta}_i^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_{i,b}^*$  es la media de las muestras bootstrap.
- 7.- Calcular el estimador bootstrap corregido del sesgo mediante la expresión:  $\bar{\theta}_i^* = \hat{\theta}_i - sesgo_i$ , con  $i = 1, \dots, n$ .
- 8.- Obtener los intervalos de confianza utilizando la distribución empírica de  $\hat{\theta}_i^*$ , una vez corregido este valor del sesgo:  $IC = (\theta_i^{*(\alpha)}, \theta_i^{*(1-\alpha)})$ , donde  $\theta_i^{*(\alpha)}$  indica el  $\alpha$  percentil de la función de densidad  $\hat{\theta}_i^*$  para las B muestras. Los percentiles serán los valores que acumulan el  $\alpha\%$  y el  $(1-\alpha)\%$  de la frecuencia, una vez que se ordenan los valores de eficiencia, [Simar y Wilson, 1998].

### 3.6 Fronteras estocásticas

A partir de los trabajos de Aigner, Lovell y Schmidt (1977) y Meeusen y Van Den Broeck (1977), surgen las denominadas fronteras estocásticas, AFE, motivadas en la idea de que las desviaciones con respecto a la frontera pueden no estar enteramente bajo el control de la empresa analizada. En este enfoque, el método para encontrar la frontera consiste en postular una función de producción eficiente, a la que se añaden dos perturbaciones: una simétrica, que recoge el ruido aleatorio y otra sesgada que es debida a ineficiencia técnica. De esta manera, los eventos externos que afectan la función de producción se distribuyen normalmente, afectando a la empresa a condiciones externas favorables o desfavorables. Así, considerada la eventualidad de ruido estadístico, lo que resta es considerado ineficiencia, producto de una mala gestión de los recursos.

La especificación teórica de la frontera de producción es la siguiente:

$$y_i = f(x_i, \beta) e^{(v_i - u_i)} \quad (3.13)$$

donde  $y_i$  es la producción de una de las empresa del conjunto de  $n$  empresas,  $f(x_i, \beta)$  es la función de producción,  $x_i = (x_{1i}, \dots, x_{ni})'$ , es un vector de entradas,  $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_n)'$  es un vector de parámetros,  $v_i$  es una perturbación aleatoria que puede adoptar un valor tanto positivo como negativo, reflejando influencias externas favorables o adversas, y  $u_i$  es una perturbación aleatoria que se considera no negativa, que da cuenta de la ineficiencia de la empresa.

Aplicando logaritmos, la frontera de producción queda:

$$\ln y_i = \ln(f(x_i, \beta)) + v_i - u_i \quad u_i \geq 0 \quad (3.14)$$

Conocida la frontera de producción,  $f(x_i, \beta)e^{v_i}$ , es posible estudiar la eficiencia técnica, la cual se mide mediante la expresión:

$$ET_i = \frac{y_i}{f(x_i, \beta)e^{v_i}} = \frac{f(x_i, \beta)e^{(v_i - u_i)}}{f(x_i, \beta)e^{v_i}} = e^{-u_i} \quad (3.15)$$

$ET_i$  es una medida con orientación de salida, y representa la proporción entre la producción actual con respecto a la que se obtendría si la empresa utilizara sus recursos con eficiencia técnica.

Si se reemplaza la función de producción por una tipo Cobb-Douglas, una de las más utilizadas, el modelo quedaría como:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \sum_j \beta_j \ln(x_{ji}) + v_i - u_i, \quad u_i \geq 0 \quad (3.16)$$

donde la frontera está representada por  $\beta_0 + \sum_j \beta_j \ln(x_{ji}) + v_i$  y la componente  $u_i$  da cuenta de la desviación que cada empresa tiene respecto a la frontera debido a su ineficiencia.

La componente  $u_i$  no es observable y se debe inferir a partir del término de error compuesto,  $\varepsilon_i = v_i - u_i$ . Para separar este término en sus componentes de ruido y de ineficiencia, se necesita asumir alguna distribución para ambas componentes.

En lo que respecta a  $v_i$ , lo más común es suponer que es independiente y sigue una distribución normal,  $N(0, \sigma_v^2)$ . En cambio para  $u_i$ , término de ineficiencia, se han propuesto varias distribuciones: media normal

[Aigner, Lovell y Schmidt, 1977], exponencial [Meeusen y Van Den Broeck, 1977], normal truncada [Stevenson, 1980] y Gamma [Greene, 1990].

No hay ningún motivo a priori para preferir algún tipo de distribución sobre los errores. Sin embargo, los diferentes ejercicios de simulación realizados por Greene (1990) indican que el modelo más sencillo, desde un punto de vista econométrico, es el media normal [Aigner, Lovell y Schmidt, 1977].

La distribución del error compuesto, suma de la variable aleatoria normal  $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$  y de la variable aleatoria media normal  $u_i \sim |N(0, \sigma_u^2)|$ , se deduce en el Anexo B y es:

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \Phi\left(\varepsilon \frac{\lambda}{\sigma}\right), \quad -\infty \leq \varepsilon \leq +\infty \quad (3.17)$$

donde  $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ ,  $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$ ,  $\phi$  y  $\Phi$  son las funciones de densidad y de distribución de la normal estándar, respectivamente.

Con el empleo de ésta parametrización, propuesta por Aigner, Lovell y Schmidt, (1977),  $\lambda$  aproxima el cuociente de la variabilidad proveniente de cada una de las dos fuentes que integran el error compuesto. Se observa que cuando  $\sigma_u^2$  tiende a cero, es el efecto aleatorio el que predomina y no existe ineficiencia técnica en la muestra; la función de densidad de  $\varepsilon$  tiende a la función de densidad de una variable que se distribuye normalmente. Contrariamente, cuando  $\sigma_u^2$  tiende a infinito, la ineficiencia es la principal fuente de variabilidad en el modelo. Esta situación se ve reflejada en la figura 3.5 que muestra la función de densidad de la variable de error compuesto, donde el término de ineficiencia se distribuye con una media normal.

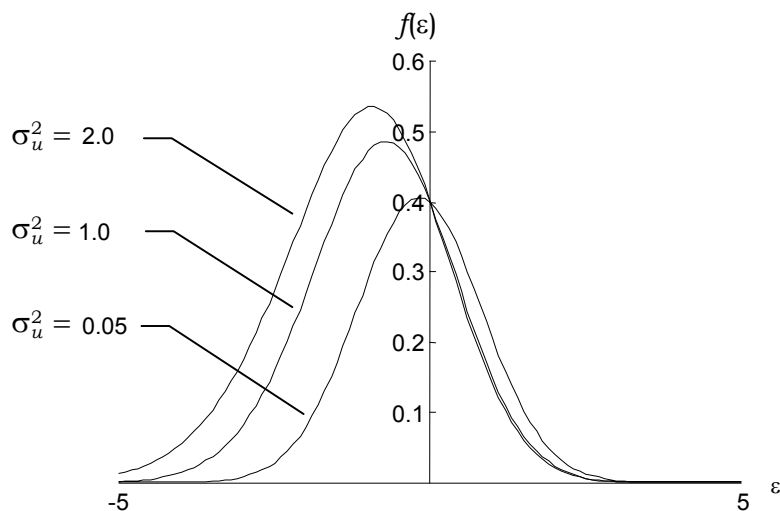


Figura 3.5: Función de densidad del error compuesto  $\varepsilon$ , con  $\sigma_v^2 = 1$  y distintos valores de  $\sigma_u^2$ .

Volviendo a la ecuación (3.13), se observa que ésta no puede ser estimada mediante mínimos cuadrados debido a que la esperanza del error compuesto no es cero. El procedimiento de estimación seguido por Aigner, Lovell y Schmidt, (1977), fue el de máxima verosimilitud. Para ello, asumieron que  $u_i$  se distribuye idéntica e independientemente según una semi-normal.

Según esto, ecuación 3.17, el logaritmo de la función de verosimilitud de la muestra de N empresas, es:

$$\ln L(\beta, \sigma, \lambda) = N \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \ln \sigma \right] + \sum_i \ln \left[ \Phi \left( \frac{\varepsilon \lambda}{\sigma} \right) \right] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_i \varepsilon^2 \quad (3.18)$$

Con la maximización de la función indicada en la ecuación (3.18), se obtiene la estimación de todos los parámetros. A su vez, si se emplean estos parámetros en la ecuación (3.14) se define un estimador de la ineficiencia de cada empresa para calcular el error compuesto.

La separación de los términos de error puede realizarse a partir de la esperanza condicional de  $u$  dado  $\varepsilon$ . Jondrow et al. (1982) muestran esta descomposición mediante la función de densidad condicional  $f(u/\varepsilon)$ , que se distribuye como media normal,  $|N(0, \sigma_u^2)|$ , tanto la media como la moda de esta función de densidad condicional pueden emplearse para la estimación individual de  $u_i$ .

Como se muestra en el Anexo B, la densidad condicionada de  $u$  por el valor obtenido de  $\varepsilon$ , es:

$$f(u/\varepsilon) = \frac{f(\varepsilon/u)}{f(\varepsilon)} = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi} \Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\pi}\right)} e^{-(u-s)^2/2\sigma_s^2}, \quad u \geq 0 \quad (3.19)$$

La media y la moda pueden estimarse por las expresiones:

$$E(u/\varepsilon) = u + \sigma_u \left[ \frac{\phi(u/\sigma)}{1 - \Phi(u/\sigma)} \right] \quad (3.20)$$

$$M(u/\varepsilon) = \begin{cases} -\varepsilon \frac{\sigma_u^2}{\sigma} & \varepsilon \geq 0 \\ 0 & \varepsilon < 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

Con las predicciones individuales del término  $u_i$ , se pueden calcular los índices de eficiencia de cada empresa a partir de la expresión:

$$ET_i = e^{E(u_i/\varepsilon_i)} = e^{-u_i} \quad (3.22)$$

### 3.6.1 Función de distancia

Otra forma de proponer el modelo estocástico, y que es muy popular en la actualidad, es a través de la función de distancia [Coelli y Perleman, 1996, 1999]. Como se vio en el punto 3.3, la eficiencia técnica puede representarse por una función de distancia definida sobre el conjunto de posibilidades de producción, como:

$$D_i^0(x, y, \beta) = \min \{ \theta \geq 0 : \theta x \in L(y) \} \quad (3.22)$$

donde  $\theta$  es un parámetro y la tecnología productiva está representada por el conjunto de posibilidades de producción  $L(y)$ <sup>7</sup>, que representa a todos los vectores de entrada,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^{+m}$ , que pueden producir el vector de salida,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in R^{+s}$ . De manera que empleando la notación utilizada por Shephard (1970),  $L(y)$  puede expresarse como:

$$L(y) = \{ (x, y) : y \text{ puede ser producida por } x \} \quad (3.22)$$

La función  $D_i^0$  representa la máxima reducción que se puede producir en el vector de insumos  $x$ , dado un vector de productos  $y$ , es positiva, lineal homogénea, decreciente y cóncava en  $x$ , y creciente en  $y$ . Se mide a través de un parámetro positivo que multiplica al vector de insumos, y toma un valor menor o igual que uno si el vector de insumos pertenece al conjunto de posibilidades de producción, es decir,  $0 \leq D_i^0(x, y, \beta) \leq 1$  si  $x \in L(y)$ .

---

<sup>7</sup>  $L(y)$  satisface una serie de propiedades, entre las cuales es necesario destacar la disponibilidad ilimitada de cantidades de entradas, vale decir,  $x \in L(y) \Rightarrow \lambda x \in L(y)$ ,  $\lambda \geq 1$ . Estas propiedades y su importancia puede encontrarse en Shephard y Färe, (1974).

Cuando una empresa es eficiente, su función de distancia de insumo tendrá el valor uno y su vector de insumos se localiza en el límite interno del conjunto de entrada, por el contrario, si la empresa puede reducir su vector de insumo, su función de distancia tomara un valor menor que uno. Así, la función de distancia de insumos coincide con la definición de eficiencia propuesta por Farrell.

La estimación de la eficiencia técnica a través de una función de distancia de productos se realiza planteando esta función para la empresa  $i$  en términos logarítmicos:

$$\ln D_i^0 = \ln D_i^0(x_i, y_i, \beta) \quad (3.23)$$

Si se utiliza una función tipo Cobb-Douglas para representar la función de distancia, la expresión resultaría como sigue:

$$D_i^0 = k \prod_{j=1}^s y_j^{\alpha_j} \prod_{k=1}^m x_k^{\beta_k} \quad i = 1, \dots, n$$

$$\ln(D_i^0) = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^s \ln(y_j) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln(x_k) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.26)$$

donde  $\alpha, \beta$  son los parámetros a estimar y  $\ln(D_i^0)$  es el término de ineficiencia de la unidad evaluada. Adicionalmente se exige la propiedad de homogeneidad de grado uno en los productos,  $\sum \alpha_j = 1$ .

Con esto la función de distancia cumple con  $D^0(x, \lambda y) = \lambda D^0(x, y)$  para  $\lambda > 0$ , lo cual refleja la idea de la función distancia o expansión equiproporcional, según  $\lambda$ , de las salidas de la unidad evaluada. Con el cumplimiento de esta igualdad es posible escoger arbitrariamente una de las s



salidas, por ejemplo la última la salida  $s$ , y considerar  $\lambda = 1/y_s$ . Entonces  $D^0(x, y/y_s) = D^0(x, y)/y_s$ .

De esta manera dividiendo ambos lados de la ecuación (3.26) por la salida que se toma como referencia, resulta lo siguiente:

$$\ln\left(\frac{D_i^0}{y_s}\right) = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^{s-1} \ln\left(\frac{y_j}{y_s}\right) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln(x_k) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.24)$$

Ecuación que también puede escribirse como:

$$-\ln(y_s) = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^{s-1} \ln\left(\frac{y_j}{y_s}\right) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln(x_k) - \ln(D_i^0) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.25)$$

donde,  $-\ln(D_i^0)$  puede ser considerado como una variable aleatoria cuyo valor debe cumplir  $-\ln(D_i^0) \geq 0$ . Este es un error que introduce perturbaciones a un solo lado,  $(-\ln(D_i^0) \geq 0)$ , y captura la ineficiencia técnica. Llamando  $u_i = -\ln(D_i^0)$  y agregando una perturbación aleatoria  $v_i$  (error de medición), que se distribuye independientemente de  $u_i$ , y confiere un carácter estocástico a la frontera, se obtiene:

$$-\ln y_s = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^{s-1} \ln\left(\frac{y_j}{y_s}\right) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln(x_k) + v_i - u_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.27)$$

De esta manera, la expresión es apta para aplicarla a un modelo de frontera estocástica, donde sus parámetros pueden estimarse por máxima verosimilitud.

De la misma manera, la ecuación (3.27) puede verse como la generalización de la ecuación (3.16) para el caso de unidades que requieren  $s$  insumos para producir  $m$  productos.

## **IV. FACTORES PARA DETERMINAR EFICIENCIA EN EL VAD**

### **4.1. Introducción**

El objetivo de este capítulo es conocer la función de producción que permita evaluar la eficiencia de las empresas de distribución chilenas, por lo cual se ha de identificar los factores de entrada y salida implicados y, después, observar el tipo de relación que pueda existir entre éstos en el proceso de distribución. La identificación y caracterización de los factores se obtiene del resultado de un análisis de estadística descriptiva a los datos que, además, permite verificar la viabilidad de éstos en el uso de la metodología a desarrollar. Específicamente, el análisis descriptivo se lleva a cabo con los siguientes propósitos:

- Describir el conjunto de 35 empresas de distribución utilizadas como muestras para la determinación de eficiencia en el valor agregado de distribución;
- Identificar los factores de eficiencia que existen en los datos y cuya interrelaciones presenten mayor significado estadístico, capaces de explicar las semejanzas y diferencias entre las empresas;
- Identificar las variables que definen a los factores de eficiencia de manera de emplearlas en la caracterización y el análisis de las fronteras de producción;

### **4.2 Los datos**

Los datos utilizados en esta investigación provienen fundamentalmente de dos fuentes: a) la respuesta a carta ASEP N° 74/2000

[CNE, 2000], referida al procedimiento para la definición de áreas de distribución típicas aplicado por la CNE en el proceso regulatorio del año 2000 y b) el informe “Estudio de fórmulas tarifarias aplicables a suministros de energía eléctrica sujetos a fijación de precios máximos al nivel de distribución” [GTD Consultores, 2000], elaborado por GTD Consultores, por encargo de la CNE para el proceso regulatorio del año 2000.

En la respuesta a carta ASEP No 74/2000, se describen y detallan los modelos econométricos empleados por la CNE en el proceso regulatorio del año 2000 para la definición de las áreas típicas de distribución. Los datos que se utilizan en ella corresponden a los informados por las empresas a la Superintendencia de Electricidad y Combustible, conforme a lo establecido en la Ley General de Servicios Eléctricos, artículo 108°.

En el informe de trabajo desarrollado por GTD Consultores, se revisan y corrigen los resultados de Valor Agregado de Distribución obtenidos por los distintos consultores en el proceso tarifario año 2000. De este estudio se obtuvo información relacionada con las características organizacionales de las empresas y los resultados del VAD presentado a la CNE por las empresas, los cuales, más adelante, se utilizarán para evaluar la metodología propuesta.

La presentación de las 35 empresas de distribución consideradas en esta investigación se muestra en la Tabla 4.1. Las variables seleccionadas para representar las características de las empresas, son las obtenidas de los estudios, tras una selección que incluyó la eliminación de información insuficiente. Así, la selección dio lugar a un número de 13 variables, las que descompuestas, algunas de ellas, en las actividades de alta y baja tensión conforman un total de 23 variables, Tabla 4.2.

Tabla 4.1: Empresas de distribución consideradas en el estudio

<b>Empresa</b>	<b>Sigla</b>	<b>Cod.</b>	<b>Región administrativa</b>	<b>Área</b>
Empresa Eléctrica de Arica S.A.	EMELARI	1	I	3
Empresa Eléctrica de Iquique S.A.	ELIQSA	2	I	2
Empresa Eléctrica de Antofagasta S.A.	ELECDA	3	II	2
Empresa Eléctrica de Atacama S.A.	EMELAT	4	III	2
Empresa Eléctrica EMEC S.A.	EMEC	5	IV y V	3
Chilquinta Energía S.A.	CHILQUINTA	6	V	3
Compañía Nacional de Fuerza Eléctrica S.A.	CONAFE	7	V y VII	2
Empresa Eléctrica de Casablanca S.A.	EMELCA	8	V	5
Compañía Eléctrica del Litoral S.A.	LITORAL	9	V	5
Chilectra S.A.	CHILECTRA	10	Metropolitana	1
Compañía Eléctrica del Río Maipo S.A.	RIO MAIPO	11	Metropolitana	2
Empresa Eléctrica de Colina S.A.	COLINA	12	Metropolitana	3
Empresa Eléctrica Municipal de Til-Til	TILTIL	13	Metropolitana	3
Empresa Eléctrica Puente Alto Ltda.	PUENTE ALTO	14	Metropolitana	2
Luz Andes S.A.	LUZANDES	15	Metropolitana	3
Sociedad Eléctrica de Pirque S.A.	PIRQUE	16	Metropolitana	3
Empresa Eléctrica de Melipilla	EMELECTRIC	17	Metropolitana, VI y VII	4
Compañía General de Electricidad S.A.	CGE	18	Metropolitana, VI, VII, VIII y IX	2
Cooperativa Eléctrica de Los Angeles	COPELAN	21	VIII	5
Empresa Eléctrica de la Frontera S.A.	FRONTEL	22	VIII y IX	5
Sociedad Austral de Electricidad S.A.	SAESA	23	IX y X	4
Empresa Eléctrica de Aisén S.A.	EDELAYSÉN	24	XI	4
Empresa Eléctrica de Magallanes S.A.	EDELMAG	25	XII	3
Compañía Distribuidora de Energía	CODINER	26	VIII y IX	5
Cooperativa Eléctrica de Limarí	ELECOOP	27	IV	4
Energía de Casablanca S.A.	EDECSA.	28	V	4
Cooperativa Eléctrica de Curicó	COOP. CURICO	29	VII	3
Empresa Eléctrica de Talca S.A.	EMETAL	30	VII	6
Luz Linares S.A.	LUZLINARES	31	VII	5
Distribuidora Parral S.A.	LUZPARRAL	32	VII	5
Cooperativa Eléctrica de Chillán	COPELEC	33	VIII	6
Cooperativa Eléctrica de Charrúa	COELCHA	34	VIII	6
Cooperativa Eléctrica de Paillaco	SOCOPEPA	35	X	5
Cooperativa Eléctrica de Río Bueno	COOPREL	36	X	5
Cooperativa Eléctrica Osorno S.A.	CREO	39	X	5

Tabla 4.2: Variables consideradas en el estudio

Variabes	Sigla	Unidad
Valor Neto retornable total	VNRT	m\$*
Valor Neto retornable alta tensión	VNRAT	m\$*
Valor Neto retornable baja tensión	VNRBT	m\$*
Costos de explotación**	CEXPLT	m\$*
Costos de explotación alta tensión	CEXPLAT	m\$*
Costos de explotación baja tensión	CEXPLBT	m\$*
Energía comprada	ECOMP	kWh
Energía vendida total	EVENDT	kWh
Energía vendida en alta tensión	EVENDAT	kWh
Energía vendida en baja tensión	EVENDBT	kWh
Número de comunas	NCOMU	
Número de clientes	NCLTS	
Longitud total de líneas	KMT	Km
Longitud de líneas en alta tensión	KMAT	Km
Longitud de líneas en baja tensión	KMBT	Km
Potencia total coincidente	KWT	KW
Potencia total coincidente en horas de punta alta tensión	KWAT	KW
Potencia total coincidente en horas de punta baja tensión	KWBT	KW
Número de trabajadores	NTRAB	
Remuneraciones anuales	REMUN	m\$*
Bienes muebles e inmuebles	BMI	m\$*
Costo por compra de energía y potencia	CCOMP	m\$*
Costos por pérdidas de energía y potencia***	CPERD	m\$*

\* : Miles de pesos del 31 de diciembre de 1999

\*\* : No considera los costos por compra de energía y potencia

\*\*\* : De acuerdo a precio monómico definido por la CNE

Como regla general del análisis DEA, es aconsejable que el número total de empresas incluidas en el análisis sea mayor o igual a tres veces la suma de las entradas y salidas o  $n \geq 3(m+s)$ . Un excesivo número de variables puede hacer que todas las empresas resulten eficientes, haciendo perder el sentido del análisis [Pahwa et al., 2003]. De los datos, como primera observación se comprueba que la proporción entre el número de empresas y el número de variables resulta inadecuada para la determinación de eficiencia. Esta situación motiva a verificar la posibilidad de reducir el número de

variables, ya sea por selección y eliminación directa de alguna de ellas o a través de procedimientos de agregación.

Precisamente, con el propósito de resumir la mayor parte de la información contenida en las variables, en tan sólo unos pocos valores que reflejen la situación del sector en el ámbito de la eficiencia tecnológica, se estudia la posibilidad de agregación de esta información. Para ello, se procede a agrupar las variables de acuerdo a las características que se emplean en el diseño de la empresa modelo, definidas por la CNE en las bases técnicas del estudio del VAD. Así, se determina:

- Variables que definen la característica **clientes y ventas**. La definición de las características del área de servicio incluye la determinación del universo de clientes que se debe servir, en cantidad y consumo de potencia y energía por opción tarifaria vigente. De esta manera, en esta componente se agrupan las variables que consideran el desglose de la variable clientes totales según la opción tarifaria con las correspondientes ventas de energía y potencia máxima coincidente suministrada.
  
- Variables que definen el **dimensionamiento de las instalaciones del sistema eléctrico**. Este es el dimensionamiento que resulta del requerimiento de establecer las instalaciones del sistema eléctrico que tendría una empresa eficiente operando en cualquier zona de concesión del país, la cual es eficiente en sus inversiones, en sus gastos y con instalaciones adaptadas a la demanda.

Como una manera de separar las características propias del diseño de las redes según el nivel de tensión, esta componente

incorpora las variables VNRT, KMT y KWT, separadas en los correspondientes niveles de alta y baja tensión.

- Variables que definen el **dimensionamiento de la mantención y operación**. Dimensionamiento que permite establecer las actividades de mantención y operación en cuanto a característica de cantidad, requerimientos de recursos humanos, instalaciones, equipamiento, materiales y repuesto.

Incorporan variables que permiten considerar en forma separada las actividades de alta y baja tensión.

- Variables relativas al **dimensionamiento de la actividad de gestión**. Considera la estructura de las unidades de trabajo de las empresas y el personal, en cuanto a cantidad y calificación.
- Variables que definen el **dimensionamiento de las instalaciones muebles e inmuebles**. Considera el dimensionamiento de las instalaciones requeridas para la gestión comercial de clientes y para la mantención y operación.

La totalidad de las variables consideradas a través de esta agrupación se muestra en la Tabla 4.3. Se incluye además las variables en componentes de alta y baja tensión; sin embargo, en algunos casos la inclusión de estas componentes no aporta información estadística adicional, pero sí contribuyen a la separación de las actividades del sistema de distribución, que es útil para la definición de las tarifas.



Tabla 4.3: Variables, agrupadas de acuerdo a características de diseño

Clientes y ventas	
Número de clientes	CLTS
Energía total vendida a clientes regulados	EVENDT
Energía vendida en baja tensión	EVENDBT
Energía vendida en alta tensión	EVENDAT
Dimensionamiento de la instalación del sistema eléctrico	
Valor neto retornable Total	VNRT
Valor neto retornable en baja tensión	VNRAT
Valor neto retornable en alta tensión	VNRBT
Kilómetros totales de líneas	KMT
Kilómetros de línea en red de baja tensión	KMBT
Kilómetros de línea en red de alta tensión	KMAT
Potencia total coincidente Dx	KWT
Potencia total coincidente en red de baja tensión	KWBT
Potencia total coincidente en red de alta tensión	KWAT
Dimensionamiento de la mantención y operación	
Costos totales de explotación*	CEXPLT
Costos de explotación en red de baja tensión	CEXPLBT
Costos de explotación en red de alta tensión	CEXPLAT
Dimensionamiento de la actividad de gestión	
Número total de trabajadores	NTRAB
Total de remuneraciones anuales	REMUN
Número de comunas	NCOMU
Dimensionamiento de las instalaciones muebles e inmuebles	
Bienes muebles e inmuebles	BMI
Otras variables generales	
Energía comprada	ECOMP
Costo por compra de energía	CCOMP
Costos por pérdidas de energía y potencia**	CPERD

\* : No considera el costo de compra de energía y potencia

\*\* : Valorado de acuerdo a precio Monómico definido por la CNE

### **4.3 Las empresas de distribución**

El conjunto de empresas de distribución, de las cuales emergen los datos está conformado por instituciones con características heterogéneas en varios aspectos.

En relación al tamaño de las empresas, se observa que el conjunto está formado por instituciones de variado tamaño, desde una empresa con 19 trabajadores y 1352 clientes (LUZ-ANDES), a otra mayor en más de cien veces, con 1351 trabajadores y 1225486 clientes (CHILECTRA). Estas diferencias de tamaño se encuentran en la totalidad de las variables y se verifica en las medidas estadísticas presentadas en la Tabla 4.4. Estos contrastes de tamaño constituyen un factor importante para establecer las diferencias entre las empresas y se observa que está presente en la mayoría de las variables disponibles.

En la mayor parte de las variables, CHILECTRA presenta valores muy superiores a cualquiera otra empresa, por lo tanto no tiene patrón de comparación de similar tamaño en la muestra. La característica de CHILECTRA como “outlier” en algunas de las variables puede por tanto influir en relaciones inexistentes entre las variables.

Otros aspectos que permiten diferenciar a las empresas son los costos: costos de inversión, mantención y operación asociados a la distribución, así como los costos fijos por gasto de administración, facturación y atención del usuario. Esta información está contenida en la base de datos y permite caracterizar las empresas de acuerdo a la relación existente entre ellas.

Las distintas razones que se pueden definir, clientes a superficie ocupada, clientes a kilómetros de red y energía vendida a clientes regulados y clientes totales, revelan que estas variables tienen ponderación relativa muy diferente de una empresa a otra. Sin embargo, el costo de distribución es el

factor diferenciador de las empresas e indirectamente refleja las particularidades de esta investigación. Las relaciones entre estas variables serán estudiadas a lo largo de este capítulo.

Tabla 4.4: Estadística descriptiva de los datos

Variable	N	Media	Mediana	StDev	Mínimo	Máximo	1 <sup>er</sup> cuartil	3 <sup>er</sup> cuartil
<b>Variables que definen la característica clientes y ventas</b>								
CLTS	35	111671	18784	231268	1352	1225486	6966	128899
EVENDT	35	467012526	56856103	1211318946	1823430	6825574733	22859460	402781643
EVENDBT	35	215695535	29368204	538672608	543200	2953092625	8797647	190157043
EVENDAT	35	251316990	29628035	675624720	1280230	3872482108	10928925	224066431
<b>Variables que definen el dimensionamiento de las instalaciones del sistema eléctrico</b>								
VNRT	35	25649909	6723312	52222650	394850	287349725	2770162	34799141
VNRBT	35	14423018	3687663	32370413	158473	180625934	1052633	16720690
VNRAT	35	11226892	3750582	20139414	160533	106723791	1579256	14469648
KMT	35	2264	1014	2975	18	10547	376	2778
KMBT	35	957	371	1547	7	6814	79	1036
KMAT	35	1308	759	1606	5	5629	237	1535
KWT	35	124208	15892	319445	1814	1801593	7954	109103
KWBT	35	59056	7185	164418	436	952690	2665	53519
<b>Variables que definen el dimensionamiento de la mantención y operación</b>								
CEXPLT	35	4339492	775149	11168397	108491	63410184	259606	3999794
CEXPLBT	35	2242525	378321	6042571	11287	34215416	91494	1731101
CEXPLAT	35	2096968	343382	5160730	33039	29194768	123840	1696001
<b>Variables relativas al dimensionamiento de la actividad de gestión</b>								
NTRAB	35	166	50	272	19	1351	26	192
REMUN	35	965582	372489	1677294	28654	8354785	115356	1120578
NCOMU	35	14	6	19	1	72	3	20
<b>Variables que definen el dimensionamiento de las instalaciones muebles e inmuebles</b>								
BMI	35	2611516	709969	4014292	14373	18396900	133691	2996490
<b>Variables generales</b>								
ECOMP	35	495115265	60065748	1256034483	2111000	7034660906	26472420	428342546
CCOMP	35	9722485	1108640	23108338	61902	128980766	505546	10765667
CPERD	35	726901	232294	1555412	7286	8472033	46281	716596

Por último, el desenvolvimiento de las empresas con la sociedad local y las disparidades regionales, representadas por las diferencias geográficas, demográficas y tecnológicas, no están directamente mensuradas en el banco de datos, pero sí están reflejadas en las variables seleccionadas.

#### **4.4 Relaciones entre las variables**

El primer paso para el reconocimiento de los factores de eficiencia y principales descriptores fue la identificación de la relación existente entre las variables; esta identificación se realizó con la determinación del coeficiente de correlación lineal simple entre pares de variables, estos valores se muestran en la Tabla 4.5. El análisis de estas medidas de asociación permite extraer las siguientes conclusiones:

Tabla 4.5: Matriz de correlación lineal simple entre pares de variables

	clientes y ventas				instalaciones del sistema eléctrico							
	CLTS	EVENDT	EVENDBT	EVENDAT	VNRT	VNRBT	VNRAT	KMT	KMBT	KMAT	KWT	KWBT
CLTCS	1.00	0.98	0.98	0.97	0.99	0.99	0.97	0.80	0.94	0.59	0.98	0.96
EVENDT	0.98	1.00	0.99	0.99	0.98	0.99	0.95	0.71	0.87	0.48	0.99	0.99
EVENDBT	0.98	0.99	1.00	0.99	0.98	0.99	0.95	0.73	0.89	0.51	0.99	0.98
EVENDAT	0.97	0.99	0.99	1.00	0.98	0.99	0.95	0.69	0.86	0.46	0.99	0.99
VNRT	0.99	0.98	0.98	0.98	1.00	0.99	0.99	0.81	0.93	0.60	0.98	0.97
VNRBT	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	0.97	0.77	0.91	0.54	0.99	0.98
VNRAT	0.97	0.95	0.95	0.95	0.99	0.97	1.00	0.86	0.95	0.69	0.95	0.94
KMT	0.80	0.71	0.73	0.69	0.81	0.77	0.86	1.00	0.94	0.94	0.72	0.68
KMBT	0.94	0.87	0.89	0.86	0.93	0.91	0.95	0.94	1.00	0.77	0.87	0.84
KMAT	0.59	0.48	0.51	0.46	0.60	0.54	0.69	0.94	0.77	1.00	0.49	0.44
KWT	0.98	0.99	0.99	0.99	0.98	0.99	0.95	0.72	0.87	0.49	1.00	0.99
KWBT	0.96	0.99	0.98	0.99	0.97	0.98	0.94	0.68	0.84	0.44	0.99	1.00
CEXPLT	0.97	0.99	0.98	0.99	0.98	0.99	0.95	0.70	0.87	0.46	0.99	0.99
CEXPLBT	0.97	0.99	0.98	0.99	0.98	0.99	0.94	0.69	0.86	0.45	0.99	0.99
CEXPLAT	0.97	0.98	0.98	0.98	0.97	0.98	0.95	0.70	0.86	0.47	0.98	0.98
NTRAB	0.96	0.92	0.93	0.91	0.97	0.95	0.98	0.89	0.97	0.71	0.92	0.90
REMUN	0.97	0.94	0.95	0.93	0.96	0.95	0.96	0.82	0.94	0.61	0.94	0.92
NCOMU	0.52	0.40	0.43	0.37	0.52	0.46	0.61	0.88	0.72	0.93	0.41	0.36
BMI	0.90	0.86	0.87	0.85	0.90	0.89	0.91	0.80	0.88	0.63	0.87	0.84
ECOMP	0.98	0.99	0.99	0.99	0.98	0.99	0.95	0.72	0.88	0.49	0.99	0.99
CCOMP	0.98	0.99	0.99	0.99	0.98	0.99	0.96	0.73	0.88	0.49	0.99	0.99
CPERD	0.98	0.98	0.97	0.97	0.98	0.98	0.97	0.77	0.91	0.54	0.98	0.97

(continuación 2/2)

	mantención y operación			gestión			bienes	generales		
	CEXPLT	CEXPLBT	CEXPLAT	NTRAB	REMUN	NCOMU	BMI	ECOMP	CCOMP	CPERD
CLTCS	0.97	0.97	0.97	0.96	0.97	0.52	0.90	0.98	0.98	0.98
EVENDT	0.99	0.99	0.98	0.92	0.94	0.40	0.86	0.99	0.99	0.98
EVENDBT	0.98	0.98	0.98	0.93	0.95	0.43	0.87	0.99	0.99	0.97
EVENDAT	0.99	0.99	0.98	0.91	0.93	0.37	0.85	0.99	0.99	0.97
VNRT	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.52	0.90	0.98	0.98	0.98
VNRBT	0.99	0.99	0.98	0.95	0.95	0.46	0.89	0.99	0.99	0.98
VNRAT	0.95	0.94	0.95	0.98	0.96	0.61	0.91	0.95	0.96	0.97
KMT	0.70	0.69	0.70	0.89	0.82	0.88	0.80	0.72	0.73	0.77
KMBT	0.87	0.86	0.86	0.97	0.94	0.72	0.88	0.88	0.88	0.91
KMAT	0.46	0.45	0.47	0.71	0.61	0.93	0.63	0.49	0.49	0.54
KWT	0.99	0.99	0.98	0.92	0.94	0.41	0.87	0.99	0.99	0.98
KWBT	0.99	0.99	0.98	0.90	0.92	0.36	0.84	0.99	0.99	0.97
CEXPLT	1.00	0.99	0.99	0.92	0.95	0.39	0.84	0.99	0.99	0.98
CEXPLBT	0.99	1.00	0.98	0.92	0.94	0.38	0.85	0.99	0.99	0.98
CEXPLAT	0.99	0.98	1.00	0.91	0.94	0.40	0.83	0.98	0.98	0.98
NTRAB	0.92	0.92	0.91	1.00	0.96	0.63	0.91	0.93	0.93	0.95
REMUN	0.95	0.94	0.94	0.96	1.00	0.57	0.89	0.94	0.95	0.97
NCOMU	0.39	0.38	0.40	0.63	0.57	1.00	0.54	0.41	0.41	0.49
BMI	0.84	0.85	0.83	0.91	0.89	0.54	1.00	0.87	0.88	0.87
ECOMP	0.99	0.99	0.98	0.93	0.94	0.41	0.87	1.00	0.99	0.98
CCOMP	0.99	0.99	0.98	0.93	0.95	0.41	0.88	0.99	1.00	0.98
CPERD	0.98	0.98	0.98	0.95	0.97	0.49	0.87	0.98	0.98	1.00

- Existe una correlación positiva muy fuerte entre prácticamente la totalidad de las variables en la base de datos (entre pares), a excepción de las variables longitud de línea en alta tensión (KMAT) y número de comunas (NCOMU). Esta fuerte relación directa entre las variables se debe a la naturaleza de los datos, los cuales reproducen resultados que están fuertemente relacionados con la magnitud del servicio prestado, servicio representado por el costo de las instalaciones, el costo de explotación y tamaño de la organización. Las empresas de mayor tamaño tienen grandes valores en cada una de sus

variables, mientras que las empresas pequeñas presentan reducidos valores para cada una de ellas. Esta situación, que refleja el tamaño de la institución, configura una fuerte asociación directa entre cualquier par de variables y, por consiguiente, configura un factor predominante en la explicación de las diferencias entre las empresas. De esta manera, el tamaño de las empresas se caracteriza como un factor causal implícito en la gran mayoría de las relaciones entre las variables y es responsable, en parte significativa, de las correlaciones observadas.

- Las variables longitud de línea en red de alta tensión (KMAT) y número de comunas (NCOMU), tienen correlaciones lineales fuertes entre ellas, patrón de asociación que permite diferenciarla de las demás variables, ya que no están dominadas por el tamaño de las empresas que caracteriza a las otras variables.
- La variable que define el dimensionamiento de las instalaciones muebles e inmuebles (BMI), presenta un patrón de asociación ligeramente diferente respecto a los otros grupos, esto, refleja la existencia de énfasis distinto de una empresa a otra en el desarrollo de la variable. Esta característica describe un factor importante que puede emplearse para explicar las diferencias entre las empresas.
- En general, para cada una de las actividades definidas se observa que sus variables presentan correlaciones lineales positivas muy fuertes entre sí y entre variables de grupos distintos. Los altos índices de correlación entre las variables

están indicando que las variables contienen prácticamente la misma información y que en forma individual aportan muy poco a la diferenciación de las actividades de distribución. En la práctica, esta situación complica e impide que se considere cada una de estas actividades como un factor homogéneo que explique las diferencias entre las empresas y las relaciones existentes entre estas actividades.

- Finalmente, como conclusión se encuentra que los resultados de correlaciones son consecuencia, por lo menos en parte, del tamaño y de las características individuales de cada empresa y no de las relaciones de causa y efecto posiblemente existentes entre los factores de diseño que describen. Esto caracteriza la correlación como medida descriptora de relaciones simétricas que, para este caso, tiene poco valor como herramienta de selección de variables, para el modelamiento y evaluación de eficiencia en el VAD.

Con el análisis de correlación lineal simple descrito en esta sección, no es factible alcanzar los objetivos fijados en el análisis exploratorio de datos. Si bien fue posible identificar algunas variables que permiten explicar las diferencias entre las empresas, éstas no son suficientes para permitir diferenciar el poder de cada una de ellas, así como tampoco, permitir visualizar sus interrelaciones.

Como todas las correlaciones lineales resultaron ser fuertemente positivas, puede asumirse que todos los recursos y todos los resultados de las actividades de distribución son complementarios. Un aumento en el nivel de cualquiera de las variables sería asociado a una tendencia fuerte del crecimiento en todas las otras. A través de un simple razonamiento esto parece



estar en lo correcto, todas las actividades de las empresas están fuertemente relacionadas a la cantidad del servicio suministrado, no existiendo, por la naturaleza monopólicas en la operación, la existencia de ciertos rasgos competitivos por el uso de un mismo recurso.

#### **4.5 Asociación entre grupos de variables**

El análisis de correlación lineal de la sección anterior no permitió alcanzar los objetivos propuestos para este estudio de datos. Hay preguntas que aún continúan sin una adecuada respuesta:

- ¿Cómo identificar los conjuntos de variables y su posibilidad de agregación para describir los principales factores que componen el valor agregado de distribución?
- ¿Cuál es la importancia del tamaño de las instituciones en la explicación de las diferencias entre las empresas y de la relación entre las variables?

Las respuestas a estas preguntas se buscaron empleando una técnica estadística factorial llamada Análisis de Componente Principal (ACP), anexo C, la cual permite estudiar la asociación entre los conjuntos de variables, basándose en medidas estadísticas de asociación. Con el empleo de ACP en este trabajo se intenta cumplir el objetivo de identificar el agrupamiento existente entre las variables, ayudando a visualizar los principales factores que permiten diferenciar a las empresas. Al buscar con el ACP los factores independientes que, en conjunto, reproducen la variabilidad existente en los datos originales, se podrá identificar las variables que individualmente explican mejor las diferencias entre las empresas.

De las 23 variables empleadas en el análisis estadístico descriptivo, 10 se obtuvieron como resultado de la descomposición según el nivel de tensión. Para eliminar la dependencia lineal entre las variables, el ACP consideró primeramente el empleo de las variables totales, con un total de 13 variables. Los resultados encontrados se muestran en la Tabla 4.6. De esta tabla se comprueba que son dos las componentes principales más importantes, y que en conjunto explican el 97,5% de la información total existente en las variables. Estas componentes serán fundamentales para explicar la diferencia entre las empresas.

Tabla 4.6: ACP, Autovalores y correlación lineal

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
CLTS	0.995	0.052	-0.024	-0.012	0.012	0.046
EVENDT	0.978	0.196	-0.042	0.059	-0.016	0.007
VNRT	0.996	0.046	-0.005	0.041	0.014	-0.036
KMT	0.838	-0.525	0.016	0.050	0.120	0.062
KWT	0.979	0.186	-0.044	0.067	-0.025	0.008
CEXPLT	0.973	0.206	-0.086	-0.006	-0.008	-0.026
NTRAB	0.979	-0.125	0.037	-0.047	0.127	-0.075
REMUN	0.980	-0.026	-0.017	-0.183	-0.031	0.047
NCOMU	0.565	-0.808	-0.114	0.022	-0.112	-0.029
BIM	0.919	-0.071	0.383	0.006	-0.063	-0.007
ECOMP	0.981	0.181	-0.040	0.056	-0.016	0.017
CCOMP	0.983	0.174	-0.013	0.042	-0.024	0.011
CPERD	0.988	0.092	-0.074	-0.077	-0.013	-0.030
Varianza	11.532	1.143	0.181	0.059	0.050	0.018
% explicación	88.7	8.8	1.4	0.5	0.4	0.1
% acumulativo	88.7	97.5	98.9	99.4	99.8	99.9

El primero de estos factores, el asociado a la primera componente principal, explica el 88,7% de las variaciones totales y recoge la información común a todas las variables, es por tanto un elemento de estabilidad. Esta primera componente principal presenta una asociación lineal positiva muy

fuerte con prácticamente todas las variables y en un menor grado con las variables número de comunas (NCOMUN) y longitud total de líneas (KMT). Desde el punto de vista de las variables contenidas en la base de datos, se concluye, entonces, que el tamaño de las empresas y la primera componente principal son los constructores más importantes para explicar las diferencias entre las empresas.

La segunda componente principal es responsable del 8,8 % de la información contenida en la base de datos y tiene asociación negativa con algunas de las variables. La mayor explicación de este comportamiento es su relación con las variables número de comunas (NCOMUN) y longitud total de líneas (KMT). Esta segunda componente principal, consolida una primera gran división de las variables en dos grupos, percibidos ya en el análisis de correlación, separando las actividades que definen el dimensionamiento de las instalaciones del sistema eléctrico y el dimensionamiento de la organización, reafirmando trabajar con estas componentes en forma separada.

La figura 4.1 es la representación gráfica de las variables sobre un sistema de ejes que es determinado por las dos primeras componentes principales (primer plano principal). La proyección de las coordenadas de las variables sobre los ejes, representa la correlación lineal entre la variable y la componente principal. La longitud del vector determinado por las coordenadas de cada variable, en el primer plano principal, expresa una correlación múltiple en lo referente a las dos primeras componentes principales. De esta manera, este gráfico se encuentra acotado por un círculo que está centrado en el origen y tiene un radio unitario.

Las variables contenidas en el primer plano principal dan lugar al 97,5% de la información total existente en el banco de datos, asimismo, muestra la existencia de tres grupos de variables. El primero, con las variables que definen a los clientes ventas y la mantención y operación, que están ligadas fuertemente a la primera componente principal y con una débil, pero

positiva, ligazón con la segunda componente principal. El segundo grupo, con las variables que definen las instalaciones y los bienes muebles e inmuebles, con una fuerte ligazón con la primera componente principal y prácticamente nula ligazón con la segunda componente principal. Por último, las variables que definen el dimensionamiento de la organización, con una menor ligazón a la primera componente principal y una mayor ligazón negativa con la segunda componente principal. La asociación entre estos tres grupos está fuertemente dominada por el tamaño de la empresa, expresado en la primera componente principal.

Los demás factores que explican la restante información existente, tienen una magnitud relativa reducida en función de la importancia del tamaño de las empresas. Una tercera componente principal, en la cual se distingue las variables bienes muebles e inmuebles, es responsable del 1,4% de las variaciones totales, reafirmando el agrupamiento realizado de las variables y mantiene una muy baja correlación con el resto de las variables respecto al primer plano principal. Por último, la Tabla 4.6 muestra la cuarta, quinta y sexta componente con un porcentaje de explicación de 0,5%, 0,4% y 0,1% respectivamente.

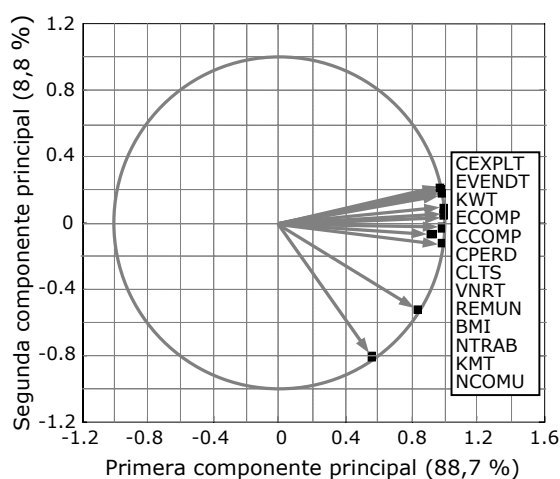


Figura 4.1: Plano principal del ACP para las variables total

El mismo resultado de ACP, pero aplicado a los grupos de variables en forma separada, se muestra en Figura 4.2. La figura muestra que en el grupo de variables asociado a clientes ventas (CLTS y EVENDT) la primera componente principal explica el 99,2%, indicando que ambas variables incorporan prácticamente la misma información y, por tanto, el empleo de ambas variables no aporta mayor información al estudio. Situación similar ocurre con las variables generales (CPERD, ECOMP y CCOMP) donde la primera componente principal explica el 99,3% de la información contenida en estas variables.

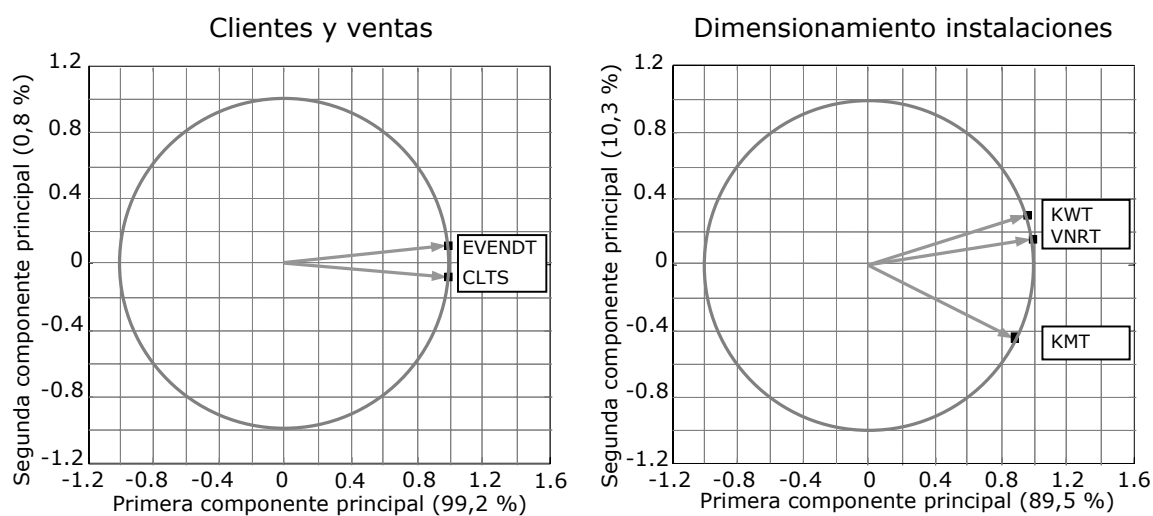


Figura 4.2 Plano principal variables clientes-ventas e instalaciones

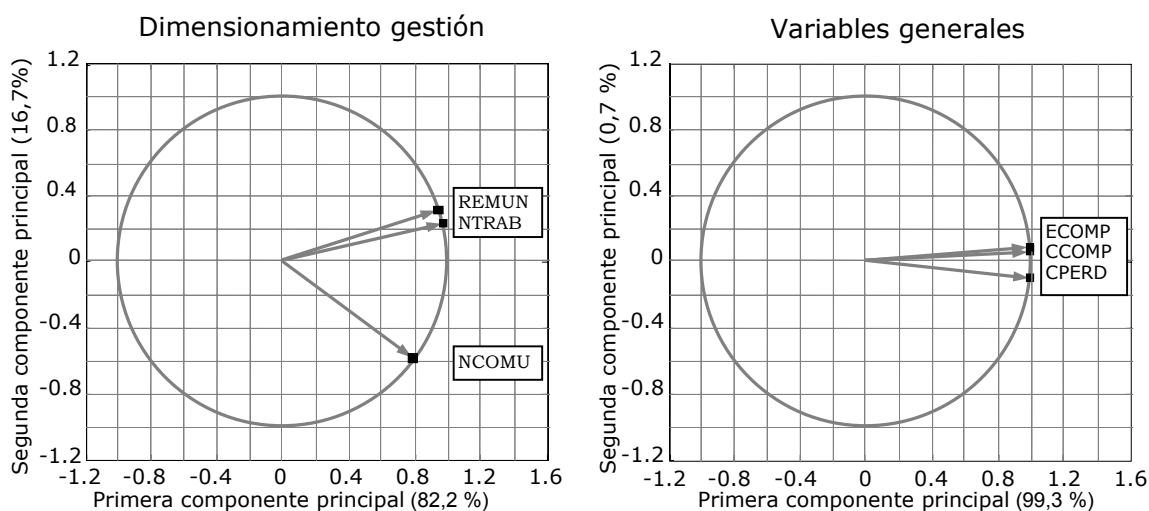


Figura 4.3 Plano principal variables, gestión y variables generales

En los casos de los grupos de variables, dimensionamiento de las instalaciones y dimensionamiento de la organización, la magnitud resultante de la segunda componente principal informa que puede ser más apropiado considerar estas variables en forma separada.

#### 4.6 Indicadores de eficiencia en el VAD

Identificados los datos según las características propias de dimensionamiento de las empresas, a continuación, se procede a identificarlos de acuerdo a la nomenclatura típica empleada en los métodos de frontera, es decir, como variable de entrada para los recursos y variable salida para los productos.

La denominación de una variable como entrada o salida, obedece a la necesidad de reflejar el efecto que produce su variación en el resultado de eficiencia, evitando así la aparición de objetivos contradictorios en la optimización. La separación de las variables incluye aquellas descompuesta de acuerdo al nivel de tensión, sus clasificaciones como entrada o salida, se presenta a continuación.

### **Salidas**

Como variables de salida en la distribución se escogen las variables fijadas a corto plazo y que describen eficazmente el servicio, el sistema y en cierta medida, el entorno que afrontan las distribuidoras. Las variables de salidas utilizadas son:

- Energía vendida.
- Potencia máxima coincidente en punta.
- Número de clientes.
- Longitud de la red de distribución.

Estas variables se definen a continuación:

**Energía vendida:** Las ventas de energía, EVEND, como actividad primaria ejercida por cada empresa.

**Potencia máxima coincidente en punta:** La potencia máxima es un *proxy* de la capacidad de transformación requerida por la distribuidora para permitir la

entrega de energía a clientes en horas de demanda máxima. Esto refleja el hecho que el sistema de distribución debe ser diseñado para enfrentar incidencias de demandas máximas, incluso si éstas están muy por sobre la demanda media. La inclusión de la potencia máxima asegura que las distribuidoras que requieran mayores entradas para enfrentar demandas relativamente alta no sean castigadas en la evaluación de eficiencia.

**Número de clientes:** El costo de la distribución está afectado por el número de puntos de conexión que se deben construir y servir. El número de clientes actúa como un *proxy* para el número de puntos de conexión de cada distribuidora. Por lo tanto, es importante que este se incluya como una salida para las distribuidoras.

**Longitud de la red de distribución:** El tamaño de la red está medido por los kilómetros de línea. Esta salida captura el tamaño del sistema de distribución manejado por la empresa y asegura que, por ejemplo, una distribuidora rural grande no sea castigada en la evaluación de eficiencia comparada con una distribuidora que realiza el servicio en la ciudad. En algunos trabajos, esta variable junto al número de transformadores también se utiliza para representar el costo de capital, [Scarsi, 1999].

La confiabilidad de suministro también podría incluirse como una variable de salida, sin embargo, esta información no está disponible para todas las empresas y, por tanto, no es considerada en este estudio.

### **Entradas**

Las variables de entrada incluyen los costos que incurren las distribuidoras, las variables de entrada utilizadas son:



- Costos de operación y mantención;
- Costo de capital;
- Número de trabajadores;
- Remuneraciones;
- Energía no vendida;

**Costos de operación y mantención:** Los costos de operación y mantención radican en gastos directos e indirectos como costos por remuneración, operación del sistema, mantenimiento de la red, planificación, equipos en bodega, administración y gastos imprevistos.

**Costos de capital:** El costo de capital consiste en todos los costos sobre los bienes del sistema de suministro que incluye adiciones, transferencia y reemplazos.

El costo de capital está representado por el VNR de las instalaciones y los bienes muebles e inmuebles. El VNR utilizado en el estudio es el informado por las empresas a la Superintendencia de Electricidad y Combustible para el año 1999, valorado al 31 de diciembre.

Tanto los costos de operación y mantención como el VNR son considerados en el estudio, esto captura cualquier intento de manejo que difiera de la contabilidad del capital que exista para las empresas.

**Número de trabajadores:** La variable número de trabajadores juega un factor importante para dimensionar y estructurar el tipo de organización constituido

en las empresas, así como en la definición de precios para la determinación de los costos.

**Remuneraciones:** Junto a la variable número de trabajadores, permiten estructurar la organización de la empresa y permiten definir el precio del trabajo en la estimación de los costos.

$$\text{precio salario} = \frac{\text{total Remuneraciones}}{\text{Número trabajadores}} \quad (4.1)$$

**Energía no vendida:** Como una manera de considerar información respecto a la adecuada operación de la red.

## **V. ANÁLISIS DE FRONTERAS DE EFICIENCIA EN EL VAD**

### **5.1 Introducción**

Este capítulo describe e interpreta los resultados obtenidos de eficiencia en el VAD para las 35 empresas de distribución chilenas, cuyos datos corresponden al proceso tarifario del año 2000. Como técnicas analíticas se emplea las metodologías DEA y AFE, y las variables que han sido seleccionadas en el capítulo 4. El carácter metodológico dado a esta investigación conduce a la decisión de dar énfasis al significado conceptual de la información generada por ambas técnicas y su factibilidad en la evaluación de eficiencia de las empresas.

En la primera sección del capítulo se revisan los resultados obtenidos con la metodología DEA. El indicador de eficiencia adoptado mide la reducción proporcional máxima que es posible realizar a las variables de entradas sin una disminución de productividad, el cual corresponde al concepto de eficiencia en el sentido de Farrell.

Las medidas de eficiencia encontradas proyectan, para cada empresa ineficiente, metas de productividad que mantienen las proporciones entre estos resultados y los planes de operación que ellas ejecutan; se respeta así las relaciones entre variables que reflejan las propias expectativas de cada empresa. Los resultados proporcionados por esta metodología son avalados con un análisis de sensibilidad, procedimiento bootstrap, el cual considera las posibles variaciones del indicador de eficiencia producto de una mala especificación y existencia de error en las variables.

En una segunda sección se presenta los resultados de eficiencia en el VAD obtenido mediante la metodología de frontera estocástica, estos resultados juntos a los encontrados en el proceso tarifario año 2000 permiten el contraste empírico de resultados con otras metodologías.

Finalmente, con los resultados de eficiencia en el VAD para cada una de las empresas, se determina el ciclo de explotación teórico de las empresas y con el se revisa la rentabilidad de cada una de las empresas.

## 5.2 Análisis DEA

Una vez realizado el análisis de los datos y disponiendo de la oportuna información acerca de las variables que caracterizan a las empresas de distribución, se efectuó el Análisis Envolvente de Datos con el objetivo de definir la frontera de eficiencia en el VAD, que permita establecer una adecuada asignación de costos para el grupo de empresas de distribución en estudio.

Como primer paso, se selecciona el modelo DEA apropiado. En este sentido, se optó por el modelo VRS con orientación de entrada y la consideración de eficiencia fuerte, ecuación (3.8) y (3.9). La elección del modelo VRS responde al reconocimiento de la existencia de economías de escala en el sector<sup>8</sup>, que podría distorsionar resultados en el momento de su interpretación. La orientación de entrada en el modelo obedece a su comodidad de interpretación, dada la exigencia natural que tienen las empresas que tratan de obtener los máximos beneficios mediante la reducción de sus costos.

De este modo, el modelo DEA empleado es el siguiente:

---

<sup>8</sup> De acuerdo al reglamento de ley, el VAD debe calcularse para un determinado número de áreas de distribución típicas, definidas como “áreas en las cuales los valores agregados por la actividad de distribución para cada una de ellas son parecidos entre sí” (artículo 150, letra m).

$$\begin{aligned}
\min \quad & \theta_0 - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
\text{sujeto a :} \quad & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; \quad i = 1L m \\
& -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; \quad r = 1L s \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad j = 1L n
\end{aligned} \tag{5.1}$$

donde:

- $x_{ij}$  : datos de entrada empresa  $j$
- $y_{rj}$  : datos de salida empresa  $j$
- $\theta_0$  : eficiencia de la empresa evaluada solución del modelo.
- $\lambda$  : vector de parámetros solución del modelo.
- $s^-, s^+$  : variables de holgura solución del modelo.
- $\varepsilon$  : es un número real positivo y pequeño<sup>9</sup>.

Como una manera de considerar y examinar el efecto que tiene la especificación en los resultados de eficiencia, en el estudio con DEA se utilizó tres modelos distintos. La Tabla 5.1 resume las entradas y salidas consideradas en cada uno de estos modelos.

---

<sup>9</sup> para cálculos empíricos, usualmente,  $10^{-6}$  [Lewin y Morey, 1981].

Tabla 5.1: Descripción de variables utilizadas en los modelos

Entradas	Salidas
VADT (1), (2), (3)	EVEND (1), (2), (3)
KMT (1), (2), (3)	KWT (1)
ENFAC (3)	NCLTS (1), (2),
NTRAB (2), (3)	
SALARIO (2), (3)	

El número entre paréntesis indica el modelo en el cual se utilizó la variable

Como costo total de distribución, todos los modelos utilizan el “VAD empresa”, vale decir, aquel que se determina directamente de las variables que las empresas han declarado a la SEC. El VAD que resulta de las variables es determinado por:

$$VAD = \frac{aVNRT + COyM}{KWT} \quad (5.2)$$

donde,  $aVNRT$  es el  $VNRT$  anualizado, el  $COyM$  es el costo de operación y mantención total y  $KWT$  es la potencia total presente en punta. Las otras variables utilizadas como entrada en los modelos son: los kilómetros de red,  $KMT$ , con lo cual se considera la actividad básica de distribución de la energía [Pollitt, 1995], [Weyman-Jones, 1992]; la energía no facturada,  $ENFAC$ , que introduce información respecto a la operación de la red, el número de trabajadores y remuneraciones,  $NTRAB$  y  $SALARIO$  respectivamente, las cuales juegan un importante rol al estructurar y dimensionar la organización de las empresas [Pollitt, 1995], [Weyman-Jones, 1992]. Como salidas, las ventas de energía,  $EVEND$ , como actividad primaria ejercida por cada empresa [IPART, 1999] y que se incluye en los tres modelos; la potencia máxima coincidente en punta,  $MWT$ , para introducir el efecto del perfil de carga; y el número de clientes [Pollitt, 1995],  $NCLTS$ , que captura información de los puntos de conexión que se deben abastecer [IPART, 1999].

Los resultados de eficiencia obtenidos para las variables especificadas y el modelo DEA con rendimientos variables a escala, VRS, presentado anteriormente, se muestran en Tabla 5.2. En esta tabla, para una unidad eficiente theta es igual a 100 %, mientras que para una unidad ineficiente theta es menor que 100 %. Asimismo, la medida de ineficiencia viene dada por la diferencia de theta con la unidad.

Tabla 5.2: Resultados de eficiencia en el VAD para los modelos 1-3

Empresa	Cod. SEG.	Modelo 1 $\theta$	Modelo 2 $\theta$	Modelo 3 $\theta$
EMELARI	1	67.09	70.56	83.13
ELIQSA	2	60.54	80.68	100.00
ELECDA	3	79.71	98.85	99.96
EMELAT	4	46.97	43.83	87.51
EMEC	5	35.30	38.79	65.51
CHILQUINTA	6	60.86	45.65	51.42
CONAFE	7	54.66	62.88	100.00
EMELCA	8	56.39	95.86	95.92
LITORAL	9	41.53	58.98	58.98
CHILECTRA	10	100.00	100.00	100.00
RIO MAIPO	11	84.96	100.00	100.00
COLINA	12	96.39	70.68	95.69
TIL TIL	13	53.60	53.61	55.24
PUENTE ALTO	14	85.89	85.89	85.89
LUZANDES	15	100.00	100.00	100.00
PIRQUE	16	56.89	100.00	100.00
EMELECTRIC	17	26.63	44.32	45.83
CGE	18	49.59	68.04	100.00
COPELAN	21	22.32	49.44	49.81
FRONTEL	22	19.46	37.13	42.52
SAESA	23	29.08	59.69	70.16
EDELAYSEN	24	44.66	55.15	57.01
EDELMAG	25	58.07	61.39	100.00
CODINER	26	23.92	71.49	71.77
ELECOOP	27	30.42	98.61	98.61
EDECSA	28	53.18	100.00	100.00
COOP CURICO	29	28.91	81.29	81.96
EMETAL	30	16.21	96.27	96.27
LUZLINARES	31	21.11	50.76	55.14
LUZPARRAL	32	21.57	100.00	100.00
COPELEC	33	17.77	30.92	33.92
COELCHA	34	21.72	47.50	47.50
SOCOEPA	35	38.39	79.17	79.17
COOPREL	36	50.01	60.96	60.96
CREO	39	61.06	100.00	100.00
Media		49.00	71.38	79.14
Desviación Estándar		24.63	22.73	21.97
Mínimo		16.21	30.92	33.92
Máximo		100.00	100.00	100.00

Como se esperaba, los resultados de eficiencia resultan sensibles a la especificación del modelo, donde, en general, el mayor número de variables incrementa los resultados de eficiencia. Este resultado es esperado ya que con el aumento del número de variables es más probable, para la unidad de prueba, encontrar un conjunto de ponderadores de insumos y productos que la haga aparecer eficiente, [Yunos y Hawdon, 1997].

De esta manera, en consideración a los resultados de la Tabla 5.2 y empleando un criterio conciliador hacia las empresas, se considera y analizan en más profundidad los resultados del modelo 3 como representación de eficiencia DEA en el VAD, para el grupo de eficiencia en estudio.

En función de lo anterior, modelo 3, se identifican 11 unidades eficientes y 24 unidades como ineficientes, siendo la media de los resultados de eficiencia 0,7914, es decir, una eficiencia promedio de 79,14% para el grupo de empresas analizadas. Adicionalmente, se observa que la empresa más ineficiente es la número 33, COPELEC, con el menor resultado de eficiencia.

Las causas de estos resultados se encuentran en los valores de las variables virtuales. Estas variables corresponden a los ponderadores que el programa lineal asigna a las entradas y salidas, en el planteamiento inicial del análisis envolvente, con el objeto de maximizar la función objetivo cumpliendo las restricciones. Por tanto, estas variables proporcionan información acerca de la importancia que ha tenido cada entrada y salida en la eficiencia de la empresa.

Las variables virtuales se muestran en forma de porcentajes en Tabla 5.3. En función de estos porcentajes, se concluye que cuanto mayor es éste más importante resulta esta variable, respecto a las otras, para la determinación de eficiencia en el VAD. Dado que existe una salida y cinco entradas, el número de variables virtuales es seis. Por otra parte, considerando la notación habitual empleada en DEA, el signo delante de la variable en el encabezamiento de la tabla, indica el tipo de variable, con signo menos se



indica que es una variable de entrada (se desea que se reduzca), el signo positivo indica que la variable es de salida (se desea que aumente). Finalmente,  $\mu$ , es la variable de holgura para la restricción de rendimientos variables a escala, ecuación (3.10).

Tabla 5.3: Variables virtuales

	ENTRADAS EN %					SALIDAS EN %	
	-VAD	-KMT	-ENFAC	-NTRAB	-REMUN	+EVEND	$\mu$
EMELARI	9.38	15.72	50.57	24.33	0.00	71.13	12.00
ELIQSA	9.00	11.16	58.65	12.19	9.00	91.86	8.14
ELECDA	1.29	0.00	41.97	0.00	56.74	97.44	2.53
EMELAT	3.96	31.00	65.04	0.00	0.00	85.01	2.51
EMEC	36.32	0.00	63.68	0.00	0.00	53.82	11.69
CHILQUINTA	9.68	0.00	90.32	0.00	0.00	47.25	4.16
CONAFE	10.59	10.59	57.64	10.59	10.59	93.59	6.41
EMELCA	0.00	5.56	0.39	94.05	0.00	7.11	88.81
LITORAL	0.00	0.00	0.00	98.70	1.30	14.12	44.86
CHILECTRA	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	100.00	0.00
RIO MAIPO	13.07	13.07	13.07	47.74	13.07	88.13	11.87
COLINA	0.00	39.94	60.06	0.00	0.00	86.22	9.47
TILTIL	73.81	0.00	26.19	0.00	0.00	9.91	45.33
PENTE ALTO	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	79.45	6.43
LUZANDES	18.31	20.94	24.14	18.31	18.31	18.31	81.69
PIRQUE	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	80.89	19.11
EMELECTRIC	5.87	0.00	72.92	21.20	0.00	42.21	3.62
CGE	2.69	0.00	97.31	0.00	0.00	103.00	-3.00
COPELAN	0.00	0.00	0.93	99.07	0.00	12.71	37.10
FRONTEL	0.00	0.00	69.55	0.00	30.45	43.09	-0.57
SAESA	0.00	0.00	73.17	0.00	26.83	72.71	-2.55
EDELAYSEN	30.80	3.02	44.68	0.00	21.50	39.12	17.89
EDELMAG	10.09	10.09	59.64	10.09	10.09	95.52	4.48
CODINER	0.00	0.00	1.38	98.62	0.00	15.69	56.09
ELECOOP	0.00	22.32	0.00	0.00	77.68	52.50	46.11
EDECSA	6.65	6.65	6.65	73.41	6.65	24.43	75.57
COOP CURICO	0.00	0.00	1.40	98.60	0.00	23.73	58.23
EMETAL	0.00	0.00	0.00	98.57	1.43	27.03	69.24
LUZLINARES	0.00	0.00	19.62	80.38	0.00	25.76	29.38
LUZPARRAL	15.96	15.96	15.96	15.96	36.17	57.83	42.17
COPELEC	0.00	0.00	46.65	53.35	0.00	26.95	6.96
COELCHA	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	47.50
SOCOEPA	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	79.17
COPREL	35.05	0.00	0.00	0.00	64.95	11.07	49.89
CREO	18.19	3.25	3.25	72.05	3.25	20.92	79.08

De las variables virtuales de la empresa más ineficientes, COPELEC, puede concluirse que fue la acción de la salida, EVEND (energía vendida), y de las entradas ENFAC (energía no facturada) y NTRAB (número de trabajadores) lo que hizo que su eficiencia no fuese aún menor. Es decir, fue la acción de las entradas VAD (costos de distribución), KMT (longitud de línea) y REMUN (remuneraciones) lo que ocasionó la baja evaluación de eficiencia para esta empresa.

En la determinación de eficiencia, DEA no necesariamente utiliza un reflejo de la realidad para la unidad eficiente, lo usual es que la unidad en evaluación se compare no con una empresa real sino con una empresa compuesta que es combinación lineal de otras existentes. Esta peculiaridad es perfectamente coherente con el planteamiento de Farrell explicado antes y asume las hipótesis de la posibilidad de utilización de insumos de modo continuo y convexidad de la frontera de eficiencia. El conjunto de unidades reales eficientes combinadas para generar otra unidad eficiente, pero ficticia, se denomina grupo de referencia (*peer group*) y su identificación permite planificar las mejoras de las DMUs ineficientes sobre la base de niveles efectivamente alcanzados.

Para cada empresa, el grupo de referencia está conformado por las empresas que definen  $\lambda$  con valores distintos de cero en la solución. Si la DMU es eficiente, entonces, se entiende que el programa lineal no encontró ninguna unidad real o ficticia, combinación de éstas, con cual compararla y pone su eficiencia en el valor uno. De esta manera, el grupo de referencia de una unidad eficiente es ella misma, lo que implica que  $\lambda = 1$ . No sucede lo mismo con las unidades ineficientes puesto que el programa lineal sí encontrará una DMU real o ficticia con cual comparar la DMU de prueba. En cualquier caso, las empresas que componen el *peer group* son todas eficientes.

En la Tabla 5.4 se muestran los resultados de las  $\lambda$ s para cada empresa.

Tabla 5.4: Grupo de referencia para cada empresa

Empresa	Peer Group					
EMELARI	$\lambda$	ELIQSA 0.515	CHILECTRA 0.001	RIO MAIPO 0.022	LUZANDES 0.036	PIRQUE 0.426
ELIQSA	$\lambda$	ELIQSA 1.000				
ELECDA	$\lambda$	CHILECTRA 0.03	RIO MAIPO 0.175	PIRQUE 0.683	LUZPARRAL 0.111	
EMETAL	$\lambda$	ELIQSA 0.523	CONAFE 0.311	LUZANDES 0.097	PIRQUE 0.069	
EMEC	$\lambda$	CONAFE 0.822	CHILECTRA 0.007	LUZANDES 0.170		
CHILQUINTA	$\lambda$	CONAFE 0.175	CHILECTRA 0.167	LUZANDES 0.659		
CONAFE	$\lambda$	CONAFE 1.000				
EMELCA	$\lambda$	RIO MAIPO 0.001	LUZANDES 0.780	EDECSA 0.172	CREO 0.047	
LITORAL	$\lambda$	RIO MAIPO 0.006	EDECSA 0.867	CREO 0.128		
CHILECTRA	$\lambda$	CHILECTRA 1.000				
RIO MAIPO	$\lambda$	RIO MAIPO 1.000				
COLINA	$\lambda$	CHILECTRA 0.003	LUZANDES 0.545	PIRQUE 0.452		
TILTIL	$\lambda$	CONAFE 0.001	LUZANDES 0.980	EDELMAG 0.020		
PUENTE ALTO	$\lambda$	CHILECTRA 0.017	LUZANDES 0.983			
LUZANDES	$\lambda$	LUZANDES 1.000				
PIRQUE	$\lambda$	PIRQUE 1.000				
EMELECTRIC	$\lambda$	ELIQSA 0.137	RIO MAIPO 0.420	LUZANDES 0.296	PIRQUE 0.147	
CGE	$\lambda$	CGE 1.000				
COOPELAN	$\lambda$	RIO MAIPO 0.009	EDECSA 0.987	CREO 0.004		
FRONTEL	$\lambda$	CONAFE 0.136	RIO MAIPO 0.257	PIRQUE 0.608		

Continuación Tabla 5.4

Empresa	Peer Group				
SAESA		CONAFE	CHILECTRA	RIO MAIPO	
$\lambda$		0.391	0.001	0.608	
EDELAYSEN		CONAFE	CHILECTRA	RIO MAIPO	LUZANDES
$\lambda$		0.008	0.001	0.035	0.384
EDELMAG		EDELMAG			
$\lambda$		1.000			
CODINER		RIO MAIPO	EDECSA	CREO	
$\lambda$		0.001	0.818	0.181	
ELECOOP		CHILECTRA	PIRQUE	LUZPARRAL	
$\lambda$		0.001	0.60	0.399	
EDECSA		EDECSA			
$\lambda$		1.000			
COOP. CURICO		RIO MAIPO	EDECSA	CREO	
$\lambda$		0.013	0.867	0.120	
EMETAL		RIO MAIPO	EDECSA	CREO	
$\lambda$		0.012	0.824	0.163	
LUZLINARES		RIO MAIPO	PIRQUE	EDECSA	
$\lambda$		0.018	0.645	0.338	
LUZPARRAL		LUZPARRAL			
$\lambda$		1.000			
COPELEC		ELIQSA	RIO MAIPO	PIRQUE	
$\lambda$		0.039	0.032	0.930	
COELCHA		LUZANDES	EDECSA		
$\lambda$		0.466	0.534		
SOCOEPA		LUZANDES	EDECSA		
$\lambda$		0.303	0.697		
COOPREL		CHILECTRA	LUZANDES	PIRQUE	
$\lambda$		0.001	0.713	0.286	
CREO		CREO			
$\lambda$		1.000			

Esta tabla además de indicar información relacionada con los grupos de referencia, también proporciona información acerca del grado de importancia de cada empresa en la constitución de estos grupos. Esta información resulta útil, por ejemplo, para la conformación de las áreas de servicio típicas que realiza la CNE al comienzo del proceso regulatorio. El

objetivo principal es poder dilucidar cuáles son las empresas modelos a seguir por cada empresa ineficiente puesto que, cuanto mayor es el valor de  $\lambda$ , más parecido es el modo de producción de la empresa ineficiente a la eficiente que forma parte del grupo de comparación. Debido a que, en definitiva, la empresa ficticia es una combinación lineal convexa de empresas eficientes y reales y, por tanto, cuanto mayor es el  $\lambda$ , más peso tiene la unidad eficiente en la construcción de la ficticia y, así, más se parece la eficiente a la ineficiente en su modo de producción.

Por ejemplo COPELEC, empresa con menor rendimiento, tiene como grupo de referencia a las empresas ELIQSA, RIO MAIPO y PIRQUE. Las tres, por tanto, podrían tomarse como referencia de comparación para tratar de mejorar la eficiencia de COPELEC. Sin embargo, PIRQUE es la empresa que más participa en la composición de la empresa ficticia, con  $\lambda = 0,930$  frente a  $\lambda = 0,039$  y  $\lambda = 0,032$  de ELIQSA y RIO MAIPO respectivamente. Por tanto, si la comparación se desea realizar con una empresa real, PIRQUE debe ser la unidad tomada como referencia para la comparación de eficiencia productiva de COPELEC.

Las variables de holgura son otras variables de interés que analizar. Estas variables informan sobre la cantidad que debe aumentar cada variable de salida o que debe disminuir cada variable de entrada para que las unidades ineficientes tengan un comportamiento eficiente. La Tabla 5.5 muestra los valores de las variables de holgura para cada empresa.

Siguiendo con el ejemplo de COPELEC, se observan niveles de holguras en cada una de las variables de entrada. Para que esta empresa llegue a ser eficiente deberá reducir cualquiera de estas variables en el porcentaje indicado.

Tabla 5.5: Variables de holgura

	s <sup>-</sup> EN %				s <sup>+</sup> EN %	
	-VAD	-KMT	-ENFAC	-NTRAB	-REMUN	+EVEND
EMELARI	16.9	16.9	16.9	16.9	34.2	0.0
ELIQSA	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
ELECDA	0.0	11.3	0.0	40.0	0.0	0.0
EMELAT	12.5	12.5	12.5	47.8	31.3	0.0
EMEC	34.5	61.6	34.5	37.8	44.6	0.0
CHILQUINTA	48.6	60.7	48.6	52.0	62.5	0.0
CONAFE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
EMELCA	33.4	4.1	4.1	4.1	11.8	0.0
LITORAL	47.7	47.7	65.6	41.0	41.0	0.0
CHILECTRA	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
RIO MAIPO	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
COLINA	30.5	4.3	4.3	31.3	34.1	0.0
TILTI	44.8	68.2	44.8	54.2	47.9	0.0
PENTE ALTO	46.1	14.1	33.0	46.5	63.5	0.0
LUZANDES	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
PIRQUE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
EMELECTRIC	54.2	77.9	54.2	54.2	64.3	0.0
CGE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
COPELAN	58.0	65.0	50.0	50.2	72.7	0.0
FRONTEL	62.6	88.1	57.5	83.7	57.5	0.0
SAESA	37.0	67.8	29.8	61.6	29.8	0.0
EDELAYSEN	43.0	43.0	43.0	50.5	43.0	0.0
EDELMAG	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
CODINER	56.0	78.8	28.2	28.2	73.1	0.0
ELECOOP	11.6	1.4	73.9	21.2	1.4	0.0
EDECSA	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
COOP CURICO	46.4	19.6	18.0	18.0	49.9	0.0
EMETAL	70.1	80.6	41.2	3.7	3.7	0.0
LUZLINARES	61.9	80.9	44.9	44.9	79.3	0.0
LUZPARRAL	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
COPELEC	68.2	91.4	66.1	66.1	73.1	0.0
COELCHA	68.1	81.1	62.1	52.5	62.4	0.0
SOCOEPA	38.0	68.6	51.5	20.8	66.3	0.0
COPREL	39.0	89.6	89.2	58.5	39.0	0.0
CREO	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

### **5.3 Análisis bootstrap**

Como se ha visto, DEA requiere mínimas asunciones en cuanto a la estructura de producción, y no coloca ninguna restricción contra la forma funcional que relaciona las entradas y salidas. Además, entrega una información detallada sobre la eficiencia de la unidad no sólo en relación con la frontera eficiente, sino que también con las unidades específicas eficientes que pueden ser identificadas como modelos a imitar o para comparar. DEA también identifica las holguras en las entradas específicas para que las fuentes de ineficiencia puedan ser analizadas.

El principal defecto de DEA es su imposibilidad de proporcionar resultados de eficiencia con el elemento de valoración estocástico. Esto es porque, como hemos visto, DEA está basado en un procedimiento de optimización que usa técnicas de programa lineal para localizar a aquellas unidades que combinan las entradas dadas de manera más eficiente para producir salidas más relevante. Estos métodos, en general, son sensibles a las inexactitudes en los valores de entrada y pueden alcanzar soluciones óptimas alternativas incluso cuando los datos son exactos. Por esto, es importante destacar que los resultados obtenidos son sólo estimaciones de la eficiencia verdadera y como tal muy sensible a errores en los datos, especificaciones del modelo y a influencia de factores externos fuera del control de las empresas. Todas estas consideraciones plantean la debilidad de la precisión estadística de la estimación DEA y aconsejan cautela al momento de establecer comparaciones entre distribuidoras, al tomar únicamente como referencia las estimaciones puntuales.

Como una manera de solucionar este problema se desarrolló en el estudio un análisis de sensibilidad para el estimador de eficiencia ante variaciones muestrales, que emplea una metodología de aproximación bootstrap [Simar y Wilson, 1998].

Los resultados de la aplicación bootstrap a los datos de eficiencia DEA encontrados se presentan en la Tabla 5.6. La primera columna identifica las empresas de acuerdo al código SEC y las restantes columnas muestran el resultado de eficiencia  $\hat{\theta}$ , la eficiencia corregida  $\hat{\theta}^c$ , el sesgo, la desviación típica y el intervalo de confianza al 95% de eficiencia  $\hat{\theta}^c$ . Para la obtención de esta información, la simulación consideró 1000 réplicas bootstrap, el parámetro  $h$  ajustado en 0,02 y el modelamiento DEA con rendimiento variables a escala, según la ecuación (5.1). Como se había indicado anteriormente, el modelo DEA identifica once empresas eficientes, éstas se muestran en la columna dos de la tabla con resultado de eficiencia igual a uno. A las restantes empresas, el modelo les asigna un resultado de eficiencia inferior que está entre cero y uno.

En la aplicación del procedimiento bootstrap se observa que el sesgo, variación entre la media bootstrap y el estimador de eficiencia, es una variable que toma un menor valor al aumentar la estimación de eficiencia de las empresas. La interpretación que se puede dar a este resultado es que si se disminuyen aleatoriamente las entradas que se están utilizando en las distintas empresas y se repite este proceso múltiples veces, los resultados que se obtienen en términos de eficiencia son bastante cercanos al estimador de eficiencia cuando las empresas son más eficientes. Es decir, la media bootstrap se acerca al estimador de eficiencia a medida que las empresas son más eficientes. Por otra parte, la gran amplitud que se visualiza en algunos intervalos de confianza, deja en evidencia la alta dependencia de los resultados de eficiencia con los datos.

Finalmente, la eficiencia corregida, que está definida como la diferencia entre el estimador DEA y el sesgo, es un estimador representativo de eficiencia que considera la existencia de error en los datos. Para el empleo e interpretación del valor del estimador corregido, se necesita utilizar información del intervalo de confianza. Así, como los verdaderos valores de eficiencia se encuentran dentro de sus intervalos de confianza, la no-intersección de dos de ellos permitiría afirmar que las empresas tienen distinto



nivel de eficiencia. Ejemplo de esto lo representan las empresas LITORAL y COPELEC; aunque ambas son ineficientes, se podría afirmar que la empresa LITORAL presenta un mayor nivel de eficiencia.

Tabla 5.6: Eficiencia corregida, corrección bootstrap

Empresa	Cód.	Eficiencia $\hat{\theta}$	Eficiencia Corregida $\hat{\theta}^c$	Sesgo	Desv. Estándar	Intervalo confianza a 95% de $\hat{\theta}^c$	
EMELARI	1	0.8313	0.7870	0.0443	0.0431	0.6978	0.9059
ELIQSA	2	1.0000	0.9952	0.0048	0.0085	0.9633	1.0094
ELECDA	3	0.9996	0.9929	0.0067	0.0103	0.9486	1.0133
EMELAT	4	0.8751	0.8329	0.0423	0.0420	0.7367	0.9220
EMEC	5	0.6551	0.6000	0.0550	0.0564	0.5024	0.8800
CHILQUINTA	6	0.5142	0.3348	0.1794	0.1709	0.1098	0.7072
CONAFE	7	1.0000	0.9956	0.0044	0.0090	0.9504	1.0087
EMELCA	8	0.9592	0.9367	0.0224	0.0200	0.8633	0.9840
LITORAL	9	0.5898	0.5471	0.0428	0.0497	0.4591	0.8124
CHILECTRA	10	1.0000	0.9949	0.0051	0.0093	0.9638	1.0101
RIO MAIPO	11	1.0000	0.9951	0.0049	0.0090	0.9619	1.0096
COLINA	12	0.9569	0.9298	0.0271	0.0195	0.8521	0.9864
TILTIL	13	0.5524	0.3944	0.1580	0.2008	0.2016	0.7227
PUENTE ALTO	14	0.8589	0.7730	0.0859	0.0609	0.6334	0.9498
LUZANDES	15	1.0000	0.9949	0.0051	0.0095	0.9550	1.0101
PIRQUE	16	1.0000	0.9948	0.0052	0.0091	0.9481	1.0102
EMELECTRIC	17	0.4583	0.3898	0.0685	0.0960	0.2867	0.8482
CGE	18	1.0000	0.9938	0.0062	0.0101	0.9444	1.0122
COPELAN	21	0.4981	0.4601	0.0380	0.0435	0.3888	0.6542
FRONTEL	22	0.4252	0.4089	0.0163	0.0321	0.3552	0.5911
SAESA	23	0.7016	0.6594	0.0421	0.0679	0.5647	0.9067
EDELAYSEN	24	0.5701	0.4884	0.0817	0.0679	0.3810	0.8249
EDELMAG	25	1.0000	0.9947	0.0053	0.0099	0.9407	1.0104
CODINER	26	0.7177	0.6769	0.0408	0.0444	0.6014	0.8422
ELECOOP	27	0.9861	0.9803	0.0058	0.0121	0.9287	0.9934
EDECSA	28	1.0000	0.9949	0.0051	0.0098	0.9457	1.0100
COOP CURICO	29	0.8196	0.7639	0.0557	0.0517	0.6795	0.8832
EMETAL	30	0.9627	0.9413	0.0214	0.0188	0.8612	0.9865
LUZLINARES	31	0.5514	0.4993	0.0522	0.0495	0.4109	0.7588
LUZPARRAL	32	1.0000	0.9948	0.0052	0.0094	0.9417	1.0102
COPELEC	33	0.3392	0.3095	0.0296	0.0324	0.2188	0.4327
COELCHA	34	0.4750	0.4460	0.0290	0.0421	0.3835	0.8600
SOCOPEPA	35	0.7917	0.7520	0.0396	0.0447	0.6546	0.9139
COOPREL	36	0.6096	0.4900	0.1196	0.1329	0.3371	0.7500
CREO	39	1.0000	0.9954	0.0046	0.0090	0.9574	1.0090

Más adelante, se retoman estas observaciones y comentarios obtenidos de los resultados de eficiencia DEA y corrección bootstrap, los cuales serán comparados y complementados con los encontrados con otra metodología.

#### **5.4 Análisis de frontera estocástica**

En la sección anterior, el estudio de la eficiencia con la metodología DEA ha permitido medir e identificar los factores que integran la ineficiencia en el VAD. La ineficiencia en los costos ha resultado relacionada con un empleo excesivo de insumos, y respecto de la ineficiencia en el costo, se ha obtenido además su cuantía. En esta sección, se va a profundizar en el análisis anterior, y manteniendo un sistema de costos logarítmicos, se van a estudiar los factores que influyen en la eficiencia de las empresas de distribución.

Como ya se adelantó en el capítulo anterior, el estudio de la eficiencia en el VAD mediante fronteras estocásticas se realizará con una estimación en una sola etapa, de corte transversal, especificando la componente de ineficiencia de la frontera en función de las variables que lo determinan.

En el planteamiento de la función de costo las variables determinantes son básicamente las mismas empleadas anteriormente en el modelo de frontera no paramétrica, con la inclusión de variables de precio como el precio del trabajo,  $P_t$ , el cual se define como el cociente del costo de remuneraciones,  $REMUN$ , y el número de trabajadores, es decir:

$$P_t = \frac{REMUN}{NTRAB} \quad (5.3)$$

El precio de capital,  $Pk$ , se representa a través del cociente entre el VNRT y la longitud total de líneas. Este valor actúa claramente como un *proxy* para el precio de capital, de manera que:

$$Pk = \frac{VNRT}{KMT} \quad (5.4)$$

Formalmente, el precio de capital puede obtenerse a través de una versión simplificada de la expresión de costo de capital dada por Jorgenson (1969), es decir,  $Pk(r + \delta)$  donde  $Pk$  es el índice de precio de bienes de inversión el cual es un valor bancario,  $r$  es la tasa de interés y  $\delta$  es el cargo por depreciación.

Como producto resulta la energía vendida, EVEND, el precio del trabajo, REMUN, y la cantidad de capital, a través de la longitud de línea KMT. Junto a estas variables, se ha incluido la variable ENFAC. Con ella se intenta mejorar el estudio de la frontera de costos ya que actúa como un proxy de la operación de cada empresa.

Tabla 5.7: Estadística descriptiva de las variables utilizadas

	Media	Desv. Std.	Mínimo	Máximo
VADT	139.1	73.0	40.3	378.1
EVEND (GWH)	464.5	1206	1.8	6783.7
KMT	2264	2975	18	10547
ENFAC (GWH)	34.1	89.6	0.1	507.8
REMUN (M\$)	965.6	1677.2	28.6	8354.7
Pt	6011	3842	1146	18624
Pk	10887	9504	3051	53803

Para explicar los factores determinantes de la eficiencia en el VAD, se ha empleado un modelo basado en el enfoque clásico [Aigner, Lovell y Schmidt, 1977], que se analizó previamente en el capítulo 3. Para la estimación

de la frontera paramétrica, se ha asumido que adopta la forma de una función de producción Cobb-Douglas<sup>10</sup>, es decir:

$$y_i = \beta_0 \prod_{j=1}^n x_{ij}^{\beta_j} \exp(\mu_i + \nu_i) \quad (5.5)$$

Aplicando logaritmos:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_i \ln(x_i) + u_i + \nu_i \quad i = 1, L, n \quad (5.6)$$

Donde  $y_i$  es la salida de la empresa  $i$ -ésima y  $x_i$  es un vector de cantidades de entrada. La componente que refleja la ineficiencia del VAD en la frontera es la variable aleatoria no negativa  $u_i$  y el término de perturbación es  $\nu_i$ , el cual da cuenta del efecto en las variables de salida del error de medida y errores aleatorios no observados.

En línea con la practica común, el término aleatorio  $\nu_i$  se distribuye independiente entre las empresas según una normal de media cero y varianza  $\sigma_\nu^2$ ,  $N(0, \sigma_\nu^2)$ . De esta forma, el término de ineficiencia en el VAD,  $u_i$  sigue una media normal no negativa, cuya media depende de las variables que explican la ineficiencia,  $N^+(m_u, \sigma_u^2)$ .

Teniendo en cuenta las variables consideradas en la aplicación, la función a estimar es la siguiente:

---

<sup>10</sup> Dada la característica de los datos, los coeficientes obtenidos del empleo de una función translogarítmica no resultan significativos.

$$\ln(VADT) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Pt) + \beta_2 \ln(Pk) + \beta_3 \ln(EVEND) + \beta_4 \ln(KMT) + u + v \quad (5.7)$$

$$m_u = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(KMbt/KMat) + \alpha_2 \ln(KWbt/KWat)$$

Donde  $m_u$  es la especificación lineal de la ineficiencia técnica. La estimación por máxima verosimilitud, con desviaciones respecto a la media del modelo, se obtuvo empleando el software Stata [STATA/SE 8.0]. Por conveniencia computacional, este software emplea, entre otras, una parametrización alternativa como la que se muestra en la ecuación (3.16) sugerida por [Aigner, Lovell y Schmidt, 1977], a saber  $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$  y  $\lambda = \sigma_u^2 / \sigma_v^2$ . Los parámetros de primer orden representativos de la frontera aparecen en el Tabla 5.8.

Tabla 5.8: Fronteras paramétricas estimadas

Variable	Parám.	Mínimos cuadrados			Frontera paramétrica estocástica		
		Coficiente(d)	DevStd	t-Estd.	Coficiente(d)	DevStd	t-Estd.
Constante	$\beta_0$	7.38108**	0.77099	9.57	7.59802**	0.73787	10.30
LnPt	$\beta_1$	-0.10209*	0.07021	-1.45	-0.09649*	0.06582	-1.47
LnPk	$\beta_2$	-0.18533*	0.11486	-1.61	-0.16871*	0.11130	-1.52
Ln(EVEND)	$\beta_3$	-0.20179**	0.07113	-2.84	-0.24371**	0.07110	-3.43
Ln(KMT)	$\beta_4$	0.29592**	0.08456	3.50	0.34952**	0.08350	4.19
Constante	$\alpha_0$	-	-	-	-3.38378**	0.89685	-3.77
Ln(KMbt/KWat)	$\alpha_1$	-	-	-	1.07337**	0.20972	5.12
Ln(KWbt/KWat)	$\alpha_2$	-	-	-	-0.68274	0.76860	-0.89

(d) \*\*, \* : significancia a 0.1%, y 10%

La Tabla 5.8 muestra los resultados de la estimación, en la cual se incluye los coeficientes obtenidos al emplear técnica de mínimos cuadrados. Estos coeficientes son una estimación lineal de la función de costo y no

permite ninguna predicción de eficiencia, estos coeficientes se incluyen acá con el único propósito de compararlos con los coeficientes del modelo de frontera estocástica. En el modelo de frontera estocástica, la estimación consideró una distribución media-normal para el término de ineficiencia.

En general, los parámetros de la frontera son altamente significativos, excepto los asociados a la variable  $\ln Pt$  y  $\ln Pk$ , que resulta menos significativo en el modelo en estudio. También se observa que la estimación lineal de la ineficiencia presenta una alta significancia con el cociente asociado a los kilómetros de línea.

Empleando la estimación de la frontera para el VAD, se puede calcular la eficiencia en el costo para cada empresa. Estos indicadores de eficiencia se interpretan como el cociente entre el costo actual al costo eficiente, ecuación 3.15. La Tabla 5.9 muestra estos resultados.

Tabla 5.9: Estimación de la eficiencia, método estocástico

Empresa	Eficiencia	Empresa	Eficiencia
EMELARI	1.1651	COPELAN	1.3842
ELIQA	1.0529	FRONTEL	1.4532
ELECDA	1.0542	SAESA	1.2551
EMELAT	1.1475	EDELAYSAN	1.3477
EMEC	1.3009	EDELMAG	1.0418
CHILQUINTA	1.4045	CODINER	1.3251
CONAFE	1.0517	ELECOOP	1.0882
EMELCA	1.1106	EDECSA	1.1618
LITORAL	1.4059	COOP CURICO	1.1383
CHILECTRA	1.0845	EMETAL	1.0920
RIO MAIPO	1.0417	LUZLINARES	1.3611
COLINA	1.1287	LUZPARRAL	1.0929
TILTIL	1.3876	COPELEC	1.5277
PUENTE ALTO	1.1630	COELCHA	1.3890
LUZANDES	1.1472	SOCOEPA	1.2778
PIRQUE	1.0349	COOPREL	1.4514
EMELECTRIC	1.4268	CREO	1.0643
CGE	1.0404		

Por otra parte, como los parámetros del modelo se obtienen como desviaciones respecto de la media, éstos resultan representativos de las respectivas elasticidades de la función de costo. De esta manera, el análisis de la función estimada para la frontera del VAD permite estudiar las propiedades del proceso productivo, por tratarse de una frontera de costos eficiente donde los parámetros resultan representativos de las respectivas elasticidades de la función de costo, para la empresa media. A continuación se estudia en mayor detalle estas propiedades.

#### 5.4.1 Rendimientos a escala

La eficiencia a escala para funciones de costo total se calcula por lo general de acuerdo a lo indicado por Panzar y Willig (1981), quienes introdujeron el concepto de Economías de Escala Parcial (EEP). La EEP se calcula como la inversa de la suma de todas las derivadas parciales logarítmica del costo total en lo que concierne a cada salida relevante, menos uno. De acuerdo al modelo especificado, la eficiencia a escala mide la reacción en los costos frente a un incremento proporcionalmente igual en la salida, como aumento de la energía vendida, aumento del área de servicio, es decir, variación que es equivalente a una expansión de las variables de salida. Sin embargo, es de considerar que estas medidas de economías parciales a escala podrían no ser tan relevantes dentro de las funciones de costo, ya que dividen su efecto entre varias salidas. De esta manera, la eficiencia a escala –que mide el efecto total de la expansión de las ventas de energía, manteniendo KMT y CLTS constantes– puede obtenerse de las elasticidades de la función de costo promedio, mediante  $EEP + 1$ , es decir:

$$EE = \frac{1}{1 + \frac{\partial \ln VAD}{\partial \ln EVEND} \frac{\ln EVEND}{\ln VAD}} \quad (5.8)$$

Los resultados encontrados indican la presencia de rendimientos crecientes a escala para el grupo de empresas de distribución, Tabla 5.10. El rendimiento a escala, evaluado mediante Stata luego de conocido el modelo, resulta similar al obtenido por la función de mínimos cuadrados. Muchas de las empresas de la muestra son, por tanto, demasiado pequeñas y no han alcanzado una eficiencia a escala mínima.

Tabla 5.10: Eficiencia a escala

	Mínimos Cuadrados	Modelo estocástico (media-normal)
Rendimientos a escala	1.121	1.159

## 5.5 Comparación de resultados de eficiencia en el VAD

Los resultados de eficiencia en el VAD, encontrados mediante la metodología DEA y corrección bootstrap y con la eficiencia paramétrica estocástica, se muestran en la Tabla 5.11. Para estos resultados, la tabla muestra además la distribución de frecuencia y la estadística descriptiva básica.

Las diferencias son principalmente debido a las características de la metodología usada. DEA designa como ineficiencia cualquier desviación de la frontera, mientras que la metodología de frontera estocástica discrimina si esta desviación ha sido causada por la ineficiencia o por una perturbación arbitraria, lo cual explica los mayores resultados de ineficiencia en DEA.

El nivel de eficiencia en el VAD que resulta de la frontera paramétrica estocástica presenta un coeficiente de correlación de Pearson con la eficiencia obtenida con la metodología DEA bootstrap de 0,904, siendo el coeficiente significativo al 1%. Por lo tanto, podemos concluir que para efecto del grupo de empresas, los dos tipos de análisis ofrecen resultados similares.



Tabla 5.11: Niveles de eficiencia encontrada para el VAD

Eficiencia en el VAD	DEA		DEA-Bootstrap		AFE	
	Nro. Obs	%	Nro. Obs	%	Nro. Obs	%
0 – 0.55	6	17.1	11	31.4	3	8.6
0.55 – 0.75	8	22.9	3	8.6	12	34.3
0.75 – 0.80	1	2.9	4	11.4	0	0.0
0.80 – 0.85	2	5.7	1	2.9	3	8.6
0.85 – 0.90	2	5.7	0	0.0	5	14.3
0.90 – 0.95	0	0.0	3	8.6	8	22.8
0.95 – 1	16	45.7	13	37.1	4	11.4
Media	0.7914		0.7525		0.7829	
Desviación Estándar	0.2197		0.2471		0.1543	
Mínimo	0.3392		0.3095		0.4723	
Máximo	1.0000		0.9956		0.9651	

La figura 5.1 muestra el comportamiento de estos resultados de eficiencia respecto a cada una de las empresas, que se han ordenado de acuerdo a la eficiencia DEA de manera ascendente.

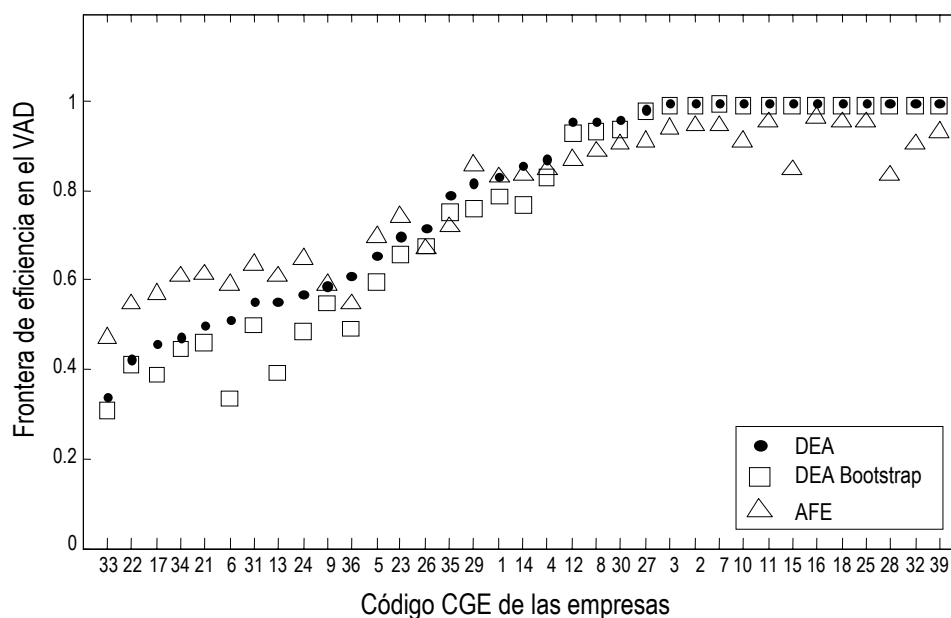


Figura 5.1: Eficiencia en el VAD con distintos modelos de frontera

Según la regulación Chilena, tanto el regulador como las empresas realizan estudios tarifarios para calcular el VAD. Estos resultados, obtenido en el proceso regulatorio del año 2000, se muestran en la figura 5.2, junto a los resultados del VAD eficiente encontrado con los métodos de frontera antes descritos.

En la figura 5.2, todos los valores se expresan en porcentaje del VAD real, tomado éste como aquel que resulta de la ecuación (5.2) y de los datos de las empresas. De esta manera, la frontera de eficiencia en el VAD se hace coincidir con el valor 100%. A su vez, este valor representa el límite máximo de eficiencia para los modelos DEA-bootstrap y AFE, por tanto, cualquier empresa que presente un valor del VAD por debajo la frontera, se interpreta como ineficiente y de acuerdo al modelo, se podría reducir si se emplearan eficientemente los recursos.

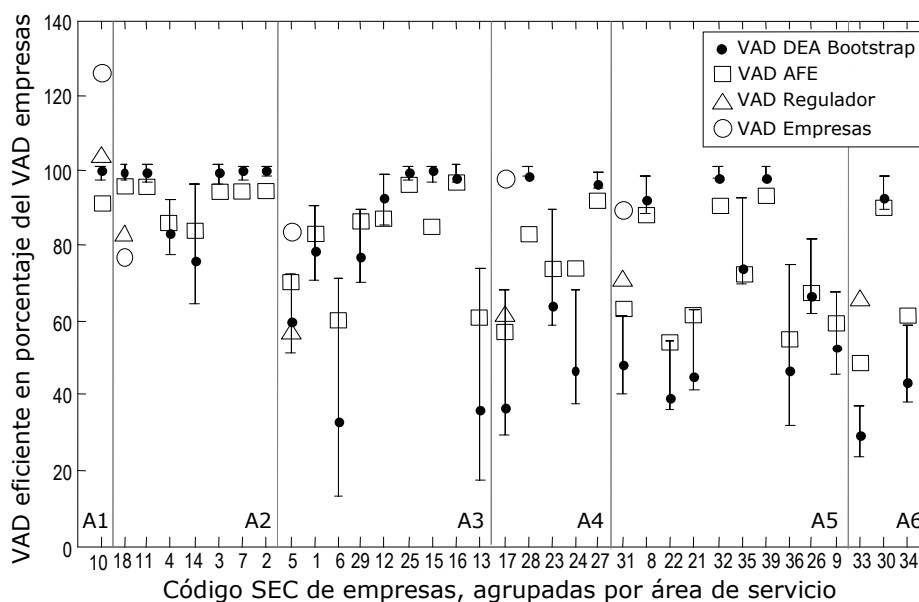


Figura 5.2: Eficiencia en el VAD, para todos los modelos

Comparando los resultados de este trabajo con los obtenidos en el proceso regulatorio, figura 5.2, se observa que el regulador ha realizado cálculos del VAD que para los casos de las áreas 1, 3 y 4 están cerca del valor corregido de eficiencia (DEA bootstrap), o bien están dentro de su intervalo de confianza. Hay tres casos que escapan a esta situación, son los resultados de las áreas 2, 5 y 6, donde, de acuerdo a los resultados, el regulador ha infravalorado el valor eficiente del VAD en el área 2 y lo ha sobrevalorado en el de las áreas 5 y 6.

Por otra parte, considerando los resultados obtenidos por las empresas, se observa que éstas sobrevaloran el VAD, aunque es un caso extraño el que ocurre en el área 2, donde incluso las empresas obtienen resultados inferiores al propuesto por el regulador. No se muestran resultados para el área 6, puesto que las empresas no realizaron un estudio independiente.

Finalmente, también según la regulación vigente, el VAD final para cada área se calcula como un promedio ponderado del obtenido por el regulador y el obtenido por las empresas, con ponderaciones de  $2/3$  y  $1/3$  respectivamente. Cualquier valor fijado que resulta por sobre el corregido o en la frontera, favorece a las empresas más eficientes. Este es el caso de las empresas 25, 15 y 16 del área 3, para las que el promedio ponderado del VAD las situaría con un VAD por sobre el real. De esta manera, con las tarifas que resultarían del VAD ponderado y de mantener sus eficiencias, se podría esperar que obtuviesen rentabilidad positiva para el período. En el otro extremo están las empresas 6 y 13 de la misma área, que si bien el promedio ponderado quedaría por sobre el VAD corregido, éste se situaría por debajo del VAD real, de manera que con las tarifas que resultan del VAD ponderado y de mantenerse su ineficiencia, se esperaría que estas empresas obtengan pérdidas, lo cual es un claro incentivo para mejorar su eficiencia, que les permita alcanzar rentabilidad positiva.

En el mismo sentido, se observa que el promedio ponderado que resultaría para el grupo de empresas del área 2 está por debajo del considerado eficiente por el modelo propuesto. Esta infravaloración del VAD se puede ver como exigencia desmedida para todo el grupo de empresas en el área. Esta diferencia puede deberse a una sobre valoración de alguna información proporcionada por la empresa de referencia, la cual pudo haber sido detectada y corregida en estos estudios. Estas modificaciones no están reflejadas por los datos utilizados para nuestro análisis.

## **5.6 Rentabilidad de las empresas**

La ley no define el método de cálculo de las tarifas<sup>11</sup>, existiendo únicamente criterios generales para su obtención. Las tarifas deben fijarse para permitir que todas las empresas en su conjunto alcancen una rentabilidad de entre 6% a 14%, fijándose un procedimiento de chequeo y ajuste en caso que las tarifas calculadas a partir del VAD no cumplan con esta condición.

El ajuste del VAD corresponde a un chequeo de rentabilidad el cual permite la sustentabilidad de la actividad, ver Anexo D. Este ajuste del VAD es equivalente a desplazar la frontera de eficiencia en dirección del VAD promedio, en concordancia con los resultados que podrían encontrarse con funciones de costos promedio, [Filippini y Wild, 2000], [Pollitt, 1995]. Esta situación de desplazamiento del VAD en la dirección del VAD promedio se representa esquematizada en el diagrama de la figura 5.3.

---

<sup>11</sup> Las tarifas que se deben establecer son tantas como empresas y sectores de distribución de cada empresa se hayan definido. Los sectores de distribución se definen como “áreas territoriales en las cuales los precios máximos de distribución a usuarios finales son los mismos”, (artículo 150, letra n.).

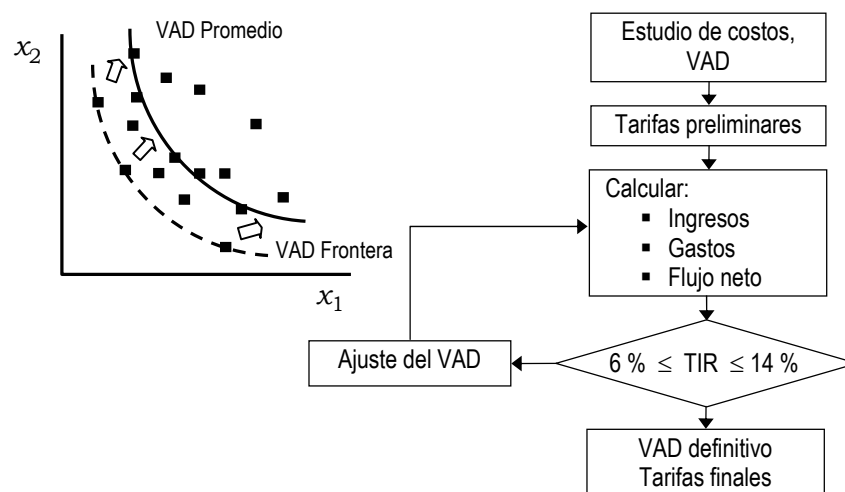


Figura 5.3: Diagrama para el chequeo de rentabilidad

Desplazando la frontera del VAD, resultados bootstrap, en la dirección del VAD promedio, hasta cumplir la restricción de rentabilidad para el grupo de empresas, se obtienen los siguientes resultados aproximados de rentabilidad para el grupo de empresas se muestra en Tabla 5.12.

Tabla 5.12 Resumen estadístico de la rentabilidad grupo de empresas

	Media	Desv. Std.	Mínimo	Máximo
Grupo de empresas	12.88	6.88	0.88	23.79

Con esto se confirma una rentabilidad promedio aceptable para el grupo de empresas.

## **VI. CONCLUSIONES**

Esta tesis se inserta en el esfuerzo que se está desarrollando en regulación, para consolidar un procedimiento teórico y metodológico de evaluación de la eficiencia de las empresas de distribución. Utiliza criterios clásicos de teoría de la organización en la evaluación institucional de las empresas de distribución, reconceptuándolos y adaptándolos a las especificaciones y características de las actividades de estas instituciones.

En el marco regulatorio por empresa eficiente, la carencia de procedimientos cuantitativos de evaluación adecuados para la especificación y caracterización de la empresa eficiente, empleada como benchmark para las empresas de distribución, motiva el siguiente problema.

La pregunta clave es:

- ¿Cómo evaluar el desempeño de las empresas de distribución, definido a través del Valor Agregado de Distribución, haciendo uso de procedimientos y criterios que contemplen los variados factores que caracterizan la actividad de distribución, sus interrelaciones y que identifiquen las acciones correctivas para el aumento de la productividad de las empresas?

En el intento de contribuir a un acercamiento a la solución de ese problema. La metodología propuesta satisface los principios y características de evaluación de eficiencia institucional más aceptados por la comunidad científica e identifica estrategias y acciones destinadas a obtener mejoras en el quehacer institucional de las empresas de distribución.

La metodología considera conjuntamente los múltiples aspectos del quehacer de las empresas de distribución y contempla los factores que caracterizan la diversidad de sus objetivos y planes de inversión.

Esta tesis presenta una metodología para la determinación del valor agregado de distribución, de grupos de empresas distribuidoras que se encuentran sometidas a un esquema regulatorio vía empresa eficiente, que formula, desarrolla y utiliza técnicas de frontera para la obtención de indicadores de la eficiencia productiva. La metodología desarrollada es conceptualmente clara, técnicamente correcta, operacionalmente aplicable y contempla simultáneamente los factores determinantes del quehacer de las empresas y sus interrelaciones. Además, es consistente con los criterios empleados en el esquema regulatorio por empresa eficiente y es coherente con las técnicas modernas de análisis de eficiencia comparativa.

Con los indicadores propuestos es posible:

- Identificar las empresas más eficientes en el desarrollo de su objetivo en función de sus costos.
- Identificar las relaciones entre insumos y productos que caracterizan la frontera de eficiencia y las empresas que la definen;
- Medir la ineficiencia de las restantes empresas en relación a su distancia respecto a la frontera de eficiencia;
- Identificar estrategias y acciones que permitan lograr un aumento de la productividad de las empresas consideradas como ineficientes.

### **6.1 Aplicación de la metodología**

En Chile como en los otros países latinoamericanos, que utilizan como marco regulatorio la empresa eficiente, no existen antecedentes de la utilización de metodologías de fronteras para la determinación de eficiencia en el valor agregado de distribución. Sin embargo, en relación con estudios

internacionales generales de determinación de eficiencia en el sector eléctrico, la tesis presenta las siguientes innovaciones:

La primera innovación consiste en considerar que los resultados obtenidos de la metodología DEA son sólo una estimación puntual de eficiencia para el VAD y carentes de propiedades estadísticas al estar basadas en la programación matemática, por tanto, en la comparación entre empresas no es posible saber si la diferencia se debe exclusivamente a errores de formulación o errores en los datos. La explicación de la distribución de los resultados de eficiencia DEA se lleva a cabo comúnmente empleando análisis de regresión [Pollit, 1995], [IPART, 1999]. Sin embargo, como se asevera en [Xue M. y Harper P. 1999], serios problemas existen con este procedimiento ya que en él se viola el supuesto básico de independencia de las variables requerido por el análisis de regresión. Para corregir esto, la tesis analiza la sensibilidad de tales eficiencias a partir de estimadores bootstrap, método desarrollado recientemente en la literatura para aproximar la distribución del estimador DEA. Del método bootstrap se obtienen intervalos de confianza para el verdadero valor del VAD eficiente que permite matizar estadísticamente las comparaciones.

La segunda novedad es el contraste metodológico de los resultados. Como un intento de comprobar la robustez de la metodología desarrollada para el estudio de eficiencia en el VAD, se complementó el análisis con el empleo de un procedimiento de estimación estocástica. Este procedimiento se efectuó básicamente para generar estimaciones consistentes. La solución propuesta en esta tesis, no empleada anteriormente en ningún otro estudio sobre eficiencia en el VAD de las empresas de distribución en Chile, consiste en analizar conjuntamente ambas metodologías.



## **6.2 Los objetivos de la tesis**

La metodología de evaluación de la eficiencia productiva de las empresas de distribución determina indicadores cuantitativos.

La metodología mediante el uso del Análisis de Componentes Principales, identifica las variables más importantes que caracterizan la actividad de distribución y a través del Análisis Envolvente de Datos, garantiza la consistencia con los criterios empleados en el esquema regulatorio por empresa eficiente y la coherencia con las técnicas modernas de análisis de eficiencia comparativa.

El Análisis Envolvente de Datos, permite la identificación de indicadores de eficiencia conceptualmente claros, técnicamente correctos y operacionalmente aplicables para la cuantificación de eficiencia en el VAD. Las propiedades de estos indicadores se analizan y matizan estadísticamente mediante la aplicación de un estimador bootstrap, que define sus intervalos de confianza.

El valor del indicador de eficiencia clasifica cada empresa como eficiente o ineficiente y permite estimar el crecimiento potencial de productividad en los resultados de cada institución ineficiente. La medida de esa expansión determina, para cada institución ineficiente, una referencia de operación eficiente (grupo de referencia eficiente), de productividad mayor que la actual, posibilitando así la identificación de estrategias y acciones administrativas que, orientadas por esa referencia identificada, conducen a un aumento de la productividad.

El Análisis Envolvente de Datos proporciona dos tipos de información para juzgar la viabilidad y adecuación de la referencia eficiente identificada para una empresa específica:

- El conjunto de empresas eficientes de referencia, que determinan la frontera de eficiencia sobre la cual se proyecta la operación ejecutada por la empresas bajo evaluación;
- El conjunto de ponderadores o tasas de sustitución óptimas entre los insumos y entre los productos, que expresan relaciones de valor entre las variables y caracteriza la frontera de eficiencia.

La referencia eficiente identificada es viable cuando las tasas de sustitución óptimas son adecuadas y deseables para la empresa bajo evaluación, reflejando de esta manera una referencia de operación alternativa.

### **6.3 Conclusiones relativas a las empresas de distribución chilenas**

Se aplicó el procedimiento a 35 empresas de distribución que operan en el mercado eléctrico en Chile, obteniendo las siguientes conclusiones:

Se confirma la presencia de ineficiencia en las empresas de distribución chilenas. El análisis de datos deja en evidencia que hay empresas de distribución que hacen uso excesivo de recursos, combinándolos en proporciones inadecuadas.

Este comportamiento tiene una repercusión directa sobre los costos de operación, los que por intermedio del VAD afectan directamente los precios que el regulador fija como remuneraciones para el sector. Si bien la eficiencia promedio obtenida para el grupo de empresas, 79,1%, bordea el límite inferior de eficiencia de los estudios internacionales, considerado de 80% [Pahwa et al. 2003], hay un porcentaje importante de empresas, 34,2%, que presenta claras deficiencias y hay un porcentaje, no menos importante, de 8,6% que estando con ineficiencia bajo este promedio mínimo, podrían en un mediano plazo

mejorar este comportamiento ineficiente en el desarrollo de su actividad económica.

Los resultados dejan en evidencia que la ineficiencia se produce en mayor medida en las empresas de menor tamaño, situación que para propósito del benchmark, reafirma la separación de las empresas en áreas de servicio.

La adopción de la metodología DEA en el proceso de regulación por empresa eficiente proporciona una mayor transparencia en el cálculo del VAD. El empleo de información de todas las empresas crea el interés natural por parte de las empresas de transparentar su información y conocer la información de las restantes empresas, ya que estos datos afectarán directamente sus objetivos. Desde el punto de vista del regulador, la relación con las empresas se debe hacer más fluida, minimizando la existente asimetría de información.

Por otra parte, con el uso de DEA se obtiene una mejor identificación de la eficiencia necesaria para la comparación entre las empresas de distribución. El hecho de efectuar periódicamente estudios de este tipo es idóneo para identificar las empresas que necesiten cambios en gestión y facilitar la labor de trasladar las inversiones hacia donde fuesen empleadas de modo más eficiente.

## **6.4 Limitaciones y recomendaciones**

### **Limitaciones en cuanto a la aplicación**

En la aplicación presentada, la metodología fue limitada por la reducida cantidad de datos existentes. Es de considerar que la información en su total detalle, sólo estuvo disponible para las empresas consideradas como de referencia en el proceso regulatorio año 2000.

Los datos recopilados constituyen lo esencial para la determinación de eficiencia en el VAD. Sin embargo, para una mayor globalidad y con fines de proporcionar mayor información en la determinación de tarifas de distribución, es apropiado contar con una mayor cantidad de datos, cubriendo además otros aspectos como: separación del tipo de consumo, rural o urbano; cantidad de transformadores o KVA de cada empresa; dimensionamiento y características del área de servicio; mayor detalle del tipo de red, aérea o subterránea; calidad de servicio, etc. Información que es ampliamente utilizada en los estudios citados, como se revisa en la tesis.

Otro aspecto importante, observado y considerado como limitación relativa a la aplicación, es el caso de Chilectra. Como se concluye en el análisis de datos, Chilectra es visto como un "outlier", es decir, no existe en la muestra otra empresa con similares características, resultando ser ella misma su referente de eficiencia. Lo mismo se puede decir de las empresas que están en la frontera, ellas son su propia referente de eficiencia.

Como una manera de considerar la presencia de estos "outlier", y evitar que las empresas en estudio sean su propia referente de eficiencia, es preciso incluir nuevas empresas en la base de datos, éstas pueden ser de otra nacionalidad, consiguiendo con esto un carácter internacional al estudio, aunque claro, esta situación no está permitida en la actual Ley<sup>12</sup>. Sin embargo, la inclusión de nuevas empresas puede ser algo no tan fácil de realizar, ya que la nueva empresa debe ser homologada por ambas partes, regulador-empresas, situación que no tan sólo requiere visualizar características similares de entrada salida, sino también, el tipo de servicio y entorno en el cual éstas se desenvuelven, lo cual en la práctica no parece ser algo sencillo de realizar.

---

<sup>12</sup> En términos generales, en las Bases Técnicas se define a la empresa modelo como una empresa nueva que se desarrolla en el mismo territorio operacional de la empresa real de referencia, que está sujeta a las restricciones geográficas, demográficas y tecnológicas, así como al marco legal e institucional relativo a dicha empresa.

### **Limitaciones de la metodología**

En lo que respecta a la determinación de eficiencia, DEA determina la ineficiencia de las empresas sólo con la información de un reducido número de empresas, las empresas eficientes, aquellas que definen la frontera de eficiencia. Esta es una gran limitante de DEA, ampliamente reconocida, pero que a su favor tiene el hecho que es la mejor práctica posible de definir de manera empírica para el grupo de empresas.

La evaluación de la eficiencia en el VAD es determinista. Si bien con la metodología bootstrap fue posible definir un intervalo de confianza para las estimaciones, no es posible establecer hipótesis acerca del comportamiento probabilístico de las variables, lo que impide una inferencia estadística sobre el desempeño futuro de la institución evaluada.

La metodología desarrollada no detecta ineficiencia del grupo de empresas. Las medidas de ineficiencias se refieren a cada institución y son relativas a la optimización del desempeño observado para el propio grupo de empresas. Es evidente que un aumento de productividad en una institución específica induzca a un aumento de productividad del sector como un todo. Sin embargo, con los datos disponibles, no es posible utilizar DEA en la evaluación de la eficiencia productiva de todo el sector eléctrico de distribución.

### **Desarrollo futuro**

La identificación de la empresa de referencia se realizó con la reducción proporcional del vector de insumos de las empresas ineficientes, como una proyección sobre la frontera de eficiencia. Este movimiento radial hacia la frontera mantiene las proporciones con los resultados que fueron producidos y respeta las características y especificaciones de las instituciones

que están expresadas en esas proporciones. Sin embargo, desde el punto de vista de la eficiencia productiva, existen otras alternativas que podrían haber sido escogidas, en la sección 3.4.3 se revisan algunas de éstas. La selección de la opción metodología de reducción proporcional obedece al intento de respetar los principios de equidad de las empresas. La posibilidad de utilizar otros tipos de proyección, considerando los objetivos e intereses de las empresas, debe ser explotada en futuras investigaciones.

La posibilidad de introducir información externa en el modelamiento DEA, a través de pesos relativos entre las variables e indicadores de evaluación, puede ser utilizada en el tratamiento de información con propósito de considerar, de manera más exhaustiva, los planes y objetivos que pueden imponerse a las empresas.

Por último, el modelo desarrollado es de tipo estático, o de corte transversal. La posibilidad de que se disponga de la información de las empresas para el nuevo proceso regulatorio, permitiría un análisis dinámico de los datos, o un análisis de panel con la metodología AFE. Esta posibilidad representa una gran ventaja frente a la metodología propuesta y a la actualmente vigente, en las cuales la información histórica de eficiencia no está considerada. La posibilidad de mantener un registro temporal con la evolución de la frontera de eficiencia, permitiría al regulador observar las acciones tomadas por las empresas en virtud de los incentivos que él entregue.

**BIBLIOGRAFÍA**

AIGNER D.J., LOVELL C.A.K y SCHMIDT P.J. (1977): Formulation and estimation of stochastic frontier production functions models, *Journal of Econometrics* 6: pp 21-37.

ALI A.I. y SEIFORD L.M. (1993): The mathematical programming approach to efficiency analysis, in: H.O. Fried, C.A.K. Lovell, S.S. Schmidt (Eds), *The Measurement of Productive Efficiency*, Oxford University Press, S. 120-159.

ANDERSEN P. y PETERSEN N.C. (1993): A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 39(10):1261-1264.

ARNOLD V., BARDHAN W., COOPER W. y KUMBHAKAR S. (1996): New uses of DEA and statistical regressions for efficiency evaluation and estimation - with an illustrative application to public secondary schools in Texas, *Annals of Operations Research*, 66, 255- 278.

BANKER R.D., CHARNES A. y COOPER W.W. (1984): Some models for estimating technical and scale efficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30, 1078-1092.

BANKER R.D. (1984): Estimating most productive scale size using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 17, 35-44.

BANKER R.D. y MOREY R.C. (1986): Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs, *Operations Research*, Vol. 34, No. 4, July-August 1986, 513-521.

BANKER R.D. y THRALL R.M. (1992): Estimating of returns to scale using Data Envelopment Analysis, *European Journal of Operational Research*, vol. 62, pp. 74-84.

BARDHAN I., COOPER W. y KUMBHAKAR S. (1998): A Simulation study of joint uses of Data Envelopment Analysis and statistical regressions for production function estimation and efficiency evaluation. *Journal of Productivity Analysis*, 9, 249-278.

BATTESE G.E. y COELLI T.J. (1988): Prediction of firm-level technical efficiencies with a generalized frontier production function and Panel Data, *Journal of Econometrics*, 38: 387-399.

BATTESE G.E. y COELLI T.J. (1992): Frontier production functions, technical efficiency and panel data: With application to paddy farmers in india. *Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.

BATTESE G.E. y COELLI T J. (1993): A Stochastic frontier production function incorporating a model for technical inefficiency effects, Working Paper Papers in Econometrics and Applied Statistics No.69, Department of Econometrics, University of New England.

BAUER P., BERGER A., FERRIER G. y HUMPHREY D. (1998): Consistency conditions for regulatory analysis of financial institutions: A comparison of frontier efficiency methods. *Journal of Economics and Business*, 50, 85-114.

BERSTEIN J.S. (1999): Regulación en el sector de distribución eléctrica, Tesis de Ingeniero Civil Industrial con mención en Electricidad, Pontificia Universidad Católica de Chile.

BOSWORTH D., STONEMAN P. y THANASSOULIS E. (1996): The measurement of comparative total efficiency in the sewerage and water industry: An exploratory study. Report to and commissioned by the Office of Water Service, UK, Octubre.

BURNS P. y WEYMAN-JONES T. (1996): Cost functions and cost efficiency in electricity distribution: A stochastic frontier approach. *Bulletin of Economic Research*, 48,1.



CHARNES A., COOPER W. y RHODES E. (1978): Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.

CHARNES A., COOPER W. y RHODES E. (1979): Short communication: measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 3(4), pp. 339-339.

CHARNES A., COOPER W. y RHODES E. (1981): Evaluating program and managerial efficiency: An application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science*, 27(6):668–697.

CHARNES A., ROUSSEAU J.J. y SEMPLE J.H. (1996): Sensivity and stability of efficiency classifications in Data Envelopment Analysis, *Journal of Productivity Analysis*, 7, 5-18.

CNE (2000): Carta ASEP N° 74/2000

COELLI T. (1996): A guide to FRONTIER Version 4.1: A computer program for stochastic frontier production and cost function estimation, Centre for Efficiency and Productivity Analysis, University of New England.

COELLI T. y PERLEMAN S. (1996): Efficiency measurement, multiple-output technologies and distance functions: with application to European railways, CREPP, Faculty of Economics, University of Liege.

COELLI T., RAO D.S.P., BATTESE G.E. (1998): An introduction to efficiency and productivity analysis, London. Kluwer Academic Publishers.

COELLI T. y PERLEMAN S. (1999): A comparison of parametric and non-parametric distance functions: With application to European railways, *European Journal of Operational Research*, 117, 326-339.

COELLI T., PERLEMAN S. y ROMANO E. (1999): Accounting for environmental influences in stochastic frontier models: with application to international airlines, *Journal of Productivity Analysis*, 11, 251-273.

COMMES G.A., STOFT S., GREENE N. y HILL L.J. (1995): Performance-based ratemaking for electric utilities: review of plans and analysis of economic and resource planning issues, Volume I, Oak Ridge, Ten. Oak Ridge National Laboratory and University of California, Berkeley.

COOPER W.W., LI S., SEIFORD L.M., THRALL R.M. y Zhu J. (2001): Sensitivity and stability analysis in DEA: some recent developments, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 15, 217-246.

CORNWELL C., SCHMIDT P. y SICKLES R. (1990): Production Frontiers with Cross-Sectional and Time Series Variation in Efficiency Levels". *Journal of Econometrics*, Vol. 46, 185-200.

CRAMPES C., DIETTE N. y ESTACHE A. (1997): What could regulators learn from yardstick competition? Lessons for brazil's water and sanitation sector, Mimeo, The World Bank.

CREW M.A. y KLEINDORFER P.R. (1986): *The economics of Public Utility Regulation*. Cambridge, MA: The MIT Press.

CRI (1995): Yardstick competition in UK regulatory processes. Centre for Regulated Industries, The World Bank, Junio.

DEBREAU G. (1951): The coefficient of resource utilization, *Econometrica* 19, 273-292.

DONOSO J. (1999): Metodología regulatoria price cap aplicada a distribución eléctrica, Tesis de Magister en Ciencias de la Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.

DOMAH P. y POLLITT M. (2001): The restructuring and privatisation of electricity distribution and supply businesses in England and Wales: A Social Cost-Benefit Analysis, *Fiscal-Studies*, 22, 107-46.

DTE (2000): Choice of model and availability of data for the efficiency analysis of Dutch network and supply businesses in the electricity sector. Background Report, Netherlands Electricity Regulatory Service, February 2000.

DTE (1999): Netherlands electricity regulatory service, price cap regulation in the electricity sector. Hague, 1999.

EFRON B. y TIBSHIRANI R.J. (1993): *An Introduction to the Bootstrap*, New York: Chapman and Hall.

FÄRE R. y KNOX C.A. (1978): Measuring the technical efficiency of production, *Journal of Economic Theory*: 19, pp 150-162.

FÄRE R. GROSSKOPF S. y LOVELL C.A.K. (1985): *The measurement of efficiency of production*. Kluwer-Nijhoff, Boston, Publishing.

FÄRE R. y HUNSAKER W. (1986): Notion of efficiency and their reference sets. *Management Science*, Vol 32, No 2. Feb.

FARREL M.J. (1957): The measurement of productive efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Paert III*, vol. 120, pp. 253-290.

FILIPPINI M., WILD J. y KUENZLE M. (2001): Scale cost efficiency in the Swiss electricity distribution industry: evidence from a frontier cost approach, Swiss Federal Institutes of technology.

FILIPPINI M. y WILD J. (2000): Regional differences in electricity distribution cost and their consequences for yardstick regulation of access prices. 6th regional Science Association International World Congress 2000, Lugano, Switzerland.

FRIED H., SCHMIDT S. y YAISAWARNG S. (1995): Incorporating the operating environment into a measure of technical efficiency. Mimeo, Union College, Schenectady.

GALETOVIC A., BUSTOS A. (2002): Regulación por empresa eficiente: ¿quién es realmente usted?, Estudios Públicos 86, 145-182

GALETOVIC A., SANHUEZA R. (2002): Regulación de servicios públicos. ¿Hacia dónde debemos ir?, Estudios Públicos 85, 101-137

GÓMEZ T. (1999): Incentive regulation for distribution companies under electricity competition. Lawrence Berkeley National Laboratory, LBNL Internal Report.

GÓMEZ T. (1999): Regulación de la distribución de energía eléctrica en un marco de competencia. Esquemas Basados en Incentivos. 6ª Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica. Lisboa, Portugal. 7-9 Julio.

GOTO M. y TSUTSUI M. (1998): Comparison of productive and cost efficiencies among Japanese and U.S. electric utilities, Omega, 26, 177-194.

GREENE W. (1990): A gamma-distributed stochastic frontier model. Journal of Econometrics, 46, 141-164.

GREENE W. (1993): The econometric approach to efficiency analysis, in H.O. Fried, C.A.K. Lovell, and S.S. Schmidt, eds., The Measurement of Productive Efficiency (New York: Oxford University Press).

GREEN R. y RODRIGUEZ PARDINA M. (1999): Resetting price controls for privatized utilities. A manual for regulators. EDI Development Studies, Economic Development Institute, The World Bank, Washington D.C.

GRIFELL-TATJÉ E. y LOVELL C.A.K. (2000): The Managers versus the Consultants. Mimeo.

GTD CONSULTORES (2002): Estudio de formulas tarifarias aplicadas a suministro de energía eléctrica sujetos a fijación de precios máximos al nivel de distribución, Proceso fijación año 2000, cuatrienio 2000-2004, Santiago, Chile, Marzo.

GUILKEY D., LOVELL C.A.K. y SICKLES R. (1983): A Comparison of the performance of three flexible functional forms. *International Economics Review*, 24 (3), Octubre, 591-616.

HALL G.L. (2000): Electricity pricing and regulatory practice in a competitive environment, Workshop Paper No. 2: Analysis of Alternative Ratemaking Methodologies. Manila. Prepared by Hagler Bailly Services, Inc. for Asian Development Bank and the Philippines Energy Regulatory Board and Department of Energy.

HATTORI T. (2001): Relative performance of U.S. and Japanese electricity distribution: an application of stochastic frontier analysis, CRIEPI Working Paper, No.Y01914, Central Research Institute of Electric Power Industry.

HATTORI T. (2002): Regulatory reform of the electricity industry in Japan: an overview of the process, in Berg, S., M.G. Pollitt, and M. Tsuji (eds.) *Private Initiative in Infrastructure*, Edward Elgar, forthcoming.

HOTELLING H. (1933): Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, 24:417-441,498-520.

HILL L. (1995): A primer on incentive regulation for electric utilities, Oak Ridge National Laboratory.

HUETTNER D. y LANDON J. (1977): Electric utilities: scale economies and diseconomies, *Southern Economic Journal*, 44.

IPART (1999): Efficiency and benchmarking study of the NSW distribution businesses, Research Paper No. 13. Sydney. Commissioned by the Independent Pricing and Regulatory Tribunal of New South Wales - Prepared by London Economics.

ILOG CPLEX Division, 889 Alder Avenue, Incline Village, Nevada. CPLEX Optimizer. <http://www.cplex.com>

JAMASB T. y POLLIT M. (2001a): Benchmarking and regulation of electricity distribution and transmission utilities: lessons from international experience, DAE Working Paper 01/01, Department of Applied Economics, University of Cambridge. <http://www.econ.cam.ac.uk/dae/repec/cam/pdf/wp0101.pdf>

JAMASB T. y POLLITT M. (2001b): Benchmarking and regulation: international electricity experience, Utilities Policy, 9, 107-130.

JAMASB T. y POLLITT M. (2001c): International benchmarking and yardstick regulation: an application to European electricity utilities, DAE Working Paper 01/15, Department of Applied Economics, University of Cambridge.

JONDROW J., LOVELL C.A.K., MATEROV I.S. y SCHMIDT P. (1982): On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model, Journal of Econometrics, 19, 233-238.

JORGENSON D.W. (1963): Capital theory and investment behavior, American Economic Review, Papers and Proceedings, 53, 247-259.

JOSKOW P.J. y SCHMALENSEE R. (1986): Incentive regulation for electric utilities, Yale Journal on Regulation, 4, 1-49.

KITTELSEN S. (1999): Using DEA to regulate Norwegian electricity distribution utilities. Presentación en el 6th European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis, Copenhagen.

KOOPMANS T.C. (1951): An analysis of production as an efficient combination of activities. In: KOOPMANS, T. C., Activity analysis of production and allocation, Cowles Commission for Research in Economics, Monograph n° 13. NY, JWS

KWOKA J. (2001): Distribution Costs: Analysis and Implications for Restructuring, APPA report,

KUMBHAKAR S.C. y LOVELL C.A.K. (2000): Stochastic frontier analysis. Cambridge University Press.

KUMBHAKAR S.C. y HJALMARSSON L. (1998): Relative performance of public and private ownership under yardstick competition, European Economic Review, 42, 97-122.

LEWIN A. y MOREY R. (1981): Measuring the relative efficiency and output potential of public sector organization: an application of Data Envelopment Analysis, Internat. J. Policy Anal. and Information Systems, 5, 267-285.

LÖTHGREN M. (1998): How to bootstrap DEA estimators: a Monte Carlo comparison, Working Paper Series in Economics and Finance, No 223, Stockholm School of Economics, February.

LOVELL y SCMIDT (1993): Production frontiers and productive efficiency, in: O. Harold Fried, C.A.K. Lovelland S.S. Schmidt, eds., The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Application (Oxford University Press) 3-67.

MEEUSEN W. y VAN DEN BROECK J. (1977): Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. Internacional Economic Review, Vol. 18, N° 2, Junio, 435-444.

MINISTERIO DE MINERIA (1982): Chile, Decreto con Fuerza de Ley no 1, 1982.

MINISTERIO DE ECONOMIA (2001): Experiencia regulatoria de una década, balance y propuesta para el futuro., División Desarrollo de Mercados.

MOLINA P., (1998): Tarificación eléctrica chilena a nivel de empresas de distribución, Tesis de Magíster, Pontificia Universidad Católica de Chile.

NAVARRO P. (1996): The Japanese electric utility industry, in Gilbert, R. and E. Kahn (eds.) International Comparisons of Electricity Regulation, Cambridge University Press.

NEUBERG L. (1977): Two issues in the municipal ownership of electric power distribution systems, Bell Journal of Economics, 8.

PAHWA A., FENG X. y LUBKEMAN D. (2003): Performance evaluation of electric distribution utilities based on Data Envelopment Analysis. IEEE PES Transactions on Power Systems, Feb, Vol. 18, n° 1, pp. 400 – 405.

PANZAR J.C. y WILLIG R.D. (1981): Economies of scope, The American Economic Review, Vol.71, n°2. Mai 1981, p. 268-272.

PESTIEU P. y TULKENS H. (1990): Assessing the performance of public sector activities: some recent evidence from the productive efficiency viewpoint. Discussion Paper N°9060.

POLLITT M. (1995): Ownership and performance in electric utilities, Oxford University Press, Oxford.

RECORDON E. y RUDNICK H. (2002): Distribution access pricing: application of the OFTEL rule to a yardstick competition scheme, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, November, pp. 1001-1007.

RICHMOND J. (1974): Estimating the efficiency of production, International Economic Review: 15, pp 515-521.



RODRIGUEZ PARDINA M., ROSSI M. y RUZZIER C. (1999): Consistency conditions: efficiency measures for the electricity distribution sector in south america. CEER Working Paper N°5, Mayo.

RUDNICK H. y RAINERI R. (1997): Chilean distribution tariffs: incentive regulation, chapter in book: (De) Regulation and competition: The electric industry in Chile. Ilades-Georgetown University, pp. 223-257.

RUDNICK H. y DONOSO J. (2000): Integration of price cap and yardstick competition schemes in electrical distribution regulation, IEEE PES Transactions on Power Systems, Nov, Vol. 15, Issue 4, pp. 1428 – 1433.

RUDNICK H. y DONOSO J. (2001): Paper discussions and closure, Integration of price cap and yardstick competition schemes in electrical distribution regulation, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 16, N°4, Nov. pp. 939-945.

RUDNICK H., SANHUEZA H., WATTS D., (2003): Discussion of distribution pricing based on yardstick regulation, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 2, pp. 954, May.

SCARSI G.C. (1999): Local electricity distribution in Italy: comparative efficiency analysis and methodological cross-checking, Working Paper 16, Fondazione Erico Mattei.

SCHMIDT P. y SICKLES R. (1984): Production frontiers and panel data. Journal of Business & Economic Statistics, 2, October, 367-374.

SEIFORD L.M., Thrall R.M. (1990): Recent developments in DEA the mathematical programming approach to frontier analysis, Journal of Econometrics, 46, 7-38.

SHEPARD R.W. (1953): Cost and production functions, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

SHEPARD R.W. (1970): Theory of cost and production functions. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

SHEPARD R.W. y FÄRE R. (1976): The law of diminishing returns, *Z. Nationalökonomie*, 34, pp 69-90.

SHLEIFER, A. (1985), A theory of yardstick competition. *Rand Journal of Economics*, Vol. 16, 3, Autumn, 319-327.

SIMAR L. y WILSON P.W. (1998): Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. *Management Science*, 44(1):49-61, January.

SIMAR L. y WILSON, P.W. (2000): A general methodology for bootstrapping in non-parametric frontier models. *Journal of Applied Statistics*, 27(6):779-802.

SIMAR L. y WILSON P.W. (2000): Statistical inference in nonparametric frontier models: The state of the art. *Journal of Productivity Analysis*, 13:49-78, 2000.

STATA/SE 8.0 Stata Corporation, 4905 Lakeway Drive, College Station, TX77845 USA. <http://www.stata.com>

STEVENSON R. (1980): Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation. *Journal of Econometrics*, Vol. 13, 57-66.

STEWART M. (1993): Modeling water costs 1992-93: further research into the impact of operating conditions on company costs. OFWAT Research Paper Number 2, December.

THANASSOULIS E. (2001): Introduction to the theory and application of data envelopment analysis: a foundation text with integrate software, Kluwer Academic Publishers: Massachusetts.

TULKENS H. (1993): On FDH efficiency analysis: some methodological issues an applications to retail banking, courts, and urban transit, *Journal of productive Analysis*, 4, pp. 183-210.

VANDEN EECKAUT P., TULKENS H. y JAMAR M. (1993): Cost efficiency in Belgian municipalities. En Fried, H., Lovell, C. y Schmidt, S. *The Measurement of Productive Efficiency*. Oxford University Press.

XUE M. y HARKER P.T. (1999): Overcoming the inherent dependency of DEA efficiency scores: a bootstrap approach, University of Pennsylvania, working paper.

WEYMAN-JONES T. (1992): Problems of yardstick regulation in electricity distribution, in Bishop, Kay and Mayer. *The regulatory challenge*. Oxford University Press.

WEYMAN-JONES T. (2001): Stochastic non-parametric efficiency measurement and yardstick competition in electricity regulation, Department of Economics, Loughborough University.

YUNOS J. y HAWDON D. (1997): The efficiency of the National Electricity Board in Malaysia: an Intercountry Comparison. *Energy Economics*, 19, 255-269.

**ANEXOS**

## **ANEXO A: FUNCIONES DE PRODUCCIÓN**

Este Anexo tiene como objetivo exponer algunos conceptos básicos de teoría de la producción, necesarios para la formulación de funciones de producción.

Según la teoría microeconómica una función de producción se define como la relación que resume el proceso de transformación de factores en producto. Representa la cantidad máxima de producción que se puede obtener aplicando eficientemente una cantidad dada de factores.

Una función de producción puede representarse matemáticamente como:

$$Q = f(L, K) \tag{A.1}$$

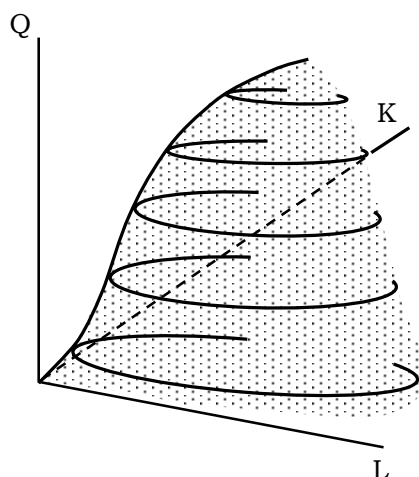
donde  $Q$  representa el nivel de producción,  $L$  y  $K$  representan los insumos que demandan la mano de obra o el trabajo y el capital respectivamente.

Una función de producción se puede representar gráficamente en un plano de dos o tres dimensiones en el espacio de insumos. En este espacio, el conjunto de producción es el conjunto de combinaciones técnicamente factible de producto e insumos,  $L$  y  $K$ .

Estas alternativas de producción para el caso de una función de producción de una salida y dos insumos se presentan en la figura A.1.

Una decisión de producción –selección factible de insumos y producto– es un punto particular que está sobre o dentro de la envoltura. Estará sobre la envoltura si éste es técnicamente eficiente y dentro de la envoltura si éste es técnicamente ineficiente. De manera correcta, la función de

producción  $Q = f(L, K)$  es sólo la superficie (y no el interior) de la envoltura, y por tanto denota el conjunto de los puntos tecnológicamente eficientes del conjunto de producción (es decir para una configuración dada de entradas,  $L$  y



$K$ , la salida  $Q$  es la salida máxima factible).

Figura A.1: Función de producción de un producto y dos insumos

La forma de la envoltura de la función de producción indica que mientras más usamos los insumos, mayor producción se obtiene (al menos hasta algún máximo, cima de la envoltura). Los contornos redondos a lo largo de la envoltura son líneas de iguales cantidades o "isocuantas". La pendiente de la envoltura vista del origen captura la noción de rendimientos a escala.

Una isocuanta particular denota las combinaciones de factores  $L$  y  $K$  que produce la misma cantidad de producto. Como se asume que los insumos  $L$  y  $K$  son continuamente sustituibles, entonces cada punto sobre una isocuanta particular representa una técnica particular factible, o la combinación de insumos, que puede ser usada producir un nivel particular de salida.

La figura A.2 representa sobre el plano  $L$ - $K$  un grupo de isocuantas o líneas de contorno de igual producción.

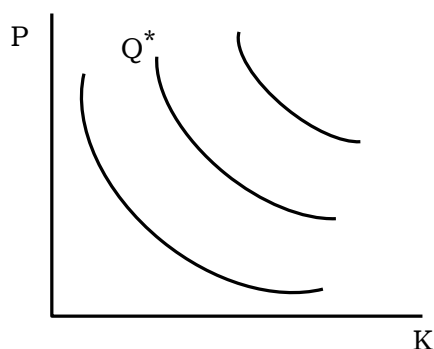


Figura A.2: Isocuantas

En el análisis de isocuantas, se observa que en los procesos de producción que utilizan los recursos en proporciones variables, es posible sustituir un insumo por otro de forma que se puede producir la misma cantidad. Un concepto que representa esta relación es la Tasa Marginal de Sustitución Técnica (TMST), que mide en cuántas unidades se debe reducir el uso de un factor productivo al aumentar en una unidad el otro insumo, de forma que el nivel de producción se mantenga constante.

Para una isocuanta particular  $Q^*$ , la derivada total es:

$$dQ^* = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK \quad (\text{A.2})$$

de manera que:

$$-\frac{dL}{dK} = \frac{\partial Q/\partial K}{\partial Q/\partial L} = \frac{f_K}{f_L} \quad (\text{A.3})$$

Donde  $f_L = \partial Q / \partial L$  y  $f_K = \partial Q / \partial K$  son el producto marginal de trabajo y capital respectivamente.

Así, la Tasa Marginal de Sustitución Técnica expresada como la razón de las productividades marginales de los insumos es<sup>13</sup>:

$$TMST = \frac{dL}{dK} = \frac{f_K}{f_L} \quad (A.4)$$

Una propiedad importante de las funciones de producción es su grado de homogeneidad. Se dice que una función es homogénea de grado  $n$  si cuando cada producto se amplifica por un mismo factor  $\lambda$ , el producto resultante corresponde a  $\lambda^n$  veces el producto original, es decir:

$$Q(\lambda L, \lambda K) = \lambda^n Q(L, K) \quad (A.5)$$

donde  $\lambda$  es cualquier número real positivo y el exponente  $n$  denota el grado de homogeneidad.

Con el conocimiento del grado de homogeneidad es posible conocer la reacción en la producción ante un aumento de todos los insumos utilizados, es decir, lo que se conoce como el rendimiento a escala. Según esto se puede describir:

- Rendimientos constantes a escala, si el producto aumenta en la misma proporción que los insumos.
- Rendimientos crecientes a escala o economías de escala, si el producto aumenta en una proporción mayor que los insumos.

---

<sup>13</sup> Dado que  $dL/dK$  es en si un número negativo, TMST es un número positivo.



- Rendimientos decrecientes a escala o deseconomías de escala, si la producción se incrementa en una proporción menor que los insumos.

También el concepto de rendimiento a escala se puede explicar mediante la propiedad de homogeneidad de las funciones de producción, ecuación (A5). Si ambos insumos se aumentan por el factor  $\lambda$ , el producto aumenta por el término  $\lambda^n$ . Por tanto los rendimientos son crecientes si  $n > 1$ , constantes si  $n = 1$  y decrecientes si  $n < 1$ .

Resumiendo, por lo anteriormente visto y según la literatura neoclásica, las funciones de producción son aquellas que cumplen las siguientes condiciones:

- $Q(0,0) = 0$ , es decir, sin recursos no es posible obtener producción.
- $Q(L,K) \geq 0$  para  $L \geq 0$  y  $K \geq 0$ , lo cual implica que el producto es positivo.
- Las productividades marginales de cada factor son positivas,  $\partial Q/\partial L > 0$  y  $\partial Q/\partial K > 0$ .
- $Q$  es continua dos veces diferenciable y sus segundas derivadas son menores que cero en cualquier parte del interior del conjunto de producción. Es decir, la función de producción debe ser cuasi cóncava.

$$\begin{aligned} \partial^2 Q/\partial L^2 &< 0 \\ \partial^2 Q/\partial K^2 &< 0 \end{aligned} \tag{A.6}$$

- La función  $Q$  es homogénea de grado uno, es decir:

$$Q(\lambda L, \lambda K) = \lambda Q(L, K) \tag{A.7}$$

## ANEXO B: FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN COMPUESTA

En el modelo de frontera estocástica el error está compuesto de dos términos,  $u_i$  el término de ineficiencia técnica, y  $v_i$  una perturbación aleatoria, si consideramos que  $u_i$  sigue una media normal  $|N(0, \sigma_u^2)|$ , mientras que  $v_i$  se distribuye según una normal  $N(0, \sigma_v^2)$ , el error compuesto se distribuirá según una función normal - media normal.

La función de distribución de  $u$ , es:

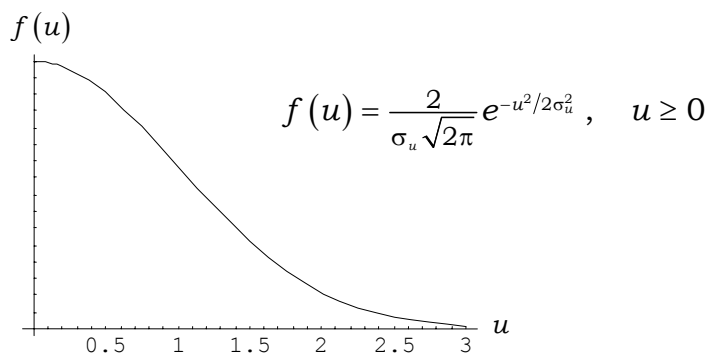


Figura B.1: Función de distribución media normal,  $|N(0, \sigma_u^2)|$

y la función de densidad de  $v$ :

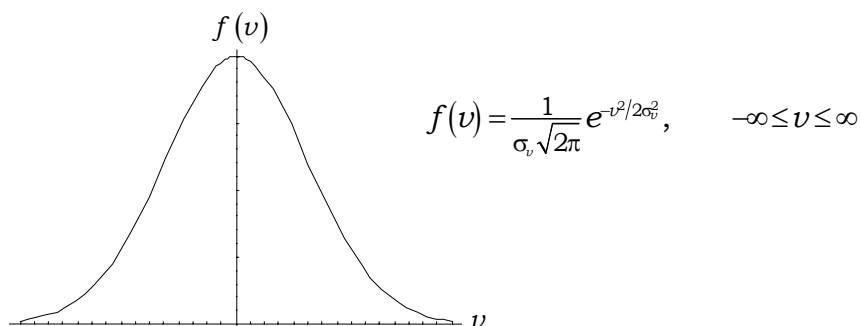


Figura B.2: Función de distribución normal,  $N(0, \sigma_v^2)$

Dado que  $u$  y  $v$  son independientes, la función de densidad conjunta de  $u$  y  $v$  es el producto de sus respectivas funciones de densidad, es decir:

$$f(u, v) = \frac{1}{\sigma_u \sigma_v \pi} e^{\left(-u^2/2\sigma_u^2 - v^2/2\sigma_v^2\right)}, \quad u \geq 0 \quad (\text{B.1})$$

Además, como el error conjunto  $\varepsilon = u + v$ , la función de densidad de  $\varepsilon$  y  $u$  será:

$$f(\varepsilon, u) = \frac{1}{\sigma_u \sigma_v \pi} e^{\left(-\varepsilon^2/2\sigma^2 - (u-s)^2/2\sigma_s^2\right)}, \quad u \geq 0 \quad (\text{B.2})$$

donde  $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ ,  $\sigma^2 \sigma_s^2 = \sigma_u^2 \sigma_v^2$  y  $s = \varepsilon \sigma_u^2 / \sigma^2$ .

De esta manera, la función de densidad de  $\varepsilon$  es:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \int_0^\infty f(\varepsilon, u) du = \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} e^{-(u-s)^2/2\sigma_s^2} du \\ &= \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2} \left[ 1 - \Phi\left(-\frac{\varepsilon \lambda}{\sigma}\right) \right] \\ &= \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{\varepsilon \lambda}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

donde  $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$ ,  $\phi$  y  $\Phi$  son las funciones de densidad y de distribución de la normal estándar, respectivamente.

## **ANEXO C: ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES**

El Análisis de Componente Principal (ACP), es una de las técnicas de análisis multivariable más antigua. Su introducción se debe a Person (1901), pero su verdadero desarrollo y aplicabilidad se debe a Hotelling (1933). La idea central del ACP es reducir el número elevado de variables interrelacionadas del análisis de un problema.

Para conseguir este objetivo se debe obtener un nuevo grupo de variables de igual número de variables, no correlacionadas, llamadas componentes principal (CP) en las cuales permanece la variabilidad presente de los datos originales, y que al ordenarlas decrecientemente por su varianza, permiten explicar el fenómeno de estudio sólo con las primeras CP, es decir, con un menor número de variable.

Básicamente, con esta técnica es posible:

- Sintetizar la información procedente de un volumen importante de datos del problema en particular.
- Crear nuevos indicadores o índices, representados por las CP.
- Utilizar el ACP como paso previo a otras técnicas.

Los aspectos teóricos del ACP son los siguientes:

Consideremos la información contenida en  $p$  variables predictoras  $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  que pueden reducirse a  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ , con  $m < p$  y donde las  $y_i$ 's no son correlacionadas y cuyas varianza decrece de la primera a la última.

Se busca combinaciones lineales del tipo:

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ip}x_p = \sum_{j=1}^p a_{ij}x_j = a_i'X, \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{C.1})$$

donde,  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ip}$  son constantes numéricas que se debe encontrar de tal forma que las nuevas variables  $y_i$  o CP tengan varianza máxima en orden decreciente y ausencia de correlación entre sí. Las CP o  $y_i$  se obtienen diagonalizando la matriz de covarianzas  $S$  o de correlaciones  $R$  de las variables originales, de forma que las constantes  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ip}$  se obtienen con las coordenadas de los vectores propios asociados a los valores propios de  $S$  o  $R$ , ordenadas de forma decreciente, que representan las varianzas de las CP.

Con lo indicado anteriormente, y siendo  $S$  la matriz de varianzas y covarianzas de  $X$ , se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &= \text{Var}(a'X) \\ &= a'Sa \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Y el problema para determinar la primera componente principal  $y_1 = a_1'X$  como combinación lineal de las variables originales es:

$$\begin{aligned} \max \quad & a_1'S_{pp}a_1 \\ \text{sa :} \quad & \\ & a_1'a_1 = 1 \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

El cual tiene como solución:

$$2(S_{pp} - \lambda I)a_1 = 0 \quad (\text{C.4})$$

donde  $I$  es la matriz identidad de orden  $p$  y  $\lambda$  es el vector de valores propios de la matriz de covarianza  $S$ . De esta manera,  $a_1$  resulta ser el vector propio de la matriz de covarianza  $S$  correspondiente al mayor valor propio  $\lambda_1$ . Con,

$$\lambda_1 = a_1' S a_1 = \text{Var}(y_1) \quad (\text{C.5})$$

Esta primera CP es una variable sintética que es combinación lineal de las variables originales y resume la mayor información que éstas contienen.

Siguiendo el mismo procedimiento para obtener las otras CP, hasta  $p$ , se encuentra que la  $j$ -ésima CP se obtiene buscando la combinación lineal  $y_j = a_j X$  que tenga la varianza máxima, sujeta a la restricción de que no esté correlacionada con  $a_1' X, a_2' X, \dots, a_{j-1}' X$ . La solución viene dada por el sistema de valores propios y vectores propios ortonormales de la matriz  $S$ , vale decir, si  $\{(\lambda_1, a_1), (\lambda_2, a_2), \dots, (\lambda_p, a_p)\}$  son los valores propios ordenados decrecientemente y sus vectores propios asociados, las  $p$  componentes principales muestrales vienen establecidas por:

$$y_j = a_j' X \quad j = 1, \dots, p \quad (\text{C.6})$$

En resumen, las componentes se obtienen diagonalizando la matriz de covarianzas  $S$  o la matriz de correlaciones  $R$ . En virtud de las propiedades de la diagonalización de matrices simétrica, siendo el rango de la matriz  $S$ ,  $p$ , habrá  $p$  componentes asociadas a los  $p$  valores propios. Las componentes son los  $p$  vectores propios asociados a los  $p$  valores propios.

Una propiedad que se presenta en la representación de las CP es:

$$\cos \begin{pmatrix} S & x_i \\ y_i & \end{pmatrix} = \frac{\langle y_i, x_i \rangle}{\|y_i\| \|x_i\|} = \frac{\text{cov}(y_i, x_i)}{\text{Var}(y_i) \text{Var}(x_i)} = R(y_i, x_i) \quad (\text{C.7})$$

Esto es, el ángulo entre cada eje de vector de variables y el eje de proyección en el plano de las componentes principales, corresponde al índice de correlación entre la variable y la componente principal.

Para comprender de mejor forma estas relaciones, se considera el siguiente ejemplo.

Considerar las observaciones realizada en dos variables,  $x_1$  y  $x_2$ , a las cuales se les desea encontrar sus CP.

$x_1$	$x_2$
1	2
2	1
3	2
3	4
4	3
4	5
5	5
6	8
8	6

La matriz de covarianza de estos datos es:

$$\text{cov}(X) = S = \begin{bmatrix} 4.500 & 3.875 \\ 3.875 & 5.000 \end{bmatrix}$$

La diagonalización de esta matriz de covarianza, con las propiedades de las matrices simétricas, resulta ser:

$$S = \begin{bmatrix} -0.6840 & -0.7295 \\ -0.7295 & 0.6840 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.6331 & 0 \\ 0 & 0.8669 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.6840 & -0.7295 \\ -0.7295 & 0.6840 \end{bmatrix}$$

donde los valores propios son:

$$\lambda = \begin{bmatrix} 8.6331 \\ 0.8669 \end{bmatrix}$$

y los vectores propios asociados, que definen las CP, son :

$$[a_1 \ a_2] = \begin{bmatrix} -0.6840 & -0.7295 \\ -0.7295 & 0.6840 \end{bmatrix}$$

es decir,

$$CP_1 = -0.6840 x_1 - 0.7295 x_2$$

$$CP_2 = -0.7295 x_1 + 0.6840 x_2$$

La representación de estas dos CP en el plano de las variables originales,  $x_1$  y  $x_2$ , se muestra en la figura D1.

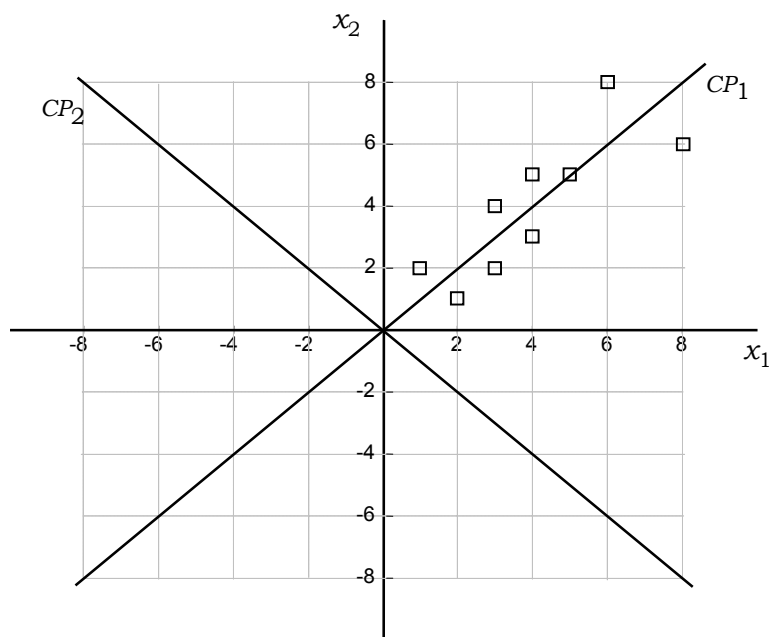


Figura C1: Plano principal

En términos estadísticos el ACP utiliza medidas de asociación, como el coeficiente de correlación lineal y la covarianza para definir nuevos indicadores sintéticos. Más precisamente, estos indicadores miden el grado de redundancia lineal existente entre dos variables. Cuando toma el valor 1, es posible decir que ambas variables son redundantes; lo mismo ocurre cuando su valor es igual a -1, salvo que en este caso ambas variables se comportan en



sentidos opuestos. Por el contrario, cuando su valor es cero, se dice que no existe ninguna asociación lineal entre ambas variables.

Esta correlación se visualiza mejor representándolas en el plano de las CP, primer plano principal.

La correlación entre las variables del problema y las CP son:

	CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>
$x_1$	0.953	-0.303
$x_2$	0.953	0.303
% representación	90.800	9.200
% representación acumulada	90.800	100.000

Estos resultados proporcionan la información para tomar la decisión de reducir el número de variable, en este caso podría ser una sola variable representando el 90.8% de la información original.

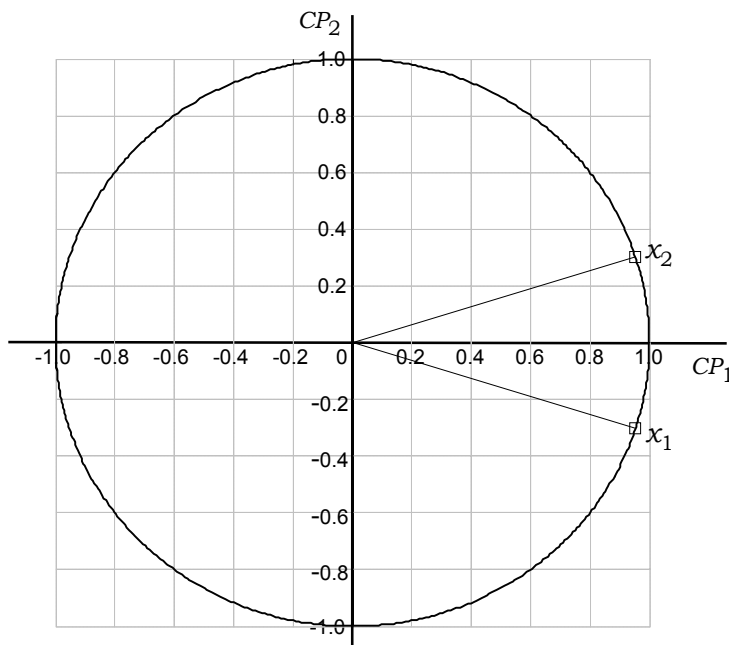


Figura C2: Primer plano principal

## **ANEXO D: ASPECTOS PARA DETERMINAR LA RENTABILIDAD DE LAS EMPRESAS**

Para desarrollar sus actividades y cumplir sus fines, las empresas de distribución necesitan realizar permanentes inversiones. El conjunto de bienes y derechos que tienen cada empresa es el resultado del proceso de realización de inversiones que ha desarrollado a lo largo del tiempo. Las características que tiene el conjunto de esos bienes y derechos determinan la estructura económica de la empresa. Para realizar esas inversiones en bienes y derechos, la empresa necesita medios financieros que puede obtener de diversas fuentes de financiación. Las características del conjunto de esos medios financieros determinan la estructura financiera de la empresa.

En esta sección se estudia la relación existente entre la estructura económica y la estructura financiera, revisando la probable rentabilidad del grupo de empresas frente a las decisiones de inversión y una fijación preliminar de precios.

### **La decisión de inversión**

Las empresas pueden ser definidas como una sucesión en el tiempo de proyectos y alternativas de inversión y financiación, lo que supone un costo por la utilización de los recursos necesarios para su realización para que en conjunto generen una determinada rentabilidad.

La decisión de inversión consiste en la colocación de capital en proyectos concretos de los que se espera una cobertura de servicio y obtener con ello un beneficio futuro. Para determinar si un proyecto debe ser realizado, la empresa evalúa todos los costos y beneficios que se produzcan en la actualidad y en el futuro y combinarlos en una medida individual del valor del

proyecto. Promedio conocido también como WACC, Weighted Average Cost of Capital.

Como información de inversión de las empresas, se considera el VNR y su valor económico, igual que un proyecto, dependerá del nivel esperado y del riesgo asociado a los flujos de caja futuros. Para la precisa valoración de este proyecto de inversión, se asume que se conoce el ciclo de explotación de las empresas.

### El ciclo de explotación

Como explotación de una empresa, se consideran todas las inversiones que permitan poner en funcionamiento los activos fijos, como es la compra de energía, reposición y mantenimiento o cualquiera de otros bienes de activo circulante. Estas inversiones en bienes de circulante se recuperarán tras los cobros de las ventas de energía. Este proceso es repetitivo en las empresas y conforma el ciclo de explotación de ellas. La figura D.1 ilustra de forma gráfica las distintas etapas del ciclo de explotación considerado para las empresas.

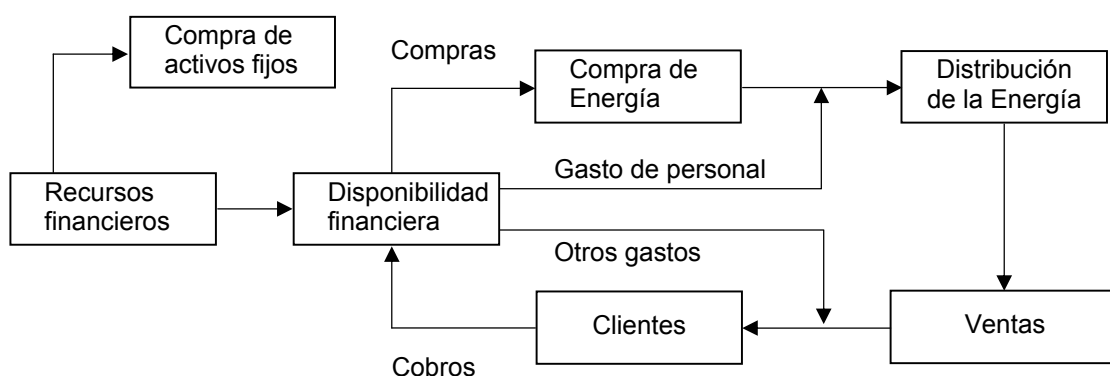


Figura D.1 Ciclo de explotación de las empresas de distribución

La duración del ciclo de explotación de las empresas, se determinó como el período medio que tarda en convertirse en líquida una unidad monetaria invertida en el ciclo de explotación. Para ello se empleó la siguiente expresión:

$$TMCE = 365 \left( \frac{CE}{CEXPLT} + \frac{v}{VENTAS} \right) \quad (D.1)$$

donde:

*CE* Costo de compra de energía

*v* Saldo medio de la cuenta de clientes y efectos a cobrar

*CEXPLT* Costos de explotación

*VENTAS* Monto anual de las ventas

Para las empresas, el TMCE promedio resultó de 4 meses; en la figura D.2 se ilustra un esquema aproximado de este ciclo.

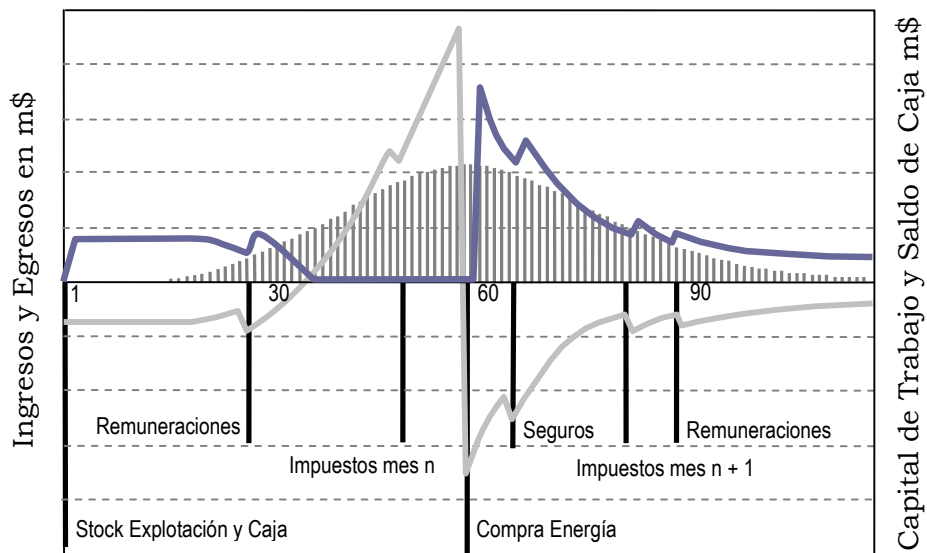


Figura D.2 Tiempo medio del ciclo de explotación

Conocido el tiempo medio del ciclo de explotación promedio, queda por conocer el gasto medio diario o la inversión necesaria diaria en circulante, esta se calculó mediante:

$$GMD = \frac{Cv \times EVEND + Cf}{365} \quad (D.2)$$

donde:

$Cv$  Costos variables unitarios.

$EVEND$  Energía vendida anual.

$Cf$  Costos fijos anuales.

Una vez estimados el tiempo medio de explotación de las empresas y el gasto medio diario se calcula la inversión en circulante a realizar, ésta se obtiene de multiplicar el tiempo medio de explotación por el gasto medio diario.

### **La Tasa Interna de Retorno (TIR)**

La tasa interna de retorno es la tasa de descuento que equilibra el valor actual de los flujos de caja esperados de una determinada inversión y su desembolso inicial, es decir:

$$-A + \frac{C_1 - P_1}{(1 + TIR)} + \frac{C_2 - P_2}{(1 + TIR)^2} + L + \frac{C_{30} - P_{30}}{(1 + TIR)^{30}} + \frac{VR}{(1 + i)^{30}} = 0 \quad (D.3)$$

donde:

$C_t$	Entrada de dinero por cobro ventas de energía en el período t
$P_t$	Salida de dinero por pagos en el período t
$A$	Inversión inicial, definida mediante el VNR
$VR$	Valor residual

En la ecuación se conoce los valores de  $C_t$ ,  $P_t$  y  $A$ , por lo tanto se resuelve para obtener "TIR". El horizonte temporal de análisis se considera de 30 años.