



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
Departamento de Ingeniería Eléctrica

# **SEÑAL DE PRECIOS PARA LA POTENCIA REACTIVA EN MERCADOS DESCENTRALIZADOS Y COMPETITIVOS**

**VERÓNICA BEATRIZ CORTEZ SILVA**

Memoria para optar al título de  
Ingeniero Civil Industrial, con Diploma en Ingeniería Eléctrica

Profesor Supervisor:  
**HUGH RUDNICK V. D. W.**

Santiago de Chile, 2003



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
Departamento de Ingeniería Eléctrica

# **SEÑAL DE PRECIOS PARA LA POTENCIA REACTIVA EN MERCADOS DESCENTRALIZADOS Y COMPETITIVOS**

**VERÓNICA BEATRIZ CORTEZ SILVA**

Memoria preparada bajo la supervisión de la  
Comisión integrada por los profesores:

**HUGH RUDNICK V. D. W.**

**CELSO GONZÁLEZ G.**

**RODRIGO PALMA B.**

Memoria para optar al título de  
Ingeniero Civil Industrial, con Diploma en Ingeniería Eléctrica  
Santiago de Chile, 2003

A Hugo y María Eugenia, mis queridos padres, por su sacrificio e inmenso amor.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer a los Profesores Hugh Rudnick y Celso González por su paciencia y apoyo en la realización de este trabajo.

En especial quiero agradecer a Claudia Navarrete y a Rodrigo Palma por su tiempo dedicado y la increíble disposición por ayudar desinteresadamente.

Finalmente, quiero recordar a quienes con su compañía en la universidad hicieron el trabajo más reconfortante: Juan Zolezzi, José Luis Arriagada, Lorenz Müller, Karen Tapia, Betty, Elena y Mary.

## ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA .....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
ÍNDICE DE TABLAS .....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vii
RESUMEN.....	viii
ABSTRACT.....	ix
I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Generalidades .....	1
1.2 Los Mercados Eléctricos en el Mundo .....	2
1.3 Mercado de Servicios Complementarios.....	11
1.4 El Problema de la Tarificación de Reactivos en Chile .....	14
1.5 Revisión Bibliográfica.....	16
1.6 Objetivos del Estudio .....	20
1.7 Contenido del Trabajo .....	20
II. CONCEPTOS RELACIONADOS CON POTENCIA REACTIVA.....	22
2.1 Confiabilidad y Seguridad de los Sistemas Eléctricos .....	22
2.2 Concepto de Potencia Reactiva .....	24
2.3 Acoplamiento entre Voltajes y Potencia Reactiva .....	26
2.4 Producción y Consumo de Potencia Reactiva .....	28
2.5 Control de Tensión/Reactivos .....	29
III. SISTEMAS DE TARIFICACIÓN DE REACTIVOS.....	37
3.1 Chile 37	
3.2 Argentina .....	41
3.4 Estados Unidos .....	45
3.5 Otros países.....	50

IV. ESTUDIO DE FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO .....	54
4.1 Métodos de Solución .....	55
4.2 Multiplicadores de Lagrange y Condiciones de Kuhn-Tucker.....	59
4.3 Programación Cuadrática Secuencial (SQP) .....	60
4.4 Modelación de la Red.....	64
4.5 Formulación del Problema de Optimización .....	67
4.6 Implementación .....	68
V. PRECIOS SPOT Y COSTOS MARGINALES.....	69
VI. APLICACIÓN .....	72
6.1 Sistema de Dos Barras.....	72
6.2 Sistema de 6 barras .....	78
6.3 Aplicación al SING .....	83
VII. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES.....	87
7.1 Señal Marginal de Potencia Reactiva .....	87
7.2 Creación de un Mercado de Reactivos en Chile.....	87
7.3 Implementación de los OPF en el Sistema Eléctrico Chileno.....	89
7.4 Desarrollos Futuros .....	90
BIBLIOGRAFÍA.....	93
A N E X O S.....	97
ANEXO A : DIARIO OFICIAL .....	98
ANEXO B: DATOS SING SIMPLIFICADO .....	100
ANEXO C: DERIVADAS ECUACIONES NO LINEALES.....	102
ANEXO D: MÉTODOS ALTERNATIVOS DE COSTOS Y VALOR DE LA POTENCIA REACTIVA .....	110

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 2.1: Signos de la potencia activa.....	26
Tabla 2.2: Signos de la potencia reactiva.....	26
Tabla 2.3: Relación FP- Q/P .....	29
Tabla 3.1: Precios de reactivos en EEUU .....	50
Tabla 6.1: Resultados de Aplicación en el SING.....	85

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1: Esquema modelo Poolco .....	3
Figura 1.2: Estructura de los mercados eléctricos emergentes .....	5
Figura 2.1: Factor de potencia en atraso .....	25
Figura 2.2: Factor de potencia en adelanto .....	25
Figura 2.4: Sistema de dos nudos.....	27
Figura 2.5: Acoplamiento Q / V.....	27
Figura 2.6: Circuito $\Pi$ de una línea de transmisión .....	31
Figura 2.7: Operación del generador síncrono.....	32
Figura 2.8: Circuito $\Pi$ equivalente de un transformador con derivación .....	35
Figura 2.9: Modelo de un consumo .....	36
Figura 4.1: Clasificación de métodos de optimización.....	56
Figura 4.2: Programación Cuadrática Secuencial.....	63
Figura 4.2: Programación Cuadrática Secuencial.....	68
Figura 6.1: Sistema Básico.....	72

## RESUMEN

En la última década, los cambios organizacionales y de estructura de los Sistemas Eléctricos de Potencia han exigido una mayor eficiencia tanto técnica como económica de las empresas que participan en los mercados eléctricos. En este ámbito, Chile ha sido un país pionero en temas de desregulación que se caracteriza por tener un mercado relativamente maduro en lo que respecta a energía y potencia activa, pero aún no ha desarrollado la misma madurez para un mercado de reactivos.

El presente trabajo tiene como objetivo disponer de un modelo y una herramienta computacional que entregue el costo marginal por barra de la potencia reactiva de un sistema eléctrico interconectado, siendo ésta una señal económica eficiente que se formula como base para mejorar el método actual de tarificación de potencia reactiva en Chile.

En el modelo propuesto, el Flujo de Potencia Óptimo (OPF) es representado como un problema de optimización no lineal con función objetivo cuadrática y restricciones no lineales. El modelo es resuelto iterativamente a través de problemas de optimización cuadráticos utilizando el método de programación cuadrática secuencial (SQP). Los subproblemas cuadráticos son resueltos con el paquete de optimización comercial MINOS, capaz de resolver en forma eficaz problemas con función objetivo no lineal y restricciones lineales. El algoritmo propuesto se implementa a través de un programa en lenguaje C.

El análisis de los multiplicadores de Lagrange, calculados en el punto óptimo, permite el cálculo explícito tanto de los costos marginales de potencia activa como de los costos marginales de potencia reactiva. El modelo es validado para sistemas de 2 y 6 barras reportados en la literatura. Los resultados son contrastados y discutidos. Finalmente, el desarrollo es aplicado a un caso simplificado de 14 barras del Sistema Interconectado del Norte Grande (SING). Los costos marginales de potencia reactiva calculados presentan una gran variabilidad espacial, incluyendo costos negativos, y que en promedio resultan ser 400 veces menores a los de potencia activa. Por otra parte, se verifica en el punto óptimo que a mayor disponibilidad de reactivos, menores son las pérdidas óhmicas, y por ende el costo en el sistema es menor.

## ABSTRACT

In the last decade, the organizational and structural changes in the electrical systems have required more efficiency, both technical and economical, of the participants in the electricity market. In this scope, Chile has been a pioneer country in themes related with deregulation, distinguished for a ripe market in active power, however it have still not developed the same maturity for an reactive power market.

The objective of the present work is to dispose of a model and a computational tool that gives the nodal marginal cost of the reactive power in an interconnected system, being this an efficient economic signal formulated as a base for improving the real tarification model for the reactive power in Chile.

In the proposed model, the Optimal Power Flow (OPF) is represented like an non lineal optimization problem with non lineal objective function and constraints. The model is solved iteratively by quadratic problems, using Sequential Quadratic Programming (SQP). The optimization subproblems are solved with the optimization software MINOS, which manages problems with no lineal objective functions and lineal constraints. The proposed algorithm is implemented in a computer programming in C language.

The Lagrange multipliers, calculated in the optimum, allow the explicit marginal costs calculation as of active power as reactive power. The model is validated for a 2-Bus test case and with a of 6-Bus example reported in the reference [W&W]. Finally, the model is applied to a 14-Bus simplified example system of the SING (Sistema Interconectado del Norte Grande). The calculated marginal costs of reactive power exhibit a broad spatial variability, and in average they are 400 times less than the active power marginal costs. On the other hand, it is verified that in the optimal solution, the major generation of reactive power implies less losses and a lower system cost.

## **I. INTRODUCCIÓN**

### **1.1 Generalidades**

Los sectores eléctricos se caracterizan por: ser complejos de operar, dado su gran tamaño y diversidad en las constantes de tiempo; presentar una naturaleza aleatoria desde el punto de vista de la generación y demanda; requerir una operación interconectada pero coordinada para abastecer el consumo.

Estas características dieron como resultado, en las décadas de los 40 a los 70, el desarrollo de sectores eléctricos, integrados verticalmente, controlados monopólicamente (generación, transmisión y distribución) y a menudo de propiedad estatal.

Sin embargo, desde los años 80', Chile, Inglaterra y otros países de Latinoamérica, comenzaron a marcar la tendencia para cambiar la estructura, regulación y propiedad de sus sectores eléctricos, lo que se ha manifestado en el resto del mundo en esta última década. La motivación que ha tenido cada uno de ellos no ha sido necesariamente la misma<sup>1</sup>, pero han coincidido en la búsqueda de las bases para el establecimiento de competencias reales o forzadas, que permitan un desarrollo óptimo, tanto técnico como económico, del sector.

En este marco, la teoría de los mercados competitivos, el concepto de economías de escala y tarifaciones eficientes socialmente aplicadas en sectores de características monopólicas, han dado las bases a la autoridad para fijar los criterios y políticas actualmente vigentes en países con sectores eléctricos desregulados.

---

<sup>1</sup> Diversas razones han motivado los cambios, entre otras: Aligerar el quehacer gubernamental, reducir la regulación, aumentar la competencia y atraer capital extranjero, mediante la privatización.

## 1.2 Los Mercados Eléctricos en el Mundo

La organización de los sistemas eléctricos en la mayoría de los países del mundo ha evolucionado rápidamente, transformando al sector en un ámbito de competencia en donde se desarrolla la actividad.

Una serie de modelos de organización y reestructuración han sido propuestos y experimentados en diferentes países, adoptando una configuración que en general ha estado asociada a la organización original de las empresas existentes.

La similitud entre ellos ha estado en la desverticalización y creación de negocios distintos para la generación, transmisión y distribución. Los sectores transmisión y distribución son reconocidamente monopolios naturales, que generalmente permanecen regulados para permitir un ambiente competitivo, en el que se desarrolle el sector generación.

Los primeros sistemas de operación coordinada que se pusieron en funcionamiento fueron los denominados “pools”, grupos de empresas que coordinan la operación de sus sistemas a efectos de lograr la operación más económica (despacho), manteniendo la operabilidad y estabilidad del sistema eléctrico.

Dentro de este esquema aparece el primer modelo como tal denominado Administrador o Poolco, que se caracteriza por ser un pool con despacho centralizado, independiente de los compromisos comerciales, y cálculo de precios spot; en otras palabras, el pool tiene a su cargo tanto la operación del mercado como la del sistema. El marco regulatorio es el que asegura al mercado el acceso indiscriminado y la disponibilidad de los servicios provistos por la generación (aporte a la regulación primaria de frecuencia, potencia reactiva, reserva en giro y reserva fría), y establece los mecanismos de liquidación de las diferencias entre los volúmenes de energía y capacidad efectivamente realizados y los establecidos en los contratos celebrados entre vendedores y compradores.

En la Figura 1.1 se puede apreciar un esquema de este modelo.

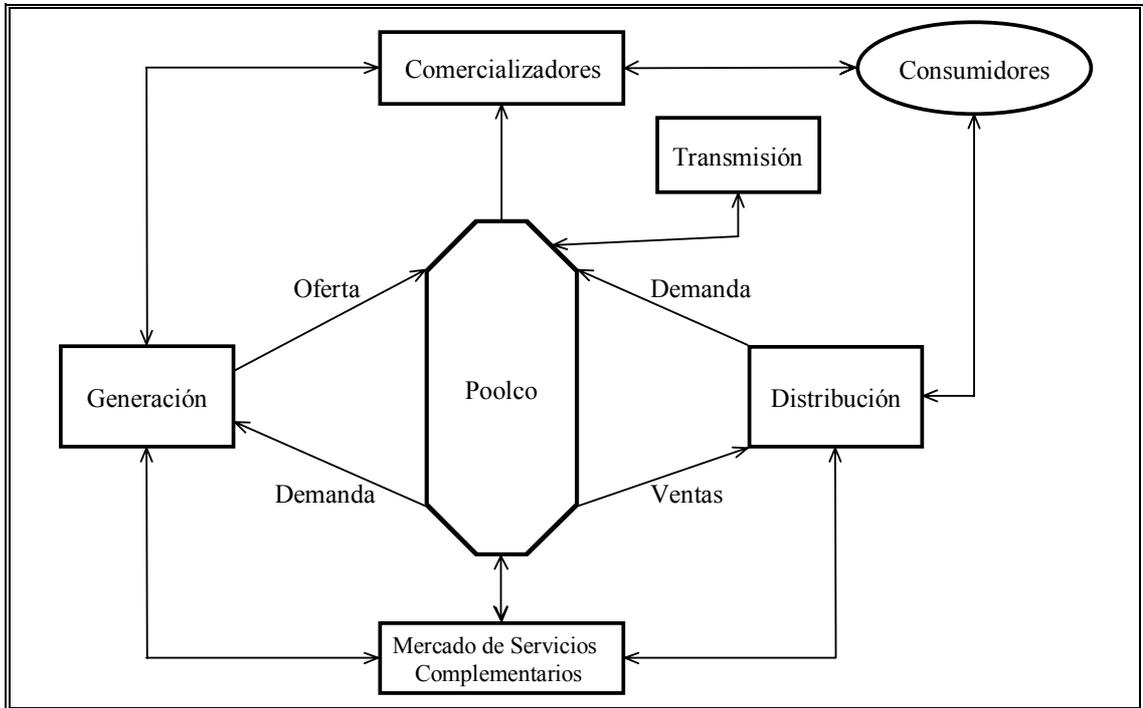


Figura 1.1: Esquema modelo Poolco

El NGC (National Grid Company) del Reino Unido, el CAMMESA (Compañía Administradora del Mercado Eléctrico Mayorista S.A.) de Argentina y el CDEC (Centro de Despacho Económico de Carga)<sup>2</sup> de Chile se enmarcan dentro de esta definición, justamente en los países en que comenzaron las reformas.

Se deduce de estos sistemas con despacho centralizado basado en la oferta de precios o costos de operación de los generadores, que es conveniente a veces separar la función técnica operativa de la función económica.

Surgen entonces varios tipos de organizaciones de los mismos pools, con la idea de reestructurar los mercados eléctricos, tanto corporativa (propiedad) como

<sup>2</sup> Durante 1999 se consolidó el funcionamiento independiente del CDEC.

funcionalmente (servicios y productos), que según su función se han denominado de distintas formas.

Una de estas organizaciones es el denominado modelo ISO-PX, el que se caracteriza por ser descentralizado, en donde la figura del Operador Independiente del Sistema (Independent System Operator - ISO)<sup>3</sup> y la Bolsa de Energía (Power Exchange – PX) básicamente definen el funcionamiento del sistema.

El ISO<sup>4</sup> es una organización neutral e independiente, que idealmente no tiene intereses económicos en generación, demanda ni transmisión, y que administra la operación y el uso del sistema de transmisión de energía eléctrica. Este operador tiene, entre otras responsabilidades, autoridad sobre el despacho de generación para preservar la confiabilidad, facilitar la eficiencia y asegurar el acceso no discriminatorio al sistema de transmisión, manteniendo al mismo tiempo la confiabilidad y la seguridad del sistema.

En EEUU, por ejemplo, el PJM Pool (Pennsylvania, New Jersey, Maryland, Delaware, Virginia y el distrito de Columbia) se constituyó en el primer ISO en operar en ese país. En el estado de California, la legislación también considera la figura del ISO, mencionándolo explícitamente como la entidad privada que debe proveer a los participantes del mercado el libre acceso al sistema de transmisión, manteniendo la confiabilidad y la seguridad del sistema.

El PX es el organismo donde se realiza el balance entre la generación y la demanda en el mercado de energía futura de acuerdo a un conjunto de normas. Se caracteriza por aceptar ofertas de precios, usualmente por cada hora, con no más de un día de anticipación, resultando un precio de transacción igual al mayor valor al que es necesario recurrir en cada período horario establecido para satisfacer la demanda, facilitando además la realización de contratos bilaterales.

---

<sup>3</sup> También denominado Operador del Mercado.

<sup>4</sup> Actualmente en EEUU se distinguen también los RTOs (Regional Transmission Organizations), que cumplen exactamente la misma función que los ISO.

La compañía Electricity Market Company Limited (EMCO) de Nueva Zelanda, es la operadora de un Power Pool (NZEM) y funciona como un PX. Dicha compañía ha sido contratada como entidad independiente para esa tarea y se puede considerar que compra la totalidad de la energía producida por los generadores y la vende a todos los que compran. No supervisa ni opera el sistema de transporte, aunque sí realiza el despacho de generación y el cálculo de precios, además de las transacciones económicas.

Ahora bien, la experiencia más reciente señala una mayor descomposición de las funciones involucradas. De esta forma, un análisis de los principales modelos de organización y estructura del mercado eléctrico señala la existencia de otros participantes. La Figura 1.2, extraída de [Rahi99], muestra los principales componentes identificados en la estructura de los nuevos mercados eléctricos.

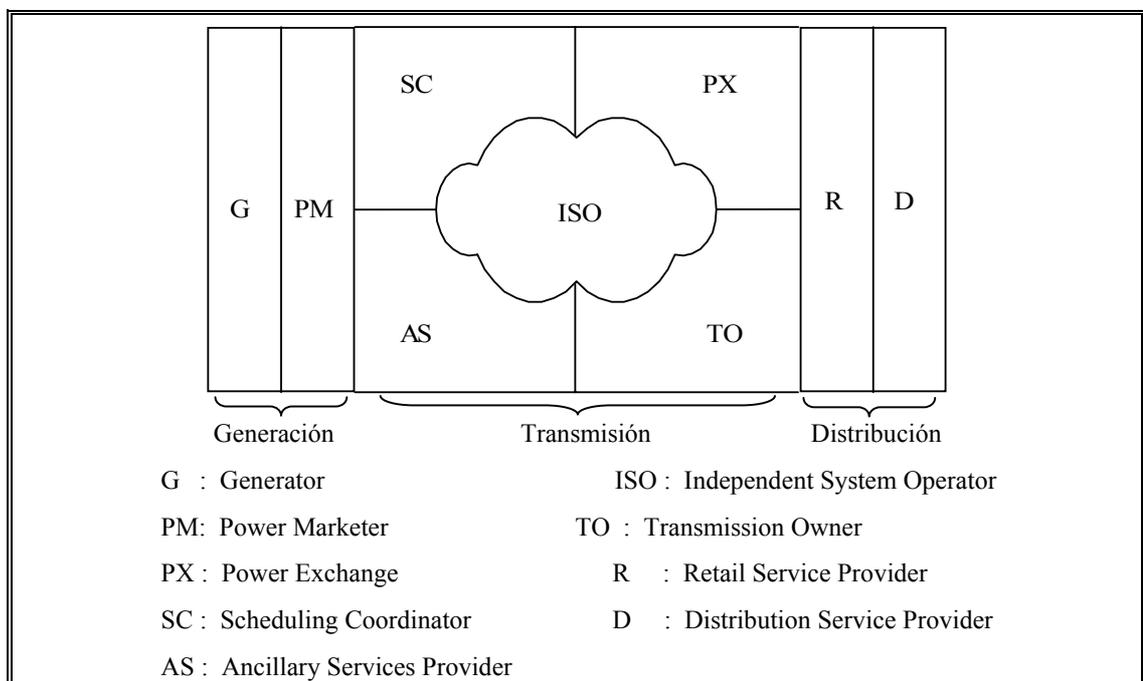


Figura 1.2: Estructura de los mercados eléctricos emergentes

En este esquema, las compañías generadoras y los generadores intermediarios (Power Marketer – PM) constituyen el sector generación.

El sector distribución está representado por los comercializadores (Retail Service Provider – R) y los distribuidores (Distribution Service Provider – D).

Finalmente, el sector transmisión incluye a los dueños del sistema de transmisión (Transmission Owner – TO)<sup>5</sup>, los proveedores de servicios complementarios (Ancillary Services Provider – AS)<sup>6</sup> y a los usuarios del sistema de transmisión, representados por el PX, y los coordinadores de la programación y despacho (Scheduling Coordinator – SC). Estos últimos son los organismos encargados de realizar el proceso de programación y despacho sin necesariamente regirse por las reglas del PX. Así entonces, el PX puede ser visto como un coordinador regulado.

Los componentes del modelo de reestructuración recién mencionados, pueden estar presentes en la estructura de los mercados eléctricos. En algunos casos uno o más de estos componentes no existen, y en otros casos, dos o más de los mismos se fusionan en una sola entidad<sup>7</sup>. Las posibilidades de combinación son muchas, por lo que la estructura adoptada en cada caso depende de los objetivos de cada sector.

---

<sup>5</sup> El dueño del sistema de transmisión (Transmission Owners - TO), provee el acceso y uso de la red sin discriminar entre los usuarios, y no debe tener intereses económicos en generación.

<sup>6</sup> Los proveedores de servicios complementarios (Ancillary Services) generalmente son designados por el ISO.

<sup>7</sup> Estructuras sin PX: ERCOT, IndeGO y Mid-West ISO. Estructuras sin SC: NGC y Alberta. Estructuras con ISO y PX fusionados: PJM y Victoria. Estructuras con ISO, PX y TO fusionados: NGC. Estructuras con ISO y PX separados: California, Noruega y Alberta.

### **1.2.1 Mercado Eléctrico Chileno**

En Chile, la Ley Eléctrica, constituida por el DFL N°1/82 y el DS N° 327/98, es la que define el mercado eléctrico. Su organización y funcionamiento sigue el modelo de un Poolco con algunas pequeñas singularidades.

El segmento generación está en manos de las empresas generadoras privadas y dentro de sus políticas comerciales está la compra de combustible, mantención y operación de sus plantas, la venta o compra de energía activa en el mercado spot, la venta o compra de potencia activa en el mercado spot (potencia firme), pagos por el uso del sistema de transmisión y finalmente la venta de contratos de largo plazo para proporcionar suministro de energía a sus clientes finales, que pueden ser clientes libres o regulados.

El Centro de Despacho Económico de Carga (CDEC) es el ente que opera el mercado de corto plazo y realiza el despacho hidrotérmico, independientemente de los contratos comerciales de las empresas. Como se mencionó anteriormente, este organismo funciona como un Poolco y de acuerdo al reglamento promulgado en 1998, éste debería constituirse desde entonces como un ente independiente. En el corto plazo, las empresas generadoras aún tienen una influencia importante en este organismo a través del Directorio del CDEC, por lo que en la práctica, y bajo la concepción internacional, no se constituye aún en lo que podría ser el ISO del mercado eléctrico chileno.

Por otro lado, la empresa transmisora es la que opera el sistema de transmisión y de acuerdo al DS N° 327/98 puede formar parte del CDEC. La venta y compra de los contratos de suministro y los de uso del sistema de transmisión son acuerdos fijados directamente entre las partes interesadas y no se usa un agente intermediario para realizar tales transacciones.

Finalmente, en el segmento distribución las empresas concesionarias son las encargadas de dar obligatoriamente este servicio a quien lo solicite (si es que se encuentra dentro del área de concesión), así como de construir las instalaciones apropiadas para brindar este servicio. Además, como clientes regulados de las empresas generadoras, la compra de electricidad que realizan para entregar a sus

clientes regulados es a precio de nudo y de acuerdo a las condiciones que se establecen en los contratos de suministro. Respecto de los clientes finales, las empresas de distribución pueden establecer contratos de suministro a precio libre con grandes clientes o a precio regulado si es que son clientes pequeños.

Como se observa, en términos generales, el mercado eléctrico está dividido en un Mercado Spot, en que sólo participan generadores, y en un Mercado de Largo Plazo que involucra acuerdos libremente estipulados entre las empresas. Este mercado trata de promover las decisiones de los participantes a través de señales económicas adecuadas transmitidas en los precios de la electricidad.

Las transacciones económicas entre los participantes del mercado eléctrico chileno, y el tipo de tarifa que perciben, se muestran en la Figura 1.3.

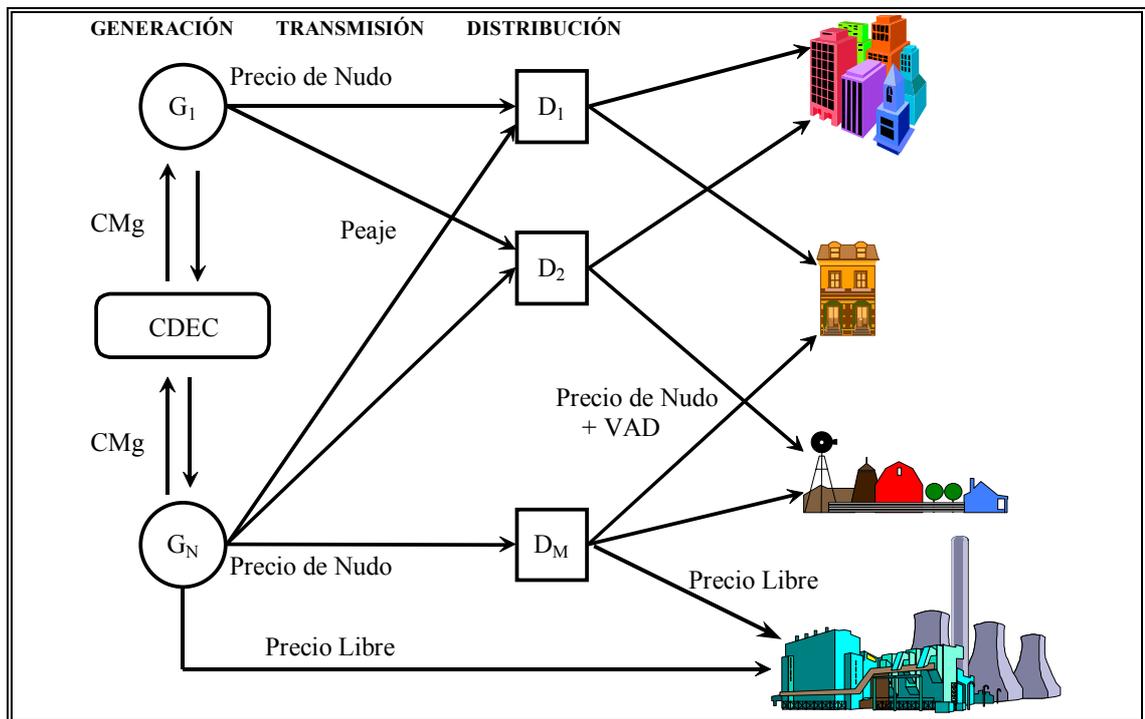


Figura 1.3: Participantes del mercado eléctrico chileno

Dentro de los próximos años esta estructura podría sufrir una serie de cambios fundamentales. Desde el año 2000 se vienen analizando varios modelos estructurales y esquemas regulatorios que pretenden perfeccionar el DFL N° 1/82. En septiembre del año 2000 el gobierno presentó un anteproyecto de Ley Eléctrica que comenzó a discutirse inmediatamente por las distintas empresas, instituciones y personas relacionadas con el sector eléctrico. Los objetivos principales de esta propuesta eran eliminar las barreras de entrada para elevar la competencia en el negocio eléctrico y asegurar la calidad de suministro a los clientes.

Los actores y la organización que se proponían para el nuevo mercado eran básicamente:

- Bolsa de energía, que opere como coordinador de las transacciones de corto plazo.
- Operador Independiente del Sistema, que realice el despacho en línea (con tarifas para sus servicios reguladas) y que tome las funciones de operación del actual CDEC.
- Comercializadores, como los agentes encargados de estructurar el suministro a nivel de cliente final no regulado, y factor de información y agilización del mercado
- Generadores y comercializadores podrán tener hasta el 10% individual y el 40 % en conjunto de las empresas de transmisión eléctrica.
- Mercado de servicios complementarios, fuertemente relacionado con la calidad de servicio global de los sistemas.
- Las funciones de transporte y comercialización se separan en el negocio de distribución eléctrica. Ambas actividades serán independientes, con prohibición de actuación conjunta.
- El límite para los clientes libres irá decreciendo gradualmente desde los 1,5 MW hasta los 200 kW.

- Los precios regulados tendrán una comisión pericial a cambio de los estudios realizados por la CNE respecto al tema.

Esta propuesta fue descartada posteriormente, y a fines de 2001 el Gobierno planteó una nueva estrategia regulatoria que contemplaba un cambio legislativo dividido en dos etapas, la Ley I (Ley Corta) que busca corregir las distorsiones más urgentes para la seguridad de suministro y las inversiones; y la Ley II, que busca la eliminación de distorsiones de efecto de largo plazo; como: el rediseño del sistema de tarifas de distribución; la introducción formal de los comercializadores al mercado; y, en relación con lo anterior, la apertura de los Centros de Despacho Económico de Carga (CDEC) para que exista un mercado de energía eléctrica que sea realmente un mercado abierto a los grandes consumidores, a los generadores, a los distribuidores.

Es así como, con carácter de urgencia, el Gobierno presentó la Ley Corta, con seis puntos principales y básicos que buscan corregir las distorsiones más urgentes para la seguridad de suministro y las inversiones. Los temas considerados en ella fueron:

- Rediseño de la regulación de los sistemas de transmisión
- Tarificación de sistemas medianos
- Regulación de Servicios Complementarios
- Exigencias para el traspaso de concesiones
- Reducción de la banda de precios para la fijación de precios de nudo
- Fijación de procedimiento básico para cálculo de peajes de distribución

Finalmente, luego de un largo período de discusión, en octubre de 2003 concluyó la discusión en la Comisión de Minería y Energía de la Cámara de Diputados, que estuvo centrada básicamente en los peajes de transmisión,

específicamente en lo que respecta a una probable interconexión SIC-SING. Actualmente aún no ha sido aprobada por la Cámara de Senadores.

Pese a estos objetivos y reformas tan claras, las propuestas presentan falencias en el sentido de que algunos temas están ambiguos y que se regulan todos los sistemas eléctricos del país como si fueran idénticos, desconociendo sus diversas realidades. Por ejemplo, no está claro el tratamiento de la concentración de oferta en el SIC, y por otro lado, la concentración de demanda en el SING; estas características se prestarían para ofrecer altos precios y crear barreras de entrada respectivamente<sup>8</sup>.

### **1.3 Mercado de Servicios Complementarios**

Uno de los cambios estructurales de los sectores eléctricos en el mundo se refiere a la formación de un mercado de servicios secundarios o complementarios, también denominados Ancillary Services (AS). Estos servicios están definidos como productos técnicos imprescindibles para mantener la integridad, calidad y seguridad operacional en un Sistema Eléctrico de Potencia, que atañen tanto a generadores como a transmisores, distribuidores y consumidores<sup>9</sup>.

Cada uno de los participantes del mercado eléctrico ha desarrollado su propia posición respecto al concepto y al suministro de los servicios complementarios. En general, esta posición se puede resumir en dos categorías: proveedor y usuario. La identificación de estas categorías es indispensable en un mercado competitivo para lograr una adecuada asignación de cargos, y asegurar así la prestación de los servicios.

Como proveedores de servicios complementarios se puede mencionar a los proveedores del sistema de transmisión que están preocupados principalmente

---

<sup>8</sup> Lo que se busca es exactamente lo contrario.

<sup>9</sup> La FERC (Federal Energy Regulatory Commission) en la Orden N° 888 los define como “aquellos necesarios para proveer el servicio básico de transmisión a los consumidores”.

por el desequilibrio entre su obligación por ofrecer y tomar servicios secundarios. También están las empresas eléctricas que consideran que la mayoría de los servicios complementarios están ligados a las generadoras, por lo tanto, éstos deberían poseer precios de mercado.

Los usuarios de los servicios secundarios están particularmente interesados en las influencias de los proveedores de servicios complementarios sobre el mercado, y de una potencial doble tarifa de estos servicios.

Por otro lado, la cantidad de servicios secundarios individuales identificados por varios sectores de la industria varía entre seis y cuarenta<sup>10</sup>; la distinción entre ellos está dada por los atributos de los mismos, en otras palabras, por la necesidad que representan en los SEP.

Dada la diversidad de opciones, es necesario responder algunas preguntas básicas para definir un mercado de servicios complementarios: Cuántos y cuáles son los SSCC que estarán en el mercado?; quién los provee?; es una obligación?, para quién?; quién los consume o utiliza?; cuál es el costo?; cuál es el precio? Las preguntas son obvias, las respuestas no lo son tanto.

Uno de los servicios complementarios indiscutido en los mercados de servicios complementarios es la oferta de reactivos y control de voltaje. En este sentido, el suministro de potencia reactiva<sup>11</sup> apoya la operación del sistema de transmisión, incluyendo la capacidad de ajustar en forma continua el voltaje de los nudos del sistema de transmisión en respuesta a los cambios del sistema, lo que de acuerdo con [Gome91] afecta directamente el nivel de pérdidas e indirectamente los márgenes de seguridad como límites de tensión, sobrecarga e inestabilidades.

---

<sup>10</sup> La FERC, por ejemplo, distingue como servicios complementarios: Reserva de regulación, reserva en giro, reserva suplementaria, desbalance de energía, oferta de reactivos y control de voltaje, y control del sistema, programación y despacho.

<sup>11</sup> El suministro de reactivos puede realizarse desde fuentes locales, fuentes de generación o fuentes de apoyo de reactivos.

Hasta hace algunos años no se hacía la distinción entre servicios secundarios y primarios<sup>12</sup>, los cuales permitían a las empresas obtener sus utilidades a través de la venta del conjunto de ellos. Inglaterra fue el primer país en implementar mercados eficientes de servicios secundarios, ya que al momento de producirse la desintegración vertical, los servicios complementarios quedaron en “tierra de nadie” y se vieron en la necesidad de crear un mercado paralelo. En este país se consideran en el mercado sólo algunos de los servicios complementarios: Suministro de reactivos, regulación de frecuencia, margen de operación y black start.

En países como Estados Unidos, la tendencia actual es realizar un análisis conceptual del sector eléctrico que descompone el negocio desde generación a distribución, tanto en servicios primarios como secundarios, y plantear para cada uno de ellos alternativas de suministro (nuevos mercados), requisitos técnicos, aspectos de seguridad que aportan al sistema, dejando abierto algunos aspectos de tarificación y regulación. El objetivo de esta descomposición es brindar las señales económicas adecuadas para el suministro a mínimo costo del servicio eléctrico.

En Latinoamérica, Argentina por ejemplo, el suministro y tarificación de reactivos, regulación de frecuencia y márgenes de reserva se encuentran totalmente regulados. Estos servicios complementarios son ofrecidos principalmente por los generadores.

En Chile, el suministro de servicios complementarios corresponde a un conjunto de decisiones que la autoridad legisladora dejó bajo la tutela del CDEC. Éste es el encargado de dictar los reglamentos (internos) de operación, planificación y valoración del suministro de servicios secundarios.

Sin embargo, no ha existido interés por parte de las empresas chilenas en proveer los servicios secundarios como tales, porque no están los incentivos económicos para ello, pues las empresas consideran sólo el beneficio de los servicios

---

<sup>12</sup> Los servicios primarios son los que están relacionados con el suministro de energía eléctrica: Capacidad de generación, suministro de energía y distribución de potencia activa.

primarios, a pesar del costo real que existe en suministrar los reactivos y regular frecuencia, por ejemplo.

Debido a esta falta de interés, la autoridad tampoco se ha interesado en legislar al respecto, sino que ha dejado la provisión de los servicios secundarios a cargo de los organismos que realizan el despacho, los cuales definen estos servicios a partir del parque existente.

Como ya se mencionó anteriormente, aún se está discutiendo en el Congreso la Ley Corta, donde se entregaría al CDEC la responsabilidad de identificar y definir los servicios que requiera el sistema, además de proponer los sistemas de remuneración para dichos servicios. La remuneración sería definida finalmente por el Ministro de Economía. El mismo CDEC sería el encargado de administrar las transferencias de servicios complementarios.

Se espera que por la vía reglamentaria o bien mediante el proyecto final de Ley Eléctrica o Ley II, se entreguen las herramientas suficientes para legislar y proceder con la creación de un mercado de servicios complementarios.

#### **1.4 El Problema de la Tarificación de Reactivos en Chile**

Periódicamente en nuestro país la Comisión Nacional de Energía (CNE), ente gubernamental responsable de la regulación del sector eléctrico nacional, debe realizar los estudios necesarios para determinar las tarifas eléctricas de nudo y de valor agregado de distribución a aplicar a las empresas concesionarias de servicio público de distribución por parte de las empresas eléctricas generadoras y a los consumidores finales por parte de estas últimas. Uno de los elementos incluidos en estas fijaciones tarifarias es el que se refiere a los recargos por consumo de reactivos, tanto a nivel de precios de nudo como a nivel de tarifas de distribución.

El sistema tarifario del componente reactivo en la generación ha mantenido una estructura básica por alrededor de cuatro décadas, en donde se considera un primer tramo de consumo en horas de punta, libre de cargo, y tramos adicionales con tarifas escalonadas para la energía reactiva. En este contexto, se efectuó una revisión de la tarifa durante el año 1984 para actualizar los cargos, sin

variación en la moneda corriente, desde la fijación de octubre de 1980. Posteriormente, en las fijaciones de octubre de 1989 y 1997 se modificaron los tramos tarifarios. Cabe destacar que recién en la última fijación de octubre de 2003 se comenzó a exigir la medición horaria en los puntos de compra de las empresas distribuidoras y se distinguieron tres niveles de tensión.

Inicialmente, en el Sistema Interconectado Central (SIC) por ejemplo, el tramo libre de cargo de los años anteriores a 1989 (0 - 40%) y el de 1989 a 1994 (0 - 30%) se justificaba dado que, a ese nivel de consumo, los reactivos podían ser proporcionados por el propio sistema (generadores y líneas de transmisión), sin derivar en un costo adicional para el mismo. Sólo en los tramos superiores se debía recurrir a los equipos compensadores de reactivos (bancos de condensadores estáticos o condensadores síncronos). Sin embargo, la situación del SIC ha cambiado considerablemente, puesto que la mayor parte de los reactivos que solicitan los clientes a las empresas generadoras, debe ser proporcionada por éstas mediante equipos compensadores.

La razón fundamental de este cambio en el SIC se debe a que el sistema generación-transmisión se encuentra relativamente adaptado a la demanda, siendo exigido por las cada vez mayores transferencias de bloques de energía desde el sur al centro y norte del país. Esto conlleva a importantes inversiones en bancos de condensadores para apoyar dichas transmisiones a objeto de mantener la calidad y seguridad del servicio.

Por otra parte se ha detectado un aumento significativo en la demanda de reactivos de algunas áreas de distribución. Lo anterior se ha manifestado en un déficit de reactivos que ha obligado en varias oportunidades a poner en servicio los condensadores asociados al sistema de alta tensión, los cuales deberían servir sólo como respaldo para situaciones de contingencia y no para suministrar reactivos a las áreas de distribución. La necesidad de exigir mayores aportes de reactivos a las diversas centrales generadoras aumenta las pérdidas de transmisión, reduce las transferencias máximas de las interconexiones y en muchos casos obliga a operar centrales generadoras de mayor costo de producción con el sólo objeto de generar mayores reactivos.

Es evidente, entonces, la importancia económica de la potencia reactiva dentro de los sistemas eléctricos por su relación con la estabilidad, aumento de pérdidas en operación y la necesidad de mantener un perfil de tensiones aceptable. Sin embargo, la preocupación de los agentes y del regulador del sector eléctrico a nivel mundial por encontrar señales económicas eficientes no ha sido la esperada.

De hecho, no se tiene hasta la fecha una tarificación racional de reactivos, en términos de que la señal de precios tenga relación con el perjuicio económico provocado por el consumo de ellos. Más bien, lo que se hace actualmente es fijar a los clientes cuotas de potencia reactiva máxima de consumo, que si no cumplen deben pagar las multas respectivas.

Según algunos autores [Baug91], el desinterés en considerar la señal de potencia reactiva se debe principalmente a la dificultad para entender el concepto por parte de los economistas. Esto se refleja en la aplicación de políticas de tarificación ineficientes pese a las investigaciones y desarrollos teóricos que existen sobre el tema.

## **1.5 Revisión Bibliográfica**

Los estudios referentes a costo marginal de potencia reactiva se han desarrollado principalmente en la última década, debido a la competencia en los mercados eléctricos provocada por la desregulación de los mismos. La teoría concluye que la señal más eficiente corresponde al precio spot o precio “instantáneo”, concepto que no ha sido muy desarrollado en Chile ni en el mundo en general.

Por ejemplo, uno de los primeros estudios en el tema de precios spot es el de [Cara82], en que se plantea que tanto la energía activa como la reactiva deberían tener un precio diferente en cada punto de la red de transmisión, lo que implicaría que los usuarios de la red verían continuamente dos precios.

Más específico es [Baug91], que concluye que el precio en tiempo real de la potencia reactiva debería desarrollarse simultáneamente con el de potencia activa para una máxima eficiencia económica y operación estable del mercado eléctrico.

[Hoga93] reafirma estos conceptos e introduce el tema de congestión en las líneas de transmisión debido a las restricciones de voltaje en las barras del sistema, lo que explica la importancia de incluir en un esquema de precios el concepto de potencia reactiva. Una de las conclusiones interesantes de este estudio es que en presencia de restricciones de voltaje no se puede aplicar un modelo de flujo DC, y por ende, en esas condiciones es necesario modelar el flujo AC para calcular los precios spot de potencia activa y reactiva.

Por otro lado, [Alva96] caracteriza esta literatura como poco práctica, ya que considera sólo la demanda estática de potencia reactiva. La dificultad está en que, debido a los altos costos o la imposibilidad de transportar la potencia reactiva a través de largas distancias, los mercados de potencia reactiva sean geográficamente pequeños, y sean finalmente los generadores quienes provean el servicio localmente. Además, revisa y evalúa metodologías de tarificación de potencia reactiva en Estados Unidos<sup>13</sup>. Es así como concluye que para la determinación de precios eficientes de potencia reactiva se debe diferenciar entre cargas dinámicas y estáticas, ya que los costos de suministro de éstas son extremadamente diferentes. Para esto define lo que denomina “costos marginales capitales” del servicio de potencia reactiva como la base de precios eficientes, costos que reflejan las inversiones de largo plazo.

Por último, más práctico es [Chat95] que formula un flujo óptimo de potencia modificado con el objetivo de planificar las inversiones en fuentes de reactivos. Propone un esquema de precios de potencia reactiva, con una componente fija para recuperar los costos de inversión y otra componente en tiempo real que refleja los costos operacionales en los que debe incurrir la empresa que realiza la inversión cuando se requiere del suministro de reactivos en el sistema.

En Chile, pese a que se tiene un sector eléctrico desregulado, aún no se han aplicado los estudios existentes al sistema de tarificación de reactivos. En la

---

<sup>13</sup> Son métodos utilizados hasta antes de que interviniera la FERC al respecto. En todo caso se mencionan en el punto 3.4.

práctica, se han analizado los problemas y el sistema se ha ido adaptando de acuerdo a las necesidades e inquietudes que las mismas empresas del sector, principalmente las generadoras del SIC, presentan a la CNE.

ENDESA comenzó con los estudios a comienzos de los 90', aludiendo a que el sistema tarifario no representaba adecuadamente los recursos que se utilizaban para suministrar reactivos [Ende91a]. De acuerdo a este estudio, en 1991 propuso como primera etapa, modificar el tramo libre de cargo de 0-30% a 0-10%, ya que a partir de ese nivel de consumo ( $Q/P = 10\%$ ) el sistema requería, en ese entonces, del aporte de condensadores estáticos para satisfacer las necesidades de potencia reactiva de los consumos [Ende91b].

Adicionalmente, se solicitó un aumento del límite del factor de potencia promedio mensual de 0,85 a 0,90 para entregar una señal adecuada en los meses fuera de punta. La segunda etapa consistía en desarrollar a futuro un esquema de cargo por demanda máxima reactiva con condiciones de aplicación similares a las de la demanda máxima leída de potencia activa.

Posteriormente, en 1993 se realizó un análisis del comportamiento de las entregas de reactivos desde el Sistema Troncal a la Región Metropolitana [Ende93] con el fin de conocer la respuesta al sistema tarifario. Se elaboró una curva de valores horarios, representativa del promedio de los días de trabajo de cada mes. Se graficaron cuatro curvas representativas de la entrega horaria real de reactivos, el monto libre de cargo (30% y 20%), y una simulación de la operación de los condensadores disponibles del cliente de acuerdo a criterios definidos a priori. A partir de las curvas observadas, se puede decir que en las horas de punta (19 a 23 hrs., de Mayo a Septiembre) el cliente aumenta la producción local de reactivos, de modo de no superar el límite libre de cargo (en ese momento, 30% de la demanda activa). Fuera de las horas de punta existe un notable aumento de la entrega de reactivos desde el sistema troncal.

Colbún S.A. realizó en 1994 un análisis de las restricciones del SIC derivadas de la demanda de reactivos en el centro de carga (Chilmetro-Chilquinta) [Colb4], con el objeto de encontrar la demanda máxima a abastecer sin generación térmica. El estudio demostró que el mejoramiento del factor de potencia en el centro

de carga puede aumentar considerablemente la demanda de potencia capaz de ser abastecida sin generación térmica y además, aumenta la capacidad de transmisión por el sistema de 500 kV. Otro aspecto destacado resultó ser la infactibilidad de instalar potencia reactiva cerca de los consumos por problemas de sobretensión en los puntos de conexión. Además, los factores de potencia actuales hacen imposible abastecer la demanda máxima sin generación térmica. Finalmente, se señala que la modificación del tramo libre de cargo de energía reactiva de 30% a 20% no soluciona el problema, puesto que se requeriría de un cargo por potencia reactiva en los momentos críticos del sistema, como pueden ser la hora de demanda máxima o la de demanda de medio día.

En 1996, Transelec planteó una reglamentación con distintos niveles de factor de potencia [Tran96a]. Se debiera especificar un Fp1 para que las distribuidoras puedan controlar el factor de potencia de sus consumidores finales, un Fp2 más alto para las compras que estas empresas hagan a nivel de 13 ó 23 kV, y un Fp3 aún más alto para las compras en tensiones superiores. Fp2 y Fp3 deben ser exigibles en todas las horas. El valor adecuado de Fp2 dependería de las estadísticas actuales de las multas que han aplicado las distribuidoras con  $Fp1 = 0,85$ . El valor de Fp3 debiera ser 0,98, bajo el concepto general de que en su sistema debe instalarse compensación de los reactivos que sus propias instalaciones consumen/generan, pero no para compensar consumos de reactivos de sus usuarios.

En los últimos tres años, más que estudios, se han resuelto divergencias respecto al tema de suministro de reactivos. Las Resoluciones Ministeriales han planteado una metodología de compensación para quienes provean potencia reactiva de parte de quienes resultan beneficiados por este suministro. Sin embargo, por un tema de simplicidad, los costos que se buscan compensar, sólo se refieren a la producción de potencia o energía activa.

En resumen, todos los estudios en Chile concuerdan en los problemas de la actual tarificación de reactivos, pero ninguno da una señal económica clara que implique compartir correctamente los costos entre consumidores finales, distribuidores, transmisores y generadores, y que a su vez los incentive a modelar óptimamente su consumo o sus inversiones en compensación de reactivos.

## **1.6 Objetivos del Estudio**

Como se ha planteado hasta ahora, el problema de los reactivos a nivel de generación, transmisión y distribución tiene un carácter penalizador en Chile, por cuanto es tratado como una infracción al orden establecido, pero en realidad se trata simplemente de la falta de un método eficiente que logre determinar la señal tarifaria adecuada.

Es por ello que el objetivo final de este estudio es desarrollar un modelo que permita obtener un costo marginal por barra de la potencia reactiva a fin de que éste pueda ser utilizado en la fijación de precios de reactivos, como una señal económica clara que sería beneficiosa para el sistema eléctrico tanto a nivel generación-transmisión como a nivel de distribución.

Para ello es que se desarrolla una metodología basada en un flujo de potencia óptimo, que tiene como función objetivo minimizar los costos de generación, sujeto a las restricciones de las ecuaciones del flujo de carga modificadas por los taps de transformadores, límites de generación de potencia activa y reactiva, límites de tensión, límites de flujo por las líneas de transmisión y límite de taps de los transformadores.

Los objetivos generales del estudio se pueden resumir en:

- a) Desarrollo de un modelo matemático que represente las variables de interés en el problema de control de voltaje y suministro de reactivos.
- b) Implementar el modelo en forma computacional, de manera que éste pueda servir en la práctica como señal económica en el servicio de reactivos.
- c) Validar el modelo y los resultados obtenidos mediante la realización de pruebas en sistemas reales.

## **1.7 Contenido del Trabajo**

En el presente capítulo se introduce el tema de la desregulación de los mercados eléctricos, para lograr un mejor entendimiento del mercado de los servicios

complementarios, y más específicamente el concepto de valoración de la potencia reactiva. Se define la problemática que enfrenta Chile respecto a la tarificación de potencia reactiva, desde el punto de vista de las empresas generadoras, y por ende lo que motiva la realización de esta investigación. También se revisan los estudios teóricos que refuerzan los conceptos relacionados con potencia reactiva que se requieren tener en cuenta en un modelo de programación.

En el Capítulo II se dan a conocer algunos conceptos básicos que se necesita tener presentes respecto de la potencia reactiva, y su importancia técnica en la operación de los sistemas eléctricos.

El Capítulo III presenta los sistemas que se utilizan actualmente para tarificar reactivos en distintos países con sectores eléctricos desregulados.

En el Capítulo IV se revisa inicialmente el método de Flujo de Potencia Óptimo (OPF), para luego presentar el modelo matemático desarrollado en este trabajo, con las correspondientes consideraciones técnicas y aproximaciones matemáticas.

En el Capítulo V se aplica el programa con dos sistemas: Uno corresponde a un sistema ejemplo de dos barras; el otro corresponde a un sistema de 6 barras del libro “Power, Generation, Operation and Control” de Wood y Wollenberg (1996).

En el Capítulo VI se entregan y analizan los resultados obtenidos en los dos sistemas estudiados.

En el Capítulo VII se dan las conclusiones del trabajo y se agregan las proyecciones futuras del mismo. Esta segunda parte corresponde más bien a un análisis crítico, en el sentido de mejorar y completar este trabajo con estudios más específicos, con el fin de lograr una señal de precio técnica y económicamente más cercana a la realidad.

## **II. CONCEPTOS RELACIONADOS CON POTENCIA REACTIVA**

### **2.1 Confiabilidad y Seguridad de los Sistemas Eléctricos**

La seguridad con la que se entrega el servicio en un sistema eléctrico de potencia se denomina confiabilidad. En la operación de un SEP deben establecerse y aplicarse los criterios de seguridad, de tal forma que se garantice la calidad del suministro de energía eléctrica. Ahora bien, la calidad de servicio se refiere tanto a la continuidad del servicio como a la estabilidad de frecuencia y de tensión. Es en este último ítem en donde la inyección y/o absorción de reactivos tiene gran influencia.

Los criterios de seguridad deben estar insertos en las distintas etapas de análisis de la planificación y de la operación del sistema eléctrico. Es decir, se deben tener en cuenta estos criterios cuando se planifican las inversiones en centrales y en el sistema de transmisión, y cuando se opera el sistema ya sea instantánea o anualmente.

Por ejemplo, uno de los criterios de seguridad de servicio se refiere a los márgenes de producción de potencia reactiva de las unidades generadoras. Aunque los costos (directos) de producción de las centrales, que están despachadas económicamente, son los menores de entre los medios disponibles, su uso debe quedar restringido por condiciones de seguridad en la operación, ya que tal como siempre debe existir reserva en giro, es también necesario contar con reserva de potencia reactiva de regulación. Ésta corresponde a márgenes no utilizados de potencia reactiva en unidades generadoras que quedan disponibles para afrontar contingencias, ya sea de otra unidad generadora, del sistema de transmisión o de variación en los consumos.

#### **2.1.1 Colapso de Tensión**

Este término específico comenzó a usarse en los últimos años en la industria eléctrica. En redes fuertemente cargadas pueden producirse situaciones con efecto de autorealimentación en que la demanda requiere más reactivos y la red no está en condiciones de suministrarla.

Los transformadores con regulación automática de tensión tienden a mantener constante la tensión de alimentación a la demanda. Si se produce alguna contingencia que reduce la tensión de un área del sistema eléctrico, estos transformadores tenderán a restablecer la tensión a la demanda incrementando consecuentemente el consumo de reactivos desde la red, simultáneamente los generadores de otras áreas incrementarán su excitación cargando aún más las líneas, produciéndose un mayor consumo de potencia reactiva de las mismas. Todas estas acciones pueden disminuir nuevamente el nivel de tensión del sistema de transmisión.

Si el ciclo descrito se repite nuevamente, sin que se tomen medidas al respecto, se estaría entrando en el fenómeno denominado colapso de tensión, provocando la pérdida total del suministro en el área.

El colapso de tensión puede sobrevenir en tiempos relativamente cortos que pueden variar desde segundos hasta minutos.

Las acciones preventivas de este fenómeno, provocado por el déficit de reactivos, son las siguientes:

- a) Mejoramiento del factor de potencia de la demanda.
- b) Aumento de la reserva de reactivos en el sistema de transmisión cerca de las áreas de demanda.
- c) Disminución de la carga en líneas de transmisión.

Las acciones correctivas, orientadas a controlar el fenómeno una vez iniciado, pueden ser:

- a) Instalación de automatismos de desconexión de reactores
- b) Corte de carga parcial por subtensión en áreas deficitarias.

## 2.2 Concepto de Potencia Reactiva

El concepto de potencia reactiva es vago y confuso, sin embargo su significado físico puede ser asociado a la razón a la cual la energía es entregada a capacitancias e inductancias ideales para incrementar el voltaje y la corriente, respectivamente. Esto es físicamente análogo a la potencia requerida para cambiar la velocidad de una máquina rotatoria ideal.

Energía Cinética	Energía Inductiva	Energía Capacitiva
$E_K = \frac{1}{2} J\omega^2$	$E_L = \frac{1}{2} Li^2$	$E_C = \frac{1}{2} Cv^2$
$P_K = J\omega \frac{d\omega}{dt}$	$P_L = Li \frac{di}{dt}$	$P_C = Cv \frac{dv}{dt}$

En otras palabras, el concepto de potencia reactiva surge de la introducción de elementos no lineales, como capacitancias e inductancias, en las redes eléctricas que hacen al ángulo de potencia  $\phi$  distinto de cero<sup>14</sup>. Algunos de estos elementos surgen de máquinas eléctricas tales como motores y transformadores, y otros de fenómenos naturales tales como el efecto pelicular y el efecto de condensador de las líneas de alta tensión.

El coseno del ángulo  $\phi$  es comúnmente llamado factor de potencia, y entre menor es su valor, mayor es la cantidad de reactivos que fluye. Cabe señalar que tanto una carga inductiva como una generación sobreexcitada implican un factor de potencia en atraso y por lo tanto, un ángulo  $\phi$  negativo (tomando como referencia el fasor del voltaje). La Figura 2.1 representa lo recién explicado.

---

<sup>14</sup> El ángulo de potencia  $\phi$  es el resultado de la aplicación de la ley de Ohm en los elementos donde se aplica la onda alterna de voltaje.

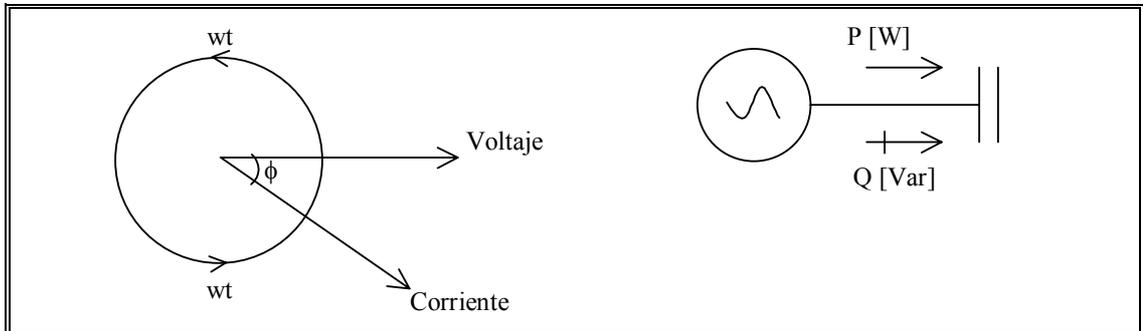


Figura 2.1: Factor de potencia en atraso

De la misma forma, si el factor de potencia es en adelanto, será como consecuencia de una impedancia capacitiva o un generador operando subexcitado, y por lo tanto un ángulo  $\phi$  positivo. Esto se puede apreciar en la Figura 2.2.

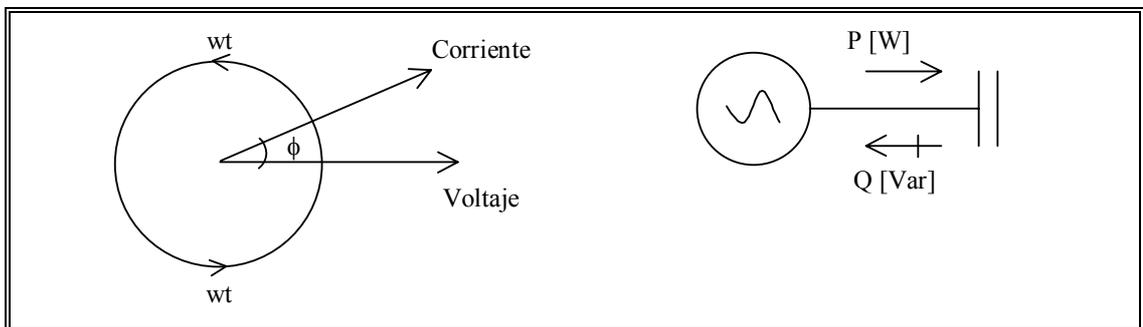


Figura 2.2: Factor de potencia en adelanto

En el caso de los signos de la potencia reactiva se utiliza la misma convención de la potencia activa, es decir, para el caso de potencia generada (generadores y fuentes shunt) se utiliza el signo positivo si se inyecta y el negativo si se retira. Por el contrario, en el caso de la potencia consumida se usa el signo positivo si se retira y el negativo si se inyecta. El resumen de esto se puede observar en las tablas 2.1 y 2.2.

Tabla 2.1: Signos de la potencia activa

Generación	Consumo
+ Generadores	+ Demanda de consumidores
	+ Transformadores
	+/- Intercambios

Tabla 2.2: Signos de la potencia reactiva

Generación	Consumo
+ Generadores	+/- Demanda de consumidores
+ Condensadores shunt	+ Transformadores
- Reactancias shunt	+/- Intercambios
+/- Generadores estáticos	

### 2.3 Acoplamiento entre Voltajes y Potencia Reactiva

Debido a la naturaleza de las restricciones y los valores que toman las variables en los sistemas eléctricos, se produce un acoplamiento dominante entre los voltajes y los flujos de potencia reactiva, y entre los ángulos y los flujos de potencia activa.

Para ilustrar este efecto, se hace un análisis considerando el sistema simple de la Figura 2.4.

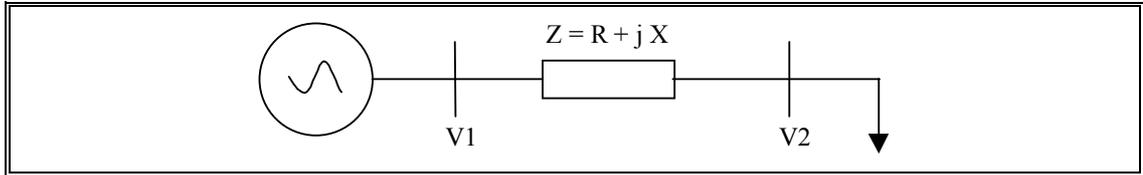


Figura 2.4: Sistema de dos nudos

Considerando que la impedancia de las líneas de transmisión es esencialmente inductiva, es decir,  $X$  es mucho mayor que  $R$ , se puede hacer la siguiente aproximación:  $Z = jX$ .

El voltaje en el nudo 2 es entonces

$$V_2 = V_1 - I \cdot Z \approx V_1 - I \cdot j \cdot X \quad (2.1)$$

De la figura se puede estimar que:

$$I \approx \frac{P - j \cdot Q}{V_1} \quad (2.2)$$

Con lo que reemplazando esta corriente en la expresión 2.1 se obtiene:

$$V_2 = V_1 - \frac{(P - j \cdot Q)}{V_1} j \cdot X = V_1 - \frac{X \cdot Q}{V_1} - \frac{j \cdot X \cdot P}{V_1} \quad (2.3)$$

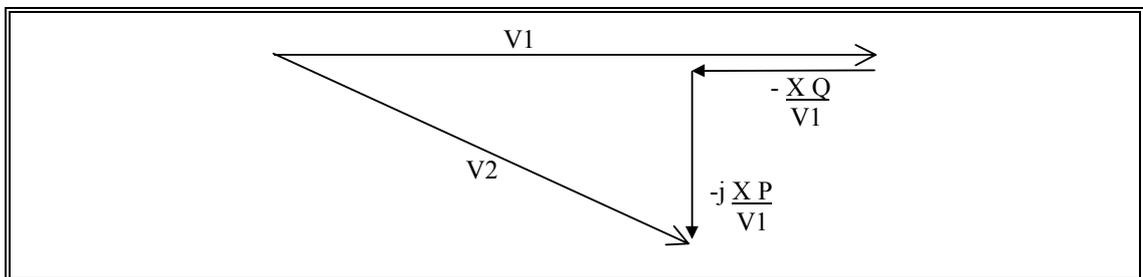


Figura 2.5: Acoplamiento  $Q/V$

De lo anterior se deduce que variaciones en la potencia reactiva actúan directamente en el eje del voltaje, influyendo en  $V_2$  a través de una función coseno. Por su parte, la potencia activa influye sobre el voltaje a través de un factor seno, el que aplicado a los ángulos de desfase entre  $V_1$  y  $V_2$  da muy pequeñas variaciones.

#### 2.4 Producción y Consumo de Potencia Reactiva

Es necesario tener en cuenta que el consumo de potencia reactiva en los sistemas alternos es una condición inherente al consumo de energía eléctrica en términos de potencia activa, por lo tanto debe considerarse como un elemento que debe ser producido para que pueda ser consumido.

Teniendo presente lo anterior, se indican a continuación las etapas involucradas en la producción y consumo de energía eléctrica en relación a la potencia reactiva:

Generadores	⇒	Producen potencia reactiva
Transmisores	⇒	Producen / consumen potencia reactiva en líneas, y consumen potencia reactiva en transformadores
Consumidores finales y empresas de distribución	⇒	Consumen potencia reactiva

Los montos de potencia reactiva que se pueden llegar a consumir se evalúan de una forma que es útil, y que en algunos países utilizan para relacionar los dos modos con que habitualmente se cuantifica el consumo de potencia reactiva, es decir, el factor de potencia y la razón entre el consumo de potencia reactiva respecto de la potencia activa.

Tabla 2.3: Relación FP- Q/P

Factor de potencia	Porcentaje de consumo de potencia reactiva respecto al consumo de potencia activa
0,85	62%
0,90	48%
0,93	40%
0,96	29%
0,98	20%
1	0%

Esta relación sirve simplemente para, dado un consumo de potencia activa, conocer el consumo máximo de potencia reactiva para mantener un cierto factor de potencia.

En cuanto a las características del consumo de potencia reactiva es importante notar que a nivel agregado de un sistema eléctrico, los mayores consumos no se producen en horas de demanda máxima de potencia activa, sino que son típicos de otras horas, tales como las demandas máximas de las mañanas y las horas de valle de las tardes. Estas características se originan en el tipo de consumos presentes a esas horas como consumos industriales y consumos residenciales de aire acondicionado y otros del mismo tipo.

## 2.5 Control de Tensión/Reactivos

Como ya se mencionó anteriormente, en los sistemas eléctricos existen diversos elementos que afectan los flujos de reactivos en una red. La naturaleza inductiva de consumos, líneas y transformadores conlleva a la necesidad de tener equipos para disminuir el flujo de reactivos y evitar que se sobrecargue el sistema con este tipo de energía “no aprovechable”.

El flujo de reactivos está directamente relacionado con el nivel de tensión en las barras del sistema, tal como se observó en el punto 2.3. Algunos

métodos empleados para regular las variaciones lentas de los voltajes dentro de un sistema eléctrico, de manera que se asegure una aceptable calidad de servicio, corresponden a inyección o absorción de potencia reactiva y el uso de cambiadores de derivación en transformadores de poder. Existen además otras formas, tales como las modificaciones de las reactancias de las líneas<sup>15</sup>, que no son analizadas en este estudio.

A continuación se señalan las características de algunos de los elementos que influyen en el flujo de reactivos y por ende en el control de tensión.

### **2.5.1 Líneas de transmisión**

La modelación más común de las líneas de transmisión es el circuito  $\Pi$ <sup>16</sup>, en la que se representa una impedancia serie (fuertemente inductiva) y dos admitancias shunt (fuertemente capacitivas). En la Figura 2.6 se puede observar lo descrito.

---

<sup>15</sup> Actualmente se están utilizando en el mundo los denominados FACTS (Flexible AC Transmission Systems), capaces de definir el camino por las líneas del flujo de energía y potencia; pueden aumentar o disminuir la impedancia de las líneas y variar los ángulos de desfase. La inversión en estos equipos es muy alta, sin embargo, puede llegar a ser un buen mecanismo de control especialmente en el ámbito de la interconexiones.

<sup>16</sup> Representa de mejor forma los efectos naturales de las líneas de transmisión.

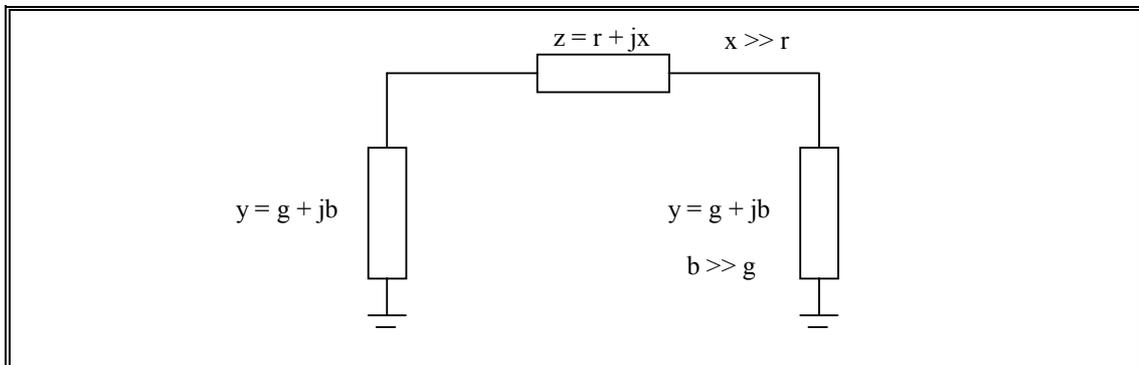


Figura 2.6: Circuito  $\Pi$  de una línea de transmisión

La principal característica del efecto shunt capacitivo de las líneas es que al aumentar el voltaje, los condensadores lo aumentan aún más. Por el contrario, al disminuir el voltaje el efecto capacitivo lo hace decrecer aún más. Este es un efecto desestabilizador propio de las líneas que se ve agravado con la longitud de las mismas.

Otra característica interesante de las líneas de transmisión es la relación  $X/R$  en su impedancia propia, la que varía de 5 a 15, lo que se traduce en que las pérdidas reactivas sean de 5 a 15 veces mayores que las activas en la línea.

Un tercer aspecto importante se refiere a las transferencias a través de la línea. Bajo su carga natural el exceso de reactivos que es generado debe ser absorbido por algún elemento cercano (reactor, consumo o algún generador que no tenga problemas de voltaje). El caso opuesto es cuando las transferencias están sobre la carga natural de la línea, y el déficit de reactivos debe ser suministrado por elementos capacitivos shunt o generadores.

### 2.5.2 Elementos shunt

Existe una gran variedad de elementos de tipo shunt que se utilizan con el fin de lograr una fuente de retiro o inyección de potencia reactiva. Condensadores y reactores ayudan a aumentar la capacidad de transmisión de las líneas y evitan el aumento de las pérdidas óhmicas en el sistema.

Ambos elementos, reactivos shunt y capacitivos shunt, poseen un efecto estabilizador en las redes debido a que si el voltaje a que están sometidos aumenta, su requerimiento de reactivos también aumenta haciendo decrecer el voltaje. Lo contrario ocurre si el voltaje disminuye, ya que consumen menos reactivos haciendo subir el voltaje.

### 2.5.3 Generador síncrono

Los generadores síncronos pueden ser operados para absorber o generar un amplio rango de potencia reactiva a un nivel de potencia activa constante. Su operación depende de los sistemas de excitación a los que esté sometido. Asimismo, sus niveles de reactivos están limitados por una serie de características del generador, tales como: Potencia activa máxima y mínima, intensidad máxima del estator, intensidad máxima y mínima de excitación y estabilidad. De esta manera se determina el área de operación del generador, la que se muestra en la Figura 2.7.

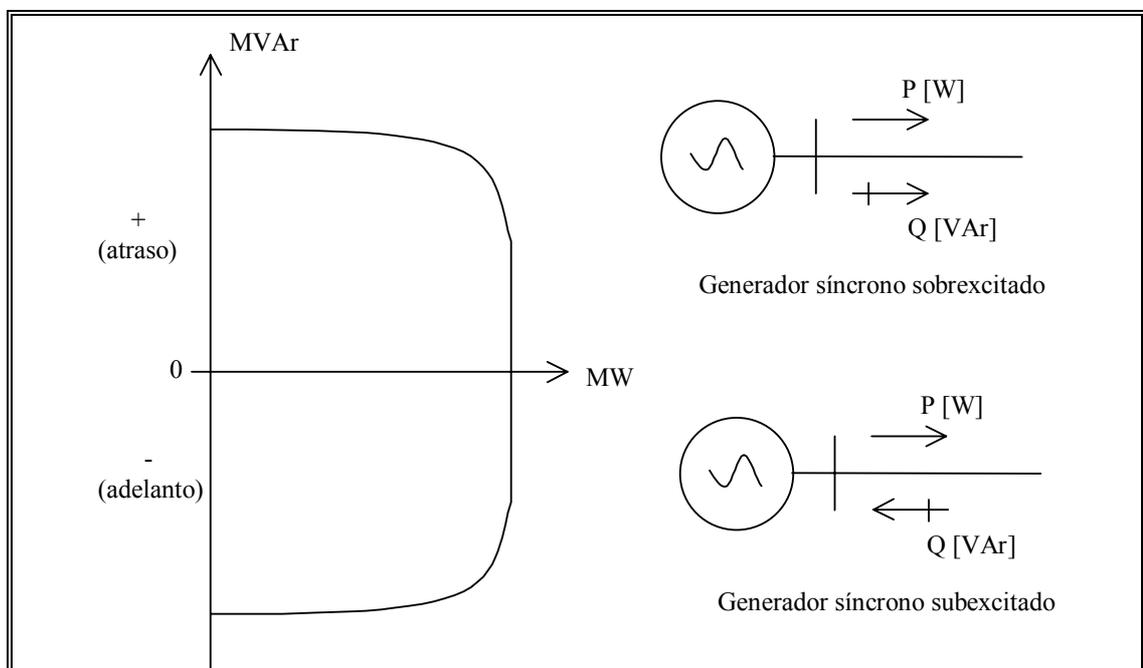


Figura 2.7: Operación del generador síncrono

La principal característica de estos generadores es que su potencia reactiva decrece si el voltaje del sistema aumenta, y esta disminución de flujo de reactivo del generador hace bajar el voltaje del sistema. Por el contrario, si se decrementa el voltaje del sistema, el flujo reactivo generado aumenta, por lo que se induce a un aumento del voltaje externo. Esta propiedad estabilizadora es más efectiva cuando los consumos están cerca de los generadores síncronos, y por ende más ineficiente para los puntos más alejados.

#### **2.5.4 Compensadores estáticos**

Los compensadores estáticos de reactivos (CER) son la contraparte moderna de los condensadores síncronos. Este tipo de aparato ha sido usado para resolver problemas de requerimientos de reactivos en muchos sistemas, sin embargo, sus características operativas son muy distintas a las de los condensadores síncronos y pueden provocar problemas en la operación del sistema. Por eso es necesario recordar que cuando un CER opera en su máximo de potencia reactiva es equivalente a un simple condensador, por lo que está sujeto a perder su nivel de salida de reactivos en función del cuadrado del voltaje.

#### **2.5.5 Transformador de regulación**

La estrecha relación entre la magnitud de los voltajes en las barras y el flujo de potencia reactiva hace que el uso de los transformadores con cambio de taps o derivaciones sean un efectivo control de reactivos<sup>17</sup>.

Como lo explica [Gome91] existen dos formas típicas de funcionamiento. Una en sistemas radiales, donde cumplen la tarea de ajustar el voltaje nodal frente a caídas y subidas de tensión por las variaciones de carga que se producen debido a la irregularidad de la curva de demanda. La segunda, en un sistema enmallado, donde además afectan los flujos de reactivos.

---

<sup>17</sup> No llegan a solucionar completamente el flujo de reactivos.

La reactancia de los transformadores con tap varía de manera importante con el cambio de éstos, sobretodo en los autotransformadores en que la variación porcentual puede alcanzar hasta un 50%. La impedancia de los transformadores es altamente inductiva, siendo 17 la razón X/R en el caso de un transformador común y 45 en un autotransformador.

Respecto a la modelación, un transformador convencional se puede incluir en un estudio de flujo de potencia simplemente agregando la impedancia del transformador a la línea de transmisión en donde se encuentra. Esta modelación se realiza de la misma forma que la línea de transmisión, mediante un circuito  $\Pi$ , como lo indica la Figura 2.8<sup>18</sup>.

Usualmente los cambios de tap son discretos, típicamente en incrementos o pasos de 0,625% a 1%. Esto dificulta el análisis matemático, por lo que normalmente se asumen variaciones continuas.

---

<sup>18</sup> Al utilizar esta modelación es importante tener precaución al elegir la barra de tensión controlable, y ser consistente para continuar con el análisis.

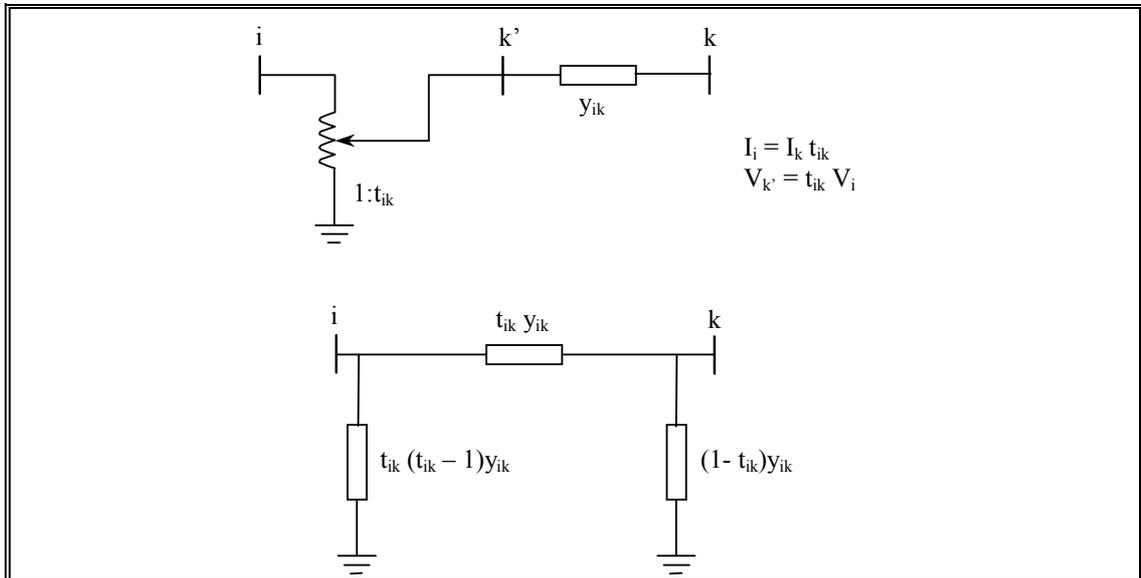


Figura 2.8: Circuito  $\Pi$  equivalente de un transformador con derivación

Este modelo, empleado en el estudio, tiene ciertas consideraciones importantes. Si bien es cierto la elección del sentido o elección del lado primario es arbitraria, una vez tomada la decisión se debe ser consecuente con el desarrollo de las ecuaciones. Nótese que:

$$\begin{aligned}
 Y_{ii} &= t_{ik} * y_{ik} \\
 Y_{ik} &= -t_{ik} * y_{ik} = Y_{ki} \\
 Y_{kk} &= y_{ik}
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

### 2.5.6 Consumos

Los distintos consumos presentes dentro de una red eléctrica requieren de potencia reactiva sólo para mantener campos eléctricos y magnéticos. Dicha potencia representa una carga adicional para todos los elementos y equipos necesarios en el proceso generación-distribución de energía, provocando generalmente una disminución en las tensiones de las barras.

Los consumos pueden ser representados por potencias activas y reactivas constantes, por impedancias, o como combinaciones de modelos representando

dependencias no lineales del voltaje. En el caso de la impedancia, es decir, una resistencia y una reactancia a tierra, la resistencia es un valor siempre positivo que puede cambiar de según la curva de carga del consumo, y la reactancia puede ser positiva o negativa, según la naturaleza del consumo. La mayoría de los consumos es de naturaleza inductiva, por lo que la reactancia generalmente es positiva. Es importante recordar que la razón entre la resistencia y la reactancia del consumo es el valor conocido como coseno  $\phi$  o factor de potencia. La representación del consumo o carga vía impedancia se puede apreciar en la Figura 2.9.

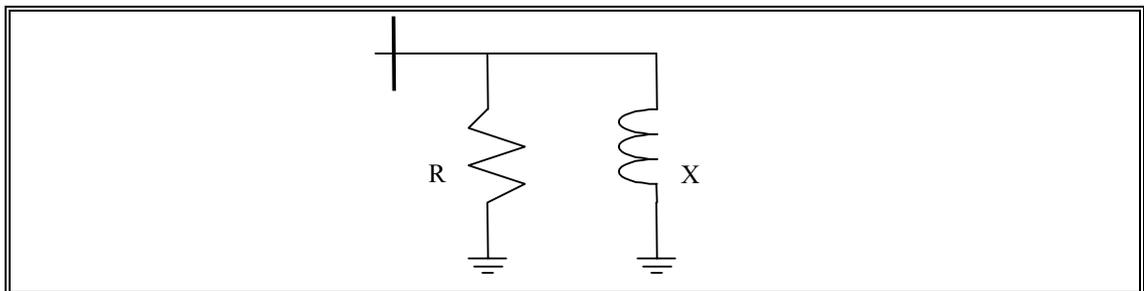


Figura 2.9: Modelo de un consumo

### **III. SISTEMAS DE TARIFICACIÓN DE REACTIVOS**

La interpretación de la industria eléctrica como un mercado en que se aplican las leyes de libre competencia y de tarificación libre marginalista en el sector generación, sumado a la competencia con empresas modelos en el caso del sector distribución, ha llevado a que en los últimos años haya surgido la necesidad de conocer los costos y precios en forma cada vez más transparente e inmediata. Sin embargo, es de claro consenso entre los integrantes de los mercados eléctricos que estas señales en tiempo real son de muy difícil obtención desde el punto de vista técnico.

En general, los sistemas con largas líneas de transmisión, en particular los sistemas interconectados de Chile, el SIC y el SING, requieren de una planificación cuidadosa de la operación debido a los grandes intercambios de potencia reactiva. Los operadores deben poner especial interés en mantener la estabilidad y un perfil aceptable de voltajes en el sistema. Por otro lado, es sabido que en todo tipo de sistemas los flujos de reactivos afectan tanto la estabilidad como el nivel de pérdidas de potencia y energía activa, por lo que las señales de precio derivadas de la potencia reactiva (como el costo marginal de ésta) son parámetros de sumo interés para los analistas. De hecho, en los distintos países en que se ha desregulado el sector eléctrico, se ha desarrollado la inquietud por encontrar un método de tarificación eficiente, razonable y transparente respecto de la energía y potencia reactiva.

A continuación se presentan los sistemas de tarificación de reactivos de algunos países, incluyendo en algunos además el método de control que tienen sobre los reactivos.

#### **3.1 Chile**

El sistema de tarificación de reactivos actualmente vigente en Chile comprende dos tipos de recargo: El factor de potencia medio mensual y el factor de potencia, en función de la razón horaria Q/P. En el Anexo A se presenta el texto del decreto publicado en el Diario Oficial de octubre de 2003.

El primero, es el método de tarificación según tramos de la razón Q/P, y consiste en medir horariamente, en cada uno de los puntos de compra de toda empresa distribuidora, la energía activa y reactiva aplicándose cargos a distintos tramos que dependen de: El costo unitario del kVAr en bancos de condensadores estáticos, el factor de recuperación de capital (15 años, 15% de interés) y el número de horas de utilización de dichos bancos.

El segundo es el método de tarificación según factor de potencia medio mensual que obliga a los consumidores, frente a los distribuidores, a no bajar su factor de potencia de 0,93 inductivo. Si no mantienen esta condición, se recarga en 1% la factura total, por cada 0,01 de variación en que dicho factor baje de 0,93, produciendo distintos costos unitarios por kVAr para clientes abastecidos de una misma fuente de reactivos.

Uno de los problemas de este método de tarificación surge de la ambigüedad de los precios de energía reactiva que se le da a los distintos tramos. No es clara la forma ni los datos que se utilizan para calcular los distintos precios.

La segunda deficiencia es que cualquiera de los dos recargos que se aplique<sup>19</sup>, ninguno considera el consumo neto de potencia reactiva, sino más bien la relación de ésta respecto del consumo de potencia activa. El efecto negativo que produce el consumo de potencia reactiva no se ve reflejado en la facturación final. Por ejemplo, considérese dos consumidores conectados a una misma fuente de reactivos o a una misma barra, por ende con el mismo costo de potencia reactiva. Si el mayor consumidor de potencia reactiva mantiene el factor de potencia exigido, no se le recarga su facturación mensual. Por otro lado, si el cliente que consume una cantidad mucho menor de potencia reactiva no mantiene su factor de potencia, se le recarga su facturación mensual con un precio que se supone deriva del costo de producir los reactivos (sea cual sea el medio), es decir, depende de cuánto consuma el otro cliente.

---

<sup>19</sup> En la facturación final de cada mes (de potencia activa) se agrega el recargo de energía reactiva que resulte más alto.

Por último, la tarificación por tramos de energía reactiva no considera la diversificación geográfica de los consumos. El costo por el consumo de un kVAr adicional no tiene por qué ser el mismo en todos los nudos del sistema, por lo tanto no se debería pagar de manera equivalente.

Como consecuencia, este sistema de tarificación, o más bien penalización, ha causado conflicto entre las empresas del sector eléctrico en la discusión de quién y en qué forma se debe resolver el problema y la cuota de responsabilidad que le cabe a cada miembro del sistema, sean consumidores, distribuidores, transmisores o generadores.

Las empresas generadoras, por ejemplo, señalan los siguientes problemas como los más recurrentes:

- Despacho de centrales térmicas locales poco económicas con el solo objeto de compensar los reactivos que se consumen en áreas específicas donde existe concentración de clientes.
- Consumo de reactivos distanciados de la generación remota de reactivos, produce inestabilidad, limitación de capacidad de generadoras remotas y aumento de pérdidas.

Tal vez sea el primer punto el que trató de resolver, entre otras cosas, el Ministro de Economía Fomento y Reconstrucción en su Resolución Ministerial Exenta N° 39 de mayo de 2000. El tema básico sometido a divergencia en el CDEC-SING fue la existencia de mínimos técnicos y su efecto en los costos marginales del sistema. La RM resolvió que los mínimos técnicos no marginan, sin embargo, “dependiendo de la razón que origina la operación a mínimo técnico de una central, su propietario debe recibir una compensación por el sobre costo en que incurre como, asimismo, quienes resulten perjudicados en sus ingresos. Esta compensación debe provenir de quienes se benefician por la operación a mínimo técnico”. Y una de las razones efectivamente consideradas es la operación a mínimo técnico de una central para permitir que el sistema dé suministro a alguna zona específica por requerimiento de generación local de reactivos. “Se entiende que los agentes que requieren de esta operación son las empresas generadoras que tienen contratos de

suministro en ella, de modo que ellas deben hacerse cargo del mayor costo neto de operación del sistema, a prorrata de dichos compromisos de suministro. A fin de analizar los costos en que incurre el sistema, se debe analizar la operación con y sin estas restricciones. Los agentes que en la situación real se vean beneficiados respecto de la situación sin restricción deben reintegrar dichos beneficios a los agentes que en la misma comparación resulten perjudicados. Las empresas que tienen compromisos de suministro en la zona deben efectuar los pagos restantes que correspondan, a fin de que los agentes inicialmente perjudicados permanezcan neutros. En el caso específico en que la generación local a mínimo técnico obedece a requerimiento de reactivos en la zona, la solución definitiva debe provenir de una tarificación de estos reactivos, debiéndose efectuar las reliquidaciones futuras que correspondan en caso que esta solución no sea equivalente a la que se obtenga con dicha tarificación de reactivos.”

Desde Julio de 2000, la Dirección de Operación ha aplicado la RM Exta. N° 39 de acuerdo a su interpretación<sup>20</sup>. Sin embargo, esta resolución ha dado cabida a diferentes interpretaciones de las empresas del CDEC-SING, dependiendo obviamente de su posición en el mercado spot (deficitaria o excedentaria). Estas interpretaciones se han discutido ampliamente al interior del CDEC-SING, incluso llegando a generar una nueva divergencia debido a la aplicación de la RM Exta. N° 39 hecha por la Dirección de Operación.

A pesar de todas las discusiones que se han generado en torno a la RM Exta N° 39, está ha sido una buena solución a las distorsiones que genera en el costo marginal el despacho de unidades operando a mínimo técnico. Lamentablemente, desde la aplicación de la RM Exta N° 39, no se ha dado ninguna situación de despacho de unidades para generación local de reactivos en el SING. O, lo que también es factible, no se han querido identificar las situaciones en que esto sucede.

---

<sup>20</sup> El Ministro ordenó aplicarla retroactivamente desde Julio de 1999, fecha desde la cual las transacciones entre los integrantes del CDEC-SING se realizaron a un promedio de costos marginales definidos por cada empresa.

Es claro que la teoría de la RM Exta. N° 39 es una buena señal de querer transparentar los costos de operación y un probable camino a un mercado de servicios secundarios o complementarios, sin embargo, es también evidente que es una aproximación que debe seguir discutiéndose y por lo tanto no es una solución definitiva, en particular en lo que se refiere a la generación reactivos.

En el caso de las empresas distribuidoras, la preocupación real comenzó a partir de la última fijación de precio de nudo en octubre de 2003. En ella se comenzó a exigir la medición horaria de la razón Q/P en todos los puntos de compra. Esta nueva metodología, más que incentivarlos, los ha obligado a invertir en equipos compensatorios de potencia reactiva.

### **3.2 Argentina**

En Argentina, todos los agentes reconocidos del Mercado Eléctrico Mayorista (MEM) son responsables por el control de la tensión y del flujo de potencia reactiva en sus puntos de intercambio con el MEM.

Los generadores, transportistas, distribuidoras troncales, distribuidores y grandes usuarios tienen distintos compromisos respecto de su operación en el sistema (suministro de potencia reactiva, tensión en barras, valores acordados de factores de potencia límite para horas de punta, valle y restantes).

En el Anexo 4 de “Los Procedimientos”<sup>21</sup> se indican las obligaciones que deben cumplir los agentes del MEM. Por ejemplo, en la frontera entre el transportista y el distribuidor o GUMA, el factor de potencia debe ser como mínimo 0,95 en horas de resto o peak. Esto implica que, para una demanda de 10 MW, el valor máximo a tomar de potencia reactiva es de 3,29 MVar. Los excedentes sobre este valor se denominan “reactivo faltante”.

---

<sup>21</sup> Se encuentran en la página web de CAMMESA: <http://www.cammesa.com.ar>

También establece que los generadores deben entregar o absorber la potencia reactiva de su curva de capacidad P-Q cuando así se lo requiera el OED (Organismo Encargado del Despacho) en la operación diaria<sup>22</sup>.

Por otro lado, se definen las bandas en que debe estar la tensión del sistema para asegurar la calidad de servicio del mismo. Ellas son: +/- 3 % para 500 kV, y +/- 5 % para 220 y 132 kV.

Adicionalmente, el Procedimiento Técnico N° 5 impone a los transportistas y/o agentes que cumplen tal función, realizar estudios y análisis para prever el control de tensión y el manejo de la potencia reactiva en el SADI (Sistema Argentino de Interconexión), los que se incluyen en cada programación estacional para conocimiento de todos los agentes.

En esas ocasiones, los agentes deben declarar en que nodo del sistema no podrán cumplir con los compromisos que rigen en el Anexo 4, tanto por indisponibilidad del equipamiento dedicado como por falta de las reservas correspondientes. En la operación real, utilizando el Sistema de Operación en Tiempo Real (SOTR), CAMMESA controla el comportamiento de los agentes en sus nodos de interconexión, a los efectos de detectar apartamientos no previstos que puedan poner en riesgo la calidad de servicio en el SADI. Simultáneamente, se controla la operación dentro de las bandas de tensión y el cumplimiento de la curva de capacidad P-Q de los generadores.

De la evolución de las declaraciones de reactivo faltante realizadas por los agentes del MEM en las programaciones estacionales se extraen las siguientes conclusiones:

- a) La declaración de los distribuidores refleja la estacionalidad de la demanda, es decir, sube en los dos trimestres que incluyen el verano, siendo dichos agentes los que mayor faltante han declarado.

---

<sup>22</sup> Permanentemente sobre el 90% del límite de capacidad reactiva, y transitoriamente el 100% durante 20 minutos continuos con intervalos de 40 minutos.

- b) La declaración de reactivo faltante por parte de los distribuidores ha ido disminuyendo progresivamente.
- c) Los generadores fueron mejorando notablemente el estado de sus unidades, reduciendo sus restricciones de generar reactivo a menos del 20 % de su máxima declaración.

La falta de cumplimiento de los compromisos asumidos por los agentes del MEM con respecto al control de tensión y potencia reactiva dará lugar a la aplicación de sanciones, las que se definen en dos niveles:

- a) Cargo de reactivo: Cuando los incumplimientos de sus compromisos se puedan prever estacionalmente, sean informados, y no se deben a una indisponibilidad transitoria de un equipamiento.
- b) Penalización: Cuando los incumplimientos no sean informados, o sean transitorios.

Los Generadores, Transportistas, Distribuidores Troncales, Distribuidores y Grandes Usuarios deben informar cualquier modificación a sus condiciones comprometidas de suministro de reactivos. Si en la operación real se detectara incumplimiento, y el agente no hubiera informado la correspondiente indisponibilidad, será penalizado por todas las horas del período estacional.

En caso de indisponibilidad de algún equipo comprometido, el OED podrá solicitar poner en disponibilidad equipamiento de reemplazo para mantener la calidad pretendida. De no disponerse de equipamiento sustituto, se considerará que se vulnera la calidad del servicio.

Si para mantener el nivel de tensión requerido se debe entrar en servicio una unidad generadora que no estaba despachada, el agente responsable deberá pagar el sobrecosto de la energía generada por éste, además de los cargos o penalizaciones que correspondan.

Ahora bien, estas sanciones y cargos son calculados con un tratamiento distinto para cada agente del MEM.

En el caso de un Generador, si la indisponibilidad de reactivo fue informada en la programación estacional (limitación prolongada), deberá abonar un cargo fijo igual al costo de operación y mantenimiento del equipo de reemplazo durante las horas en servicio o en reserva fría del período estacional.

Si dicho incumplimiento del Generador fue informado en la programación semanal o diaria (limitación transitoria) deberá abonar una penalización igual a diez veces el costo de operación y mantenimiento del equipo de reemplazo durante las horas indisponibles.

Si la disponibilidad de reactivo de un Generador resultase inferior a lo comprometido, y no fue informada, deberá abonar la penalización mencionada durante todas las horas en servicio o en reserva fría del período estacional.

Los Generadores que no cumplan con sus compromisos, podrán ver limitado su acceso al sistema cuando se afecte el nivel de calidad de tensión requerido.

En el caso de los Transportistas, el no cumplimiento de sus obligaciones implicará un cargo o penalización equivalente a la de considerar fuera de servicio el equipamiento requerido para tal fin si estuviese instalado.

Con los flujos de carga realizados con la previsión estacional de demanda y generación, dentro de las condiciones de transporte y requerimientos de reactivo comprometidos se determinará si el transportista está en condiciones de cumplir con su compromiso. De no ser así deberá abonar un cargo fijo por equipamiento faltante equivalente, por MVAR, a 20 veces la remuneración horaria en concepto de conexión por transformador de rebaje dedicada durante todas las horas del período estacional.

De no cumplir el transportista transitoriamente con los compromisos, por indisponibilidad de equipamiento informada, abonará una penalización igual, por MVAR, a 20 veces la remuneración horaria en concepto de conexión por transformador de rebaje dedicada, durante las horas que dure el incumplimiento.

En la operación real, de no cumplir el Transportista transitoriamente con los compromisos, ya sea por indisponibilidad de equipamiento no informada, por

imprevisión o por incorrecta operación, abonará la penalización mencionada en concepto de conexión por transformador de rebaje, dedicada durante todas las horas del período estacional.

Finalmente, el Distribuidor o Gran Usuario será responsable de la disponibilidad del equipamiento requerido para obtener estos resultados, incluyendo la reserva necesaria. De no poder cumplir con los valores establecidos anteriormente por falta de equipamiento deberá abonar un cargo fijo equivalente al costo de operación y mantenimiento del equipo de reemplazo durante todas las horas del período estacional, si la indisponibilidad fue informada en la programación estacional. De no cumplir transitoriamente el Distribuidor o Gran Usuario con los compromisos por indisponibilidad de equipamiento informada, abonará una penalización igual a diez veces el costo de operación y mantenimiento del equipo de reemplazo durante las horas que dure el incumplimiento.

En la operación real, de no cumplir transitoriamente el Distribuidor o Gran Usuario con los compromisos ya sea por indisponibilidad de equipamiento no informada, por imprevisión o por incorrecta operación, abonará una penalización igual a diez veces el costo de operación y mantenimiento del equipo de reemplazo durante todas las horas del período estacional. Además, los Distribuidores y Grandes Usuarios que no cumplan con sus compromisos, podrán ver limitado su acceso al sistema cuando se afecte el nivel de calidad de tensión requerido.

### **3.4 Estados Unidos**

En Estados Unidos, la Orden N° 888<sup>23</sup> define los servicios complementarios, y plantea la base para la comercialización, control y valoración de los mismos. Las tarifas de estos servicios tienen el carácter de “abiertas”, por lo que, en las trece regiones en las que se divide el mercado eléctrico estadounidense, existen distintas formas de calcular los precios para cada uno de estos servicios.

---

<sup>23</sup> Se encuentra en la página web de la FERC:

<http://www.ferc.fed.us/news1/rules/pages/order888.htm>

Uno de los servicios complementarios definidos es la potencia reactiva.

En California, por ejemplo, el ISO pide a algún generador que provea un servicio de apoyo de voltaje o regulación de voltaje, y si la capacidad reactiva de esa unidad está fuera del límite de generación reactiva definido por el requerimiento de factor de potencia, tendrán que pagar una cantidad por concepto de oportunidad de operación. Esta cantidad será pagada por el ISO como sigue:

$$MWh \text{ re-dispatch amount} * \text{Operating Opportunity Amount (per unit)} \quad (3.1)$$

donde *MWh re-dispatch* puede ser la restricción de capacidad reactiva cuando debe bajar su potencia activa o pueden ser también los requerimientos mínimos de operación cuando el ISO le indica a la unidad generadora que comience a ofrecer este servicio complementario, y *Operating Opportunity Amount* es igual al  $\text{Max} \{0 ; \text{costo generación re-despacho} - \text{Precio de Mercado prevaleciente}\}$

El precio de mercado prevaleciente es el precio en la zona a la cual pertenece el generador, y el costo de re-despacho es obtenido utilizando la información de costos de operación<sup>24</sup>.

Este tipo de implementación no es llevada a cabo en el resto de los estados. Lo que sí es muy común entre los distintos estados es una proforma<sup>25</sup>, en la que las empresas eléctricas ofrecen servicios complementarios a distintos precios.

De hecho, en el resto de los mercados estadounidenses, la mayoría de las empresas proveedoras del servicio impone penalidades y/o recompensas a los

---

<sup>24</sup> En una base mensual, el generador envía al ISO información de costos para obtener los costos de oportunidad de operación. Si no lo hace, el costo de oportunidad será fijado en cero por el ISO. Además se requiere de los costos incrementales y decrementales en \$/kWh. Así entonces, el costo de redespacho es calculado como:

$$\text{inc and dec cost (\$/MWh)} * \text{MW generation re-dispatched}$$

<sup>25</sup> "Pro-Form Open Access Transmission Tariff"

clientes no residenciales (grandes clientes) que mantengan su factor de potencia bajo o sobre cierto valor. El valor de este límite<sup>26</sup> varía para cada empresa, y generalmente está dentro del rango 80 – 100%.

Aunque la mayoría de las empresas utilizan el factor de potencia como un criterio para determinar quien debe pagar por los costos de potencia reactiva, los algoritmos utilizados son diferentes. Como [Alva96] lo presenta, se pueden distinguir tres grandes grupos de formas de tarifificar la potencia reactiva.

El primer grupo es el que define cargos por el uso de potencia reactiva. Este uso puede resultar de la medida de la potencia reactiva máxima demandada (en kVAr) o del total de la energía (en kVArh). De las empresas que utilizan este tipo de cargos, más de la mitad de ellas fijan el cargo de acuerdo a la cantidad de demanda máxima de potencia reactiva que excede en un  $z$  % a la demanda máxima de potencia activa. Esto corresponde a:

$$\text{Carga por potencia reactiva} = r * \text{Max} \{0, kVAr - z * kW\} \quad (3.2)$$

donde  $r$  es el precio de la demanda de reactivos (en US\$/kVAr),  $kVAr$  es la potencia reactiva máxima demandada por el consumidor, y  $kW$  es la potencia activa máxima demandada por el consumidor. En otras palabras, el cargo de potencia reactiva es calculado multiplicando el precio de demanda de reactivos por la cantidad de demanda máxima de potencia reactiva que excede el  $z$  % de la demanda máxima de potencia activa. Si el consumo máximo de reactivos no excede el  $z$  %, el cargo es nulo.

Por ejemplo, si un cliente tiene como demanda máxima 200 [MW] y 120 [MVar], y el límite está dado por  $z = 50\%$ , este cliente deberá cancelar a la empresa proveedora  $20 * r$  por concepto de cargo por potencia reactiva.

Los valores de  $r$  y  $z$  varían substancialmente entre las empresas. El precio de la demanda de reactivos varía entre US\$0,10 y US\$1,75 por kVAr, con un

---

<sup>26</sup> Denominado “trigger power factor”.

promedio de US\$0,43. El valor de  $z$  está en un rango de 0,10 a 0,62; la mayoría de las empresas define un valor cercano a 0,5, lo que es equivalente a decir que consideran una razón Q/P de 89%.

Algunas empresas aplican, con ciertas modificaciones, la metodología de tarificación descrita en la ecuación (3.1). Por ejemplo, algunas proveen un incentivo a sus clientes para mejorar su factor de potencia ofreciéndoles abonos o saldos positivos cuando su factor de potencia excede el valor límite. En este caso, la ecuación (3.1) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\text{Carga por potencia reactiva} = r * [kVAr - z * kW] \quad (3.3)$$

Otras empresas utilizan la misma metodología, pero de acuerdo al consumo de energía reactiva, con lo que la ecuación queda:

$$\text{Carga por potencia reactiva} = r * \text{Max} \{0, kVArh - z * kWh\} \quad (3.4)$$

donde  $r$  es el precio expresado en US\$/kVArh,  $kVArh$  es la demanda mensual de energía reactiva, y  $kWh$  es la demanda mensual de energía activa del consumidor.

Existen también otros casos en que el uso de la potencia reactiva de los once meses pasados determinan el cargo de potencia reactiva del mes actual.

En el segundo grupo los cargos se realizan a través del ajuste en la cantidad facturada. Las empresas ajustan la cuenta de los clientes por potencia activa demandada (kW) o energía activa consumida (kWh) de acuerdo a las variaciones del factor de potencia. La factura es incrementada tanto como el factor de potencia del cliente esté bajo el límite exigido. El ajuste se puede sintetizar en la siguiente ecuación:

$$\text{Facturación de demanda} = kW * \text{Max} \{FP^{lr}, FP^{avg}\} / FP^{avg} \quad (3.5)$$

donde  $kW$  es la demanda máxima mensual de potencia activa,  $FP^{lr}$  es el factor de potencia límite de la empresa, y  $FP^{avg}$  es el factor de potencia promedio mensual del consumidor. La ecuación (3.4) impone implícitamente un cargo por potencia reactiva dependiente explícitamente del cargo por demanda de potencia activa, es decir:

$$\text{Carga por potencia reactiva} = PD * kW * \text{Max} \{0, FP^r - FP^{avg}\} / FP^{avg} \quad (3.6)$$

donde  $PD$  es el cargo por potencia activa demandada en US\$/kW.

La mayoría de las empresas que utilizan este tipo de cargo fijan un factor de potencia límite de 85% o 90%, con un promedio de 86%. Además existen otras pocas empresas que emplean este tipo de ajuste considerando la energía consumida en vez de la potencia demandada.

El tercer grupo lo componen el resto de las empresas que ajustan directamente la cuenta total de los consumidores de acuerdo a su factor de potencia, incluyendo tanto los cargos por potencia activa demandada como por energía activa consumida. La mayoría de las empresas de este grupo relacionan matemáticamente el factor de potencia de los consumidores con el límite que ellos definieron para hacer el ajuste. Otras empresas especifican tarifas que multiplican la cuenta y que varían según el factor de potencia.

A modo de verificar la diversidad de existe respecto a la tarificación de reactivos en Estados Unidos, se pueden observar a continuación precios de distintas empresas eléctricas de varios estados norteamericanos para este servicio complementario:

Tabla 3.1: Precios de reactivos en EEUU

Empresa	Suministro de reactivos y control de voltaje de fuentes generadoras
Sierra Pacific Power Company	0,0003 [US\$/kVARh]
Lincoln Electric System	0,10960 [US\$/kW-mes]
El Paso Electric Company	0,04400 [US\$/kW-mes]
Otter Tail Power Company	0,10600 [US\$/kW-mes]
Upper Peninsula Power Company	0,05330 [US\$/kW-mes]
Western Farmers Electric Cooperative	0,01517 [US\$/kW-mes]
Virginia Electric & Power Company	0,11000 [US\$/kW-mes]
Boston Edison Company	0,11300 [US\$/kW-mes]
Niagara Mohawk Power Corporation	0,07000 [US\$/kW-mes]

### 3.5 Otros países

En España, por ejemplo, el control de tensión es realizado por los generadores, y es un servicio complementario de carácter obligatorio y retribuido en función de su disponibilidad y correcto funcionamiento. Como en la mayoría de los mercados, este servicio tiene el objeto de mantener la tensión de los nudos del sistema dentro de márgenes establecidos atendiendo a criterios de seguridad, economía y calidad de servicio mediante la actuación sobre los recursos de absorción y generación de potencia reactiva de los generadores.

El servicio de control de tensión atañe únicamente al operador del sistema (OS) y a los agentes generadores conectados a la red de transporte. Dichos agentes deben declarar al OS la máxima banda de generación/absorción de potencia reactiva que técnicamente puedan proporcionar, además de cualquier modificación que pueda producirse una vez declarada esta banda.

Para la valoración de la prestación de este servicio complementario se considera la capacidad declarada de generación y absorción de potencia reactiva que

puede proporcionar el grupo generador en su nudo de conexión con la red de transporte y la correcta utilización de esta banda reactiva para el mantenimiento de la tensión de consigna establecida por el OS para el control de tensión de esta red.

La cantidad total a distribuir entre los generadores que suministren este servicio se reparte proporcionalmente al producto de dos factores:

- La banda de absorción/generación de reactiva declarada<sup>27</sup>.
- Tiempo de actuación correcta de la regulación de tensión<sup>28</sup>.

Respecto al cumplimiento del servicio, el OS puede reclamar a los generadores de una zona que presente problemas de tensión en tiempo real, la utilización de su capacidad máxima de absorción/generación de potencia reactiva. En caso de comprobar que un grupo no es capaz de proporcionar el valor máximo ofertado, cuando se le ha requerido para ello, el OS informa a la CNSE (Comisión Nacional del Sistema Eléctrico) de esta situación y de las circunstancias concretas que puedan ayudar a definir el incumplimiento y las penalizaciones a que hubiera lugar.

En el caso de Inglaterra, la National Grid Company (NGC), propietaria y operadora del sistema de transmisión, es la que se preocupa de suministrar los servicios complementarios requeridos para mantener la seguridad y estabilidad del sistema<sup>29</sup>.

---

<sup>27</sup> La banda de generación se valora al doble de la banda de absorción declarada.

<sup>28</sup> El tiempo de actuación correcto se determina a partir de las telemidas en tiempo real de la potencia reactiva del grupo generador y la tensión de referencia.

<sup>29</sup> La calidad del suministro de energía eléctrica se regula básicamente a través del Grid Code, siendo éste la norma técnica para la conexión de agentes a la red de transporte.

La potencia reactiva es uno de los principales servicios complementarios ofrecidos<sup>30</sup>. Desde el 1 de abril de 1998 se ha establecido un mercado para ofrecer y obtener potencia reactiva, en el se definen acuerdos de transacción y pago por el servicio, proporcionado principalmente por los generadores.

Las nuevas reglas establecen que todas las unidades generadoras de 50 o más MW de potencia de salida neta deben ser capaces de regular su voltaje dentro de límites definidos. Para uniformar el servicio entre todas las unidades, se les exige un cierto factor de potencia como mínimo. En definitiva, esto es lo que forma la base del servicio obligatorio o básico<sup>31</sup> de potencia reactiva.

En base a los acuerdos básicos, todos los grandes generadores están obligados a proveer y contratar estos servicios de reactivos, y tienen derecho a un pago por el servicio básico (Default Payment Mechanism). Este pago está basado en elementos de capacidad y utilización real. Los ingresos que pueden recibir por el suministro varía de acuerdo al número de generadores que puedan proveer el servicio dentro de la zona y la necesidad requerida en ella. Típicamente, un generador de 100 MW, con una capacidad de 50 MVA<sub>r</sub>, podría esperar recibir un pago mínimo por capacidad de aproximadamente 39,35 libras por año, pudiendo llegar a un máximo de 96,1 libras.

Pero además los proveedores del servicio de reactivos tienen la alternativa de realizar contratos de mercado que reflejen mejor el valor que ellos perciben del servicio prestado a la NGC y el costo real de sus diferentes plantas generadoras. Este mecanismo en base a acuerdos de mercado tiene como propósito

---

<sup>30</sup> Además de la potencia reactiva se consideran el control de frecuencia, black start, reserva, restricciones.

<sup>31</sup> Se define como “default service”.

principal el balance entre los pagos por capacidad y utilización<sup>32</sup>, y consiste en que la NGC solicita ofertas para los pagos alternativos de los ORPS (Obligatory Reactive Power Services)<sup>33</sup> y/o los ERPS (Enhanced Reactive Power Services)<sup>34</sup>.

Cada oferta puede ser ofrecida por un eventual proveedor del servicio, o si no, ellos reciben el pago bajo el acuerdo mínimo.

Toda la información suministrada bajo la oferta de mercado es recopilada por la NGC, quien toma en consideración el volumen de la potencia reactiva ofrecida, el precio (respecto a otras unidades de generación dentro de la zona y el pago bajo el acuerdo mínimo o básico) y la ubicación de la unidad generadora.

---

<sup>32</sup> Lo que se busca finalmente es que, desde abril del año 2000, las unidades generadoras reciban el pago sólo por concepto de utilización real de potencia reactiva en el sistema, siendo este de aproximadamente de 1,25 libras por MVARh medido.

<sup>33</sup> El que sigue correspondiendo al servicio mínimo o básico no obstante bajo un mecanismo de mercado.

<sup>34</sup> Los generadores con una capacidad superior a la mínima exigida pueden ofrecer el excedente de potencia reactiva al mercado.

#### IV. ESTUDIO DE FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO

Uno de los aspectos más importantes de la optimización en sistemas de potencia está relacionado con la determinación del despacho óptimo de potencia activa y reactiva de acuerdo a un objetivo definido. Cuando se agrega al mismo problema la configuración de red, y las restricciones operacionales de plantas y líneas de transmisión de la misma red, se está en presencia de un problema de flujo de potencia óptimo (OPF, Optimal Power Flow). En rigor, un OPF es un despacho económico más la operación eléctrica restringida.

Las ventajas de utilizar un OPF son:

- Incorporar restricciones reales de la operación eléctrica.
- Realizar un estudio exacto de las pérdidas y de los costos marginales resultantes.
- Incorporar criterios de seguridad.
- Incorporar otras variables de control (voltaje en barras generadoras, taps, etc).

Considerando estas características, los problemas de OPF son, valga la redundancia, problemas de optimización no lineales de gran envergadura. Pueden ser definidos en términos de sus tres partes principales: función objetivo, variables de control y restricciones.

La formulación matemática general es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad f(u, x) \\
 & \text{s.a.} \\
 & \quad g(u, x) = 0 \\
 & \quad h(u, x) \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde  $u$  es el set de variables de control y  $x$  es el set de variables dependientes.

Típicamente, las funciones objetivo son la minimización de costos de generación de potencia activa incluyendo pérdidas de la red y la minimización de

pérdidas de potencia activa. La inclusión de pérdidas hace a la función objetivo no-separable, que es lo más común de las funciones objetivo de un OPF.

Las variables de control más comunes son la potencia activa generada, el voltaje de generación, la razón de transformación de los taps y la fase de los ángulos.

Los parámetros y cargas de la red son considerados como variables de control en algunos problemas.

Las restricciones de igualdad más importantes son las ecuaciones de flujo de potencia para el balance de consumo y generación. Estas definen el mismo sistema de ecuaciones no lineales que se debe resolver en un problema de flujo de potencia convencional. El gran número de ecuaciones, en un rango de dos a diez mil, y las correspondientes variables dependientes contribuyen a la dificultad de encontrar la solución.

Las restricciones de desigualdad importantes en un OPF son los límites de las variables de control, los voltajes en las barras de carga y los flujos por las líneas de transmisión. Los límites de las variables de control son normalmente valores físicos absolutos, los otros son valores operacionales que pueden ser modificados, si es necesario, en algunas aplicaciones.

Dadas todas estas características, se puede afirmar que un OPF es un complicado y tedioso problema de programación matemática que requiere un acabado estudio para su resolución. Es por eso que previa mención al modelo desarrollado en este trabajo, se revisan superficialmente los métodos que existen actualmente para encontrar la solución de un OPF.

#### **4.1 Métodos de Solución**

Los estudios para desarrollar herramientas computacionales que den solución al OPF han tomado varias décadas, y actualmente se pueden distinguir distintos métodos de solución, de acuerdo a las características del problema planteado, vale decir, tipo de variables a utilizar (continuas o discretas), tipo de restricciones (igualdad o desigualdad), tipo de funciones (lineal, cuadrática o no lineal) y convexidad del problema.

La Figura 4.1 muestra la clasificación de los distintos métodos de solución que es posible aplicar, siendo la principal división entre las categorías de heurísticos y determinísticos.

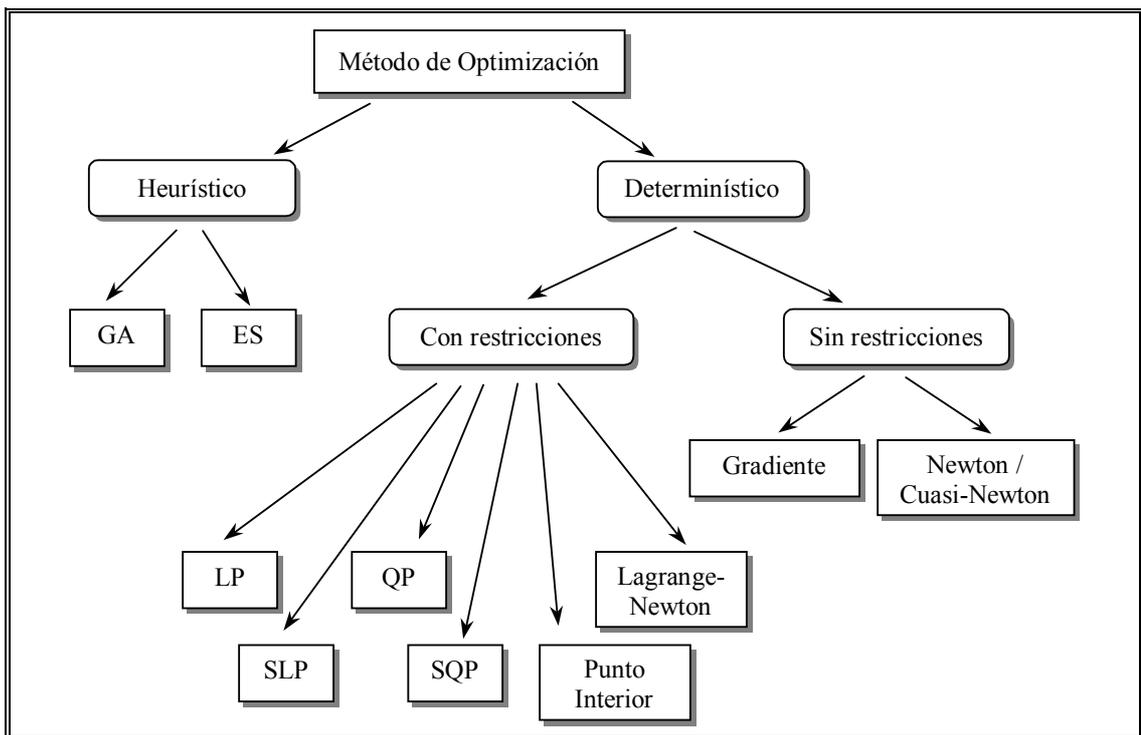


Figura 4.1: Clasificación de métodos de optimización

#### 4.1.1 Métodos Heurísticos

Los métodos heurísticos que se destacan en la Figura 4.1 tienen su origen en el enfoque subsimbólico de la Inteligencia Artificial, el cual se caracteriza por crear sistemas con capacidad de aprendizaje. Éste se puede obtener a nivel de individuo imitando el cerebro (Redes Neuronales), o a nivel de especie, imitando la evolución, lo que se ha denominado Computación Evolutiva (CE).

La Computación Evolutiva interpreta la naturaleza como una inmensa máquina de resolver problemas y trata de encontrar el origen de dicha potencialidad para utilizarla en los programas.

Los Algoritmos Genéticos son una de las más conocidas y originales técnicas de resolución de problemas dentro de lo que se ha definido como Computación Evolutiva (o Algoritmos Evolutivos), término que agrupa a los Algoritmos Genéticos, las Estrategias Evolutivas y la Programación Evolutiva. En realidad todas estas técnicas son muy parecidas y comparten muchos aspectos.

Un Algoritmo Evolutivo es una técnica de resolución de problemas inspirada en la evolución de los seres vivos. En él se define una estructura de datos que admita todas las posibles soluciones a un problema. Cada uno de los posibles conjuntos de datos admitidos por esa estructura será una solución al problema. Unas soluciones serán mejores, otras peores.

Solucionar el problema consiste en encontrar la solución óptima, y por tanto, los Algoritmos Evolutivos son en realidad un método de búsqueda. Pero un método de búsqueda muy especial, en el que las soluciones al problema son capaces de reproducirse entre sí, combinando sus características y generando nuevas soluciones. En cada ciclo se seleccionan las soluciones que más se acercan al objetivo buscado, eliminando el resto de soluciones. Las soluciones seleccionadas se reproducirán entre sí, permitiendo de vez en cuando alguna mutación o modificación al azar durante la reproducción.

#### **4.1.2 Métodos Determinísticos**

A diferencia del grupo anterior, en éste se caracterizan los métodos centrados netamente en la resolución del problema numérico. Dentro de él se diferencian los métodos de acuerdo a las aproximaciones y/o simplificaciones que utilizan para llegar a la solución óptima. En general cada uno se destaca por:

- Programación lineal (LP). Es uno de los métodos más desarrollados en el uso común. Trabaja fácilmente con restricciones de desigualdad. Las funciones

objetivo y restricciones no lineales se tratan linealizadas. El problema es que generalmente necesita partir de un punto robusto para alcanzar la convergencia.

- Programación lineal secuencial (SLP).
- Programación cuadrática (QP). Es posible resolver problemas con función objetivo cuadrática y restricciones lineales tanto de igualdad como de desigualdad.
- Programación cuadrática secuencial (SQP). Manteniendo las mismas características del método QP, a éste se agrega la propiedad de ser un método iterativo que soluciona problemas de optimización con restricciones no lineales de igualdad y desigualdad.
- Punto interior. Es otro de los métodos ampliamente estudiado y utilizado para resolver OPF. Tiene facilidad para manejar las restricciones de desigualdad.
- Iteración lambda. Las pérdidas son representadas por una matriz  $[B]$ , o los factores de penalización pueden ser calculados separadamente en un flujo de potencia. Esta forma es la base para muchos programas de despacho económico.
- Gradiente. Este método es lento en convergencia y presenta dificultades ante la existencia de restricciones de desigualdad.
- Newton. De muy rápida convergencia, pero puede tener problemas con las restricciones de desigualdad.

De acuerdo a las características del problema que se formula en este estudio, se ha optado por utilizar el método de Programación Cuadrática Secuencial (SQP). Una de las razones de la elección se debe a que una vez en la región de convergencia, el método demuestra ser de muy rápida convergencia.

Antes de entrar en detalle con este método, es necesario conocer los conceptos en que se basa su desarrollo matemático.

## 4.2 Multiplicadores de Lagrange y Condiciones de Kuhn-Tucker

El concepto de los multiplicadores de Lagrange es fundamental en la optimización de problemas sujetos a restricciones del sistema. Siguiendo la formulación del OPF, de la ecuación (4.1), los multiplicadores se obtienen de la función langrangeana:

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum_i \lambda_i g_i(x) - \sum_j \mu_j h_j(x) = f(x) - \lambda^T g(x) - \mu^T h(x) \quad (4.2)$$

Cada restricción del problema de optimización está asociada a un multiplicador de Lagrange,  $\lambda$  en el caso de las igualdades y  $\mu$  en el caso de las desigualdades. A partir de la ecuación (4.2) se pueden definir las condiciones de Kuhn-Tucker (Ecuación (4.3)), las que son necesarias y suficientes para determinar la existencia de un óptimo local.

$$\begin{aligned} \nabla_x L(x, \lambda, \mu) &= 0 \\ g(x) &= 0 \\ h(x) &\geq 0 \\ \lambda * g(x) &= 0 \\ \mu * h(x) &= 0 \\ \mu, \lambda &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Un punto  $[x^*, \lambda^*, \mu^*]$ , que resulte de las restricciones en (4.3), se califica como el punto de Kuhn-Tucker.

La última restricción significa que  $\lambda$  y  $g(x^*)$ , y  $\mu$  y  $h(x^*)$  no pueden ser distintas de cero al mismo tiempo mientras  $x^*$  sea un óptimo local. En otras palabras, a una restricción de desigualdad inactiva, le corresponde un multiplicador de Lagrange igual a cero.

Si se consideran sólo las restricciones de igualdad, de las explicaciones anteriores se llega al clásico método de Lagrange. Este método consiste en que los vectores  $x^*$  y  $\lambda^*$  sean las soluciones del sistema de igualdad (4.4).

$$\begin{aligned}\nabla f(x) &= \sum_i \nabla g_i(x) \lambda_i \\ g_i(x) &= 0\end{aligned}\tag{4.4}$$

De acuerdo a esto, en un problema de  $n$  variables de optimización, y  $m$  restricciones de igualdad existen  $n+m$  variables independientes  $x$  y  $\lambda$ , y  $n+m$  igualdades. Se deduce de aquí, que en rigor el sistema (4.4) no es lineal en  $x$ . El caso en que el sistema es lineal se da cuando todas las restricciones son lineales y la función objetivo es a lo más se segundo grado.

En definitiva, en un problema de optimización los multiplicadores de Lagrange asociados son necesarios para los análisis de sensibilidad de la solución óptima. Los multiplicadores entregan información sobre la sensibilidad de la función objetivo en relación a la variación de parámetros en las restricciones.

En este sentido, las variables duales asociadas a las restricciones del problema son empleadas en la definición de la señal de precios que se busca en este estudio.

### 4.3 Programación Cuadrática Secuencial (SQP)

Teniendo en cuenta que la programación cuadrática se formula para resolver problemas de optimización con función objetivo cuadrática y restricciones lineales de igualdad y desigualdad, veamos la siguiente formulación matemática:

$$\begin{aligned}Min \quad & f(x) = \frac{1}{2} x^T W x + c^T x \\ s.a. \quad & \\ & a_i^T x = b_i \\ & a_i^T x \geq b_i\end{aligned}\tag{4.5}$$

El problema formulado en (4.5) posee una matriz Hessiana  $W$  que es simétrica. Por lo tanto, si  $W$  es semidefinida positiva y  $x^*$  es solución del problema, entonces  $x^*$  es un óptimo global del problema.

Como ya se mencionó anteriormente, SQP es un método iterativo definido para resolver problemas de optimización con restricciones no lineales de igualdad y desigualdad. Basado en el método de Lagrange-Newton, los problemas no lineales son resueltos en una secuencia de problemas lineal-cuadráticos, es decir, de función objetivo cuadrática y ecuaciones lineales tal como el formulado en (4.5). Tanto la aproximación cuadrática de la función objetivo como la lineal de las restricciones se basan en la expansión en series de Taylor.

En primer lugar se construye la función lagrangeana, penalizando las restricciones de igualdad.

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i=1}^r \lambda_i c_i(x) \quad (4.6)$$

con  $c_i(x)$  igual a la  $i$ -ésima restricción, y  $\lambda_i$  su respectivo multiplicador de Lagrange.

Luego se aproxima el gradiente de la función lagrangeana con una expansión de Taylor de segundo orden de la siguiente manera:

$$\nabla L(x^{(k)} + \Delta x, \lambda^{(k)} + \Delta \lambda) = \nabla L^{(k)} + \nabla^{(2)} L^{(k)} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Aplicando la condición de primer orden se obtiene:

$$\nabla L^{(k)} = -\nabla^{(2)} L^{(k)} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

En términos matriciales la ecuación (4.7) se formula de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} W^{(k)} & A^{(k)} \\ -(A^{(k)})^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g^{(k)} + A^{(k)} \lambda^{(k)} \\ c^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

donde en cada iteración  $k$ ,

$x$  es el vector de variables del problema

$A$  es la matriz Jacobiana formada por el gradiente de las restricciones

$W$  es la matriz Hessiana con respecto a las variables de control  $x$

$c^{(k)} = c(x^{(k)})$  es el conjunto de restricciones evaluadas en  $x$

La ecuación (4.9) es equivalente al problema planteado en (4.5), siendo éste cuadrático en los incrementos  $\Delta$  y lineal en las restricciones, por lo que es aplicable el método SQP.

En términos generales, si se quiere resolver la ecuación (4.1), el problema se traduce en resolver iterativamente el siguiente subproblema:

*Min*

$$\frac{1}{2} \Delta x^T W^{(k)} \Delta x + \nabla f(x^{(k)})^T \Delta x + f^{(k)}$$

*s.a.*

(4.10)

$$A_1^T \Delta x + g(x) = 0$$

$$A_2^T \Delta x + h(x) = 0$$

donde,  $\nabla f(x)$  es el gradiente de la función objetivo.

De acuerdo a este esquema, que define un problema cuadrático equivalente a resolver el problema original, en cada iteración en  $x$  y  $\lambda$  se deben cumplir las condiciones de Kuhn-Tucker descritas en el punto 4.2.

Las restricciones del problema cuadrático son linealizadas de las mismas restricciones originales. La función objetivo del problema cuadrático consiste en aproximaciones cuadráticas de la función objetivo original  $f(x)$  y de las derivadas parciales de segundo orden de las restricciones, que están juntas en la matriz Hessiana  $W$ .

En forma esquemática, el algoritmo que se sigue para resolver el problema a través del método SQP y la definición de costos marginales por barra es el que se muestra en la Figura 4.2.

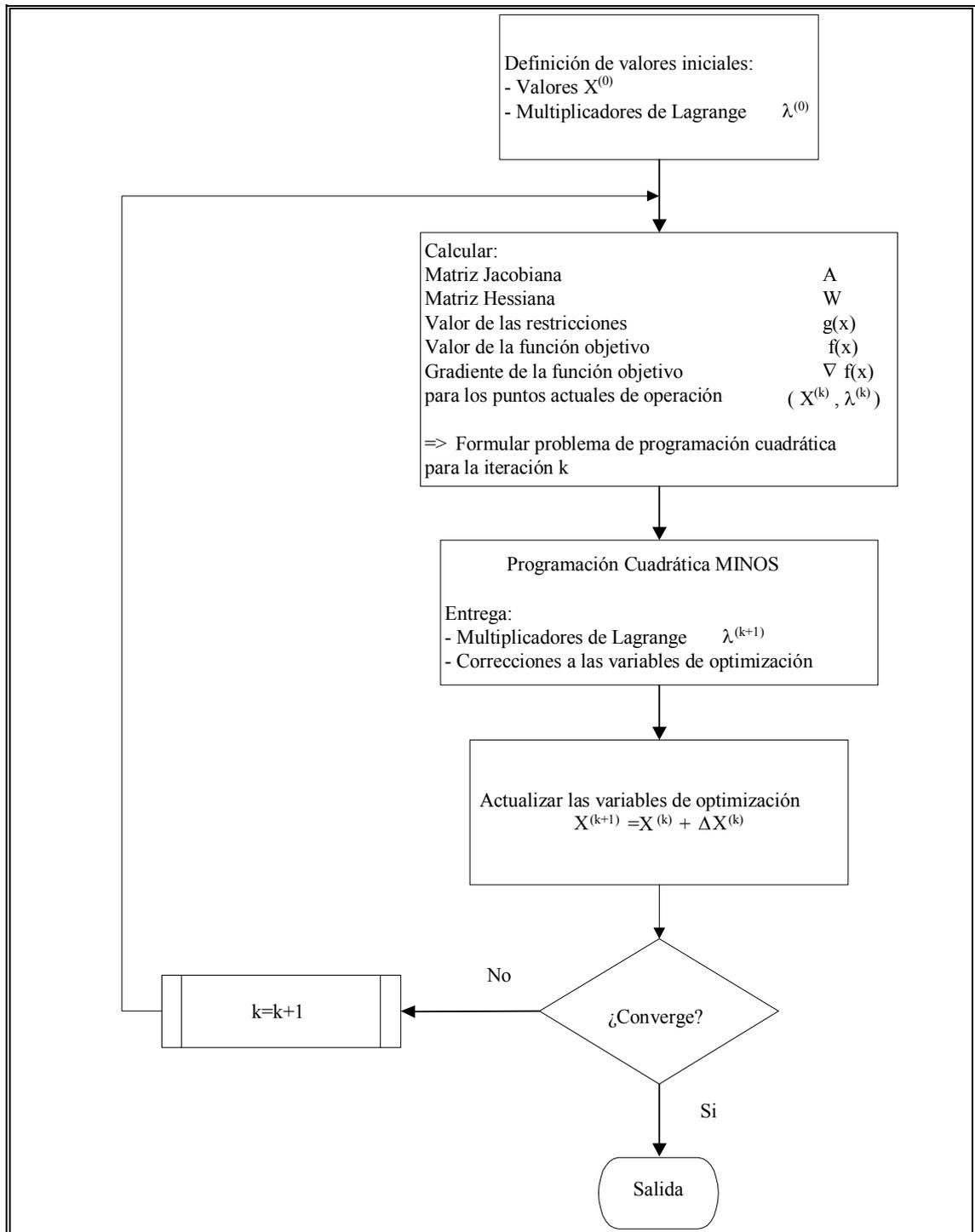


Figura 4.2: Algoritmo de Programación Cuadrática Secuencial

#### 4.4 Modelación de la Red

Las variables utilizadas en la modelación de la red y posteriormente en el modelo matemático corresponden a

$C_i()$	: Función de costo de generación en la barra $i$
$P_{g_i}$	: Potencia activa generada en la barra $i$
$Q_{g_i}$	: Potencia reactiva generada en la barra $i$
$P_{G_j}$	: Potencia activa en generador $j$
$Q_{G_j}$	: Potencia reactiva en generador $j$
$P_{d_i}$	: Potencia activa demandada en la barra $i$
$Q_{d_i}$	: Potencia reactiva demandada en la barra $i$
$P_i$	: Potencia activa inyectada en la barra $i$
$Q_i$	: Potencia reactiva inyectada en la barra $i$
$V_i$	: Tensión en la barra $i$
$\theta_i$	: Ángulo de la tensión en la barra $i$
$y_{ij}$	: Admitancia entre barras $i$ y $j$
$Y_{ij}$	: Elemento $(i,j)$ de la matriz de admitancia
$\gamma_{ij}$	: Ángulo de $Y_{ij}$
$t_{ij}$	: Posición del tap del transformador en la línea $ij$
$N$	: Número de barras
$NG$	: Número de generadores
$NL$	: Número de líneas $(i,j)$

#### 4.4.1 Función objetivo

A comienzos de este estudio se tenían dos alternativas de función objetivo a minimizar: costos de generación de potencia activa y pérdidas de potencia activa. El estudio se podría haber realizado paralelamente para comparar resultados, sin embargo, a priori la ecuación (4.11a) se puede aproximar a una minimización de pérdidas igualando a uno los costos de los generadores. Por otro lado, dada la no linealidad de la función coseno en la ecuación (4.11b), ésta requería de un tratamiento mayor para aplicarla en la programación cuadrática secuencial (SQP).

a) Costo de generación

$$\sum_{j \in NG} C_j(P_{Gj}) = \sum_{j \in NG} (\gamma_{Gj} * P_{Gj}^2 + \beta_{Gj} * P_{Gj} + \alpha_{Gj}) \quad (4.11a)$$

b) Pérdidas de potencia activa

$$\sum_{k \in NL} Ploss_k = \sum_{k \in NL} g_{ij} (V_i^2 t_{ij}^2 + V_j^2 - 2V_i V_j t_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (4.11b)$$

#### 4.4.2 Restricciones

a) Flujos de potencia activa y reactiva

$$g_i(x) = Pg_i - Pf_i - Pd_i - \left\{ V_i^2 (g_{ii} + \sum_j t_{ij}^2 * g_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} V_j * t_{ij} * |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \right\} \\ i \in N \quad (4.12)$$

$$g_{i+N}(x) = Qg_i - Qf_i - Qs_i - Qd_i + \left\{ -V_i^2 (b_{ii} + \sum_j t_{ij}^2 * b_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} V_j * t_{ij} * |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \right\} \\ i \in N \quad (4.13)$$

donde  $Pf$  y  $Qf$  son las potencias de falla o potencias no servidas de las cargas, y  $Qs$  representa las fuentes de reactivos que no corresponde a generadores.

Para este estudio no se consideraron las potencias de falla ni las fuentes adicionales de reactivos. En caso de incluir las potencias de falla sería necesario agregar una restricción complementaria para mantener el factor de potencia del consumo en las potencias no servidas. El objetivo es reflejar de mejor forma la realidad, ya que en caso de falla no sólo se debería desprender potencia activa, sino también potencia reactiva en la misma proporción original. La siguiente restricción refleja lo explicado:

$$\frac{Pf_i}{Qf_i} = \frac{Pd_i}{Qd_i} \Rightarrow Pf_i - \frac{Pd_i}{Qd_i} * Qf_i = 0 \quad i \in N$$

b) Límites de generación de potencia activa

$$PG_j^{min} - PG_j \leq 0 \quad j \in NG \quad (4.14)$$

$$PG_j - PG_j^{max} \leq 0 \quad j \in NG \quad (4.15)$$

c) Límites de generación de potencia reactiva

$$QG_j^{min} - QG_j \leq 0 \quad j \in NG \quad (4.16)$$

$$QG_j - QG_j^{max} \leq 0 \quad j \in NG \quad (4.17)$$

d) Límites de voltaje

$$V_i^{min} - V_i \leq 0 \quad i \in N \quad (4.18)$$

$$V_i - V_i^{max} \leq 0 \quad i \in N \quad (4.19)$$

e) Límites de ángulos

$$\theta_i^{min} - \theta_i \leq 0 \quad i \in N \quad (4.20)$$

$$\theta_i - \theta_i^{max} \leq 0 \quad i \in N \quad (4.21)$$

f) Límite de corriente por las líneas

$$|I_{ij}|^2 - |I_{ij}^{max}|^2 \leq 0 \quad i, j \in N \quad (4.22)$$

g) Límites de taps

$$t_{ij}^{min} - t_{ij} \leq 0 \quad i, j \in N \quad (4.23)$$

$$t_{ij} - t_{ij}^{max} \leq 0 \quad i, j \in N \quad (4.24)$$

#### 4.5 Formulación del Problema de Optimización

Siguiendo el concepto de OPF, se plantea a continuación el modelo matemático que define la función objetivo cuadrática y el conjunto de restricciones lineales y no lineales.

$$\text{Min} \sum_{j \in NG} C_j(P_{Gj})$$

s.a.

$$Pg_i - Pd_i - \left\{ V_i^2 (g_{ii} + \sum_j t_{ij}^2 * g_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} V_j * t_{ij} * |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \right\} = 0$$

$$i \in N$$

$$Qg_i - Qd_i - \left\{ -V_i^2 (b_{ii} + \sum_j t_{ij}^2 * b_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} V_j * t_{ij} * |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \right\} = 0$$

$$i \in N$$

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{max} \quad i \in NG$$

$$Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max} \quad i \in NG$$

$$|V_i|^{min} \leq |V_i| \leq |V_i|^{max} \quad i \in N$$

$$|I_{ij}|^{min} \leq |I_{ij}| \leq |I_{ij}|^{max} \quad i, j \in N; i \neq j$$

$$t_{ij}^{min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{max} \quad i, j \in N; i \neq j \quad (4.25)$$

El problema (4.25) es el que se reformula a la forma descrita en (4.10) para encontrar su solución a través del método SQP.

#### 4.6 Implementación

El armado de los subproblemas cuadráticos y la resolución iterativa utilizando las librerías del paquete de optimización MINOS se implementaron a través de un programa computacional desarrollado en lenguaje C.

El tiempo de ejecución del programa en un Pentium III de 730 MHz y 128 MB de memoria RAM no sobrepasó el minuto.

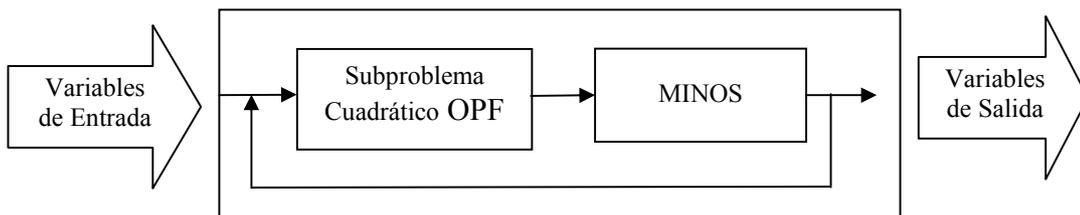


Figura 4.3: Algoritmo de Implementación

## V. PRECIOS SPOT Y COSTOS MARGINALES

Los precios en tiempo real de la energía están estrechamente relacionados con el comportamiento del sistema eléctrico. Estos precios son los que proveen la información, tanto a los usuarios como a los despachadores del sistema, acerca del costo y del valor del uso de la potencia.

Si consideramos las ecuaciones que definen el problema de optimización de este estudio, y seguimos el esquema de la ecuación (4.2) se tiene la función langrangeana que permite identificar las restricciones que van a prevalecer en la determinación de costos marginales y precios spot:

$$\begin{aligned}
L(x, \lambda) = & \sum_{j=1}^{NG} C_j(PG_j) - \sum_{i=1}^N \lambda_{Pi} (Pg_i - Pd_i - Pi_i) - \sum_{i=1}^N \lambda_{Qi} (Qg_i - Qd_i - Qi_i) \\
& - \sum_{j=1}^{NG} \{ \mu_{Pj}^{min} (PG_j - PG_j^{min}) - \mu_{Pj}^{max} (PG_j - PG_j^{max}) \} \\
& - \sum_{j=1}^{NG} \{ \mu_{Qj}^{min} (QG_j - QG_j^{min}) - \mu_{Qj}^{max} (QG_j - QG_j^{max}) \} \\
& - \sum_{i=1}^N \{ \mu_{Vi}^{min} (V_i - V_i^{min}) - \mu_{Vi}^{max} (V_i - V_i^{max}) \} \\
& - \sum_{i=1}^N \{ \mu_{\theta i}^{min} (\theta_i - \theta_i^{min}) - \mu_{\theta i}^{max} (\theta_i - \theta_i^{max}) \} \\
& - \sum_{k=1}^{NL} \{ -\mu_{Ik}^{max} (|I_k|^2 - |I_k^{max}|^2) \} \\
& - \sum_{k=1}^{NL} \{ \mu_{tk}^{min} (t_k - t_k^{min}) - \mu_{tk}^{max} (t_k - t_k^{max}) \}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

La definición clásica de los precios spot de potencia demandada es:

$$\begin{aligned}
\rho_{Pi} &= \frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial Pd_i} \\
\rho_{Qi} &= \frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial Qd_i}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

donde,

$L(x, \lambda)$  es la función langrangeana correspondiente al costo total de proveer electricidad a todos los clientes sujeto a las restricciones de operación y,

$Pd_i$  y  $Qd_i$  son las demandas de potencia activa y reactiva en el nodo  $i$ .

En otras palabras, las ecuaciones en (5.2) indican simplemente que el precio spot de la potencia en el nodo  $i$  está compuesto por todas las variables duales correspondientes a las restricciones donde aparece la demanda en el nodo  $i$ .

Si vamos al caso práctico de este estudio, aplicando la definición de la ecuación (5.2) a la ecuación (5.1), los precios spot de potencia son:

$$\begin{aligned}\rho_{P_i} &= \lambda_{P_i} \\ \rho_{Q_i} &= \lambda_{Q_i}\end{aligned}\tag{5.3}$$

Ahora bien, para obtener costos marginales es necesario hacer la sensibilidad respecto a lo que se requiera.

Por ejemplo, haciendo la sensibilidad respecto de la generación en la barra  $i$ , se tiene que los costos marginales de potencia activa y reactiva en una barra de generación son:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial P_g} &= \frac{\partial C_i(Pg_i)}{\partial Pg_i} - \lambda_{P_i} - \mu_{P_i}^{\min} + \mu_{P_i}^{\max} = 0 \\ \Rightarrow CMg_{P_i} &= \frac{\partial C_i(Pg_i)}{\partial Pg_i} - \mu_{P_i}^{\min} + \mu_{P_i}^{\max} \\ \frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial Q_g} &= -\lambda_{Q_i} - \mu_{Q_i}^{\min} + \mu_{Q_i}^{\max} = 0 \\ \Rightarrow CMg_{Q_i} &= -\mu_{Q_i}^{\min} + \mu_{Q_i}^{\max}\end{aligned}\tag{5.4}$$

donde los  $\mu$  son los multiplicadores de Lagrange asociados a los límites de generación de potencia activa y reactiva del generador  $i$ .

Este sencillo análisis demuestra que si en una barra de generación los límites de capacidad de generación no son alcanzados, el precio de la potencia activa

es igual al costo marginal de producción y el precio de la potencia reactiva es cero. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta que esta rígida definición considera sólo la parte económica de la operación del sistema<sup>35</sup>, y no la seguridad del mismo, lo que es de suma relevancia en ambientes con acceso abierto a las redes de transmisión.

Específicamente en el tema de los reactivos, esto implica que las fuentes de generación de reactivos de gran capacidad no perciben ningún tipo de compensación monetaria porque no alcanzan sus límites de generación, lo que se traduce en una falta de estimulación a la expansión de capacidad reactiva.

Lo anterior es contrario a la operación segura y confiable con el que se busca operar un sistema en un ambiente competitivo.

Por lo tanto, si se tiene en cuenta que, precios y costos apropiados de la potencia activa y reactiva son importantes para la operación económica y segura de los SEP, la definición de precios se puede basar en costos marginales tal que reflejen lo que realmente es esencial en los mercados eléctricos competitivos.

Por simplicidad, en este estudio se ha optado por considerar sólo las variables duales asociadas a los balances de potencia en los nodos.

---

<sup>35</sup> [Baug91] explica la estrecha relación que existe entre los RTP (Real Time Pricing), basados en estos costos marginales, y la demanda. Un aumento de la demanda implica el despacho de unidades más ineficientes al sistema y por ende, tanto el costo marginal como el RTP aumentan. Por eso la curva de variación de los RTP se asemeja a la curva de demanda.

## VI. APLICACIÓN

A continuación se presentan dos ejemplos para validar el modelo: El primero es un ejemplo básico que permite seguir la resolución y las características del método SQP; el segundo es un ejemplo de 6 barras del libro de Wood y Wollenberg.

### 6.1 Sistema de Dos Barras

El sistema es de dos barras conectadas a través de una línea de transmisión más un transformador. En la Barra 1 está conectado un consumo y en la Barra 2 existe una unidad generadora.

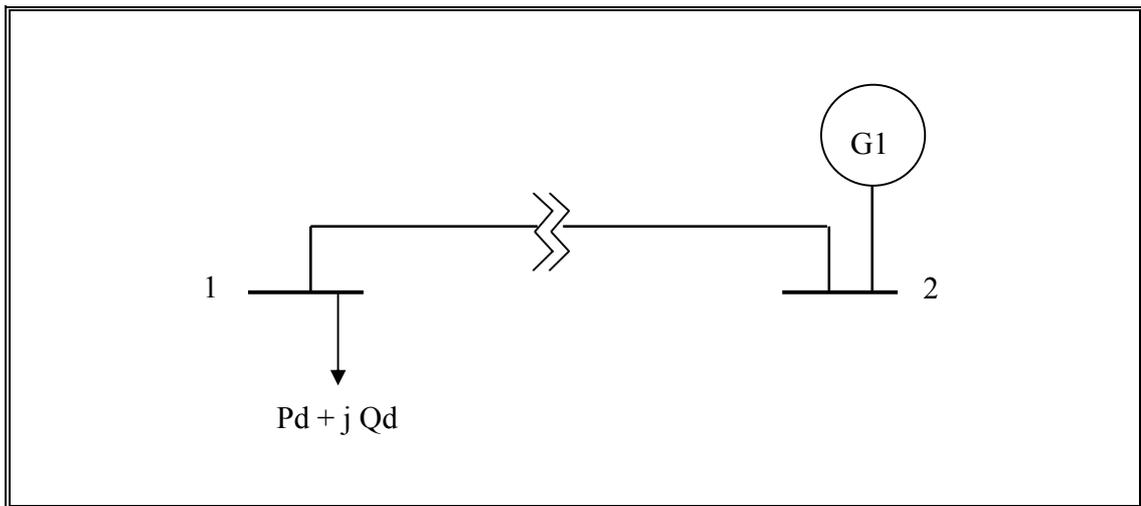


Figura 6.1: Ejemplo de Sistema Básico de 2 Barras

Los datos del sistema de la Figura 6.1 son los siguientes:

	$P_{Gmin}$ MW	$P_{Gmax}$ MW	$Q_{Gmin}$ MVar	$Q_{Gmax}$ MVar	$\alpha$ \$	$\beta$ \$/MW	$\gamma$ \$/MW <sup>2</sup>
$G_1$	0	300	-100	200	1	1	0,7

	g pu	b pu	t <sub>min</sub>	t <sub>max</sub>	I <sub>max</sub> pu
L <sub>12</sub>	0	-10	0,9	1,1	1,4

	Pd MW	Qd MVA <sub>r</sub>
D <sub>1</sub>	100	50

Considerando una potencia base de 100 MVA, el problema de optimización es el siguiente:

$$\text{Min } 0,7Pg_2^2 + Pg_2 + 1$$

s.a.

$$g_1 = -1,0 - \{V_1^2 * t_{12}^2 * g_{12} + V_1 V_2 * t_{12} * |Y_{12}| \cos(\theta_1 - \theta_2 - \gamma_{12})\} = 0$$

$$g_2 = -\{V_2^2 * g_{21} + V_2 V_1 * t_{21} * |Y_{21}| \cos(\theta_2 - \theta_1 - \gamma_{21})\} = 0$$

$$g_3 = -0,5 - \{-V_1^2 * t_{12}^2 * b_{12} + V_1 V_2 * t_{12} * |Y_{12}| \text{sen}(\theta_1 - \theta_2 - \gamma_{12})\} = 0$$

$$g_4 = -\{-V_2^2 * b_{21} + V_2 V_1 * t_{21} * |Y_{21}| \text{sen}(\theta_2 - \theta_1 - \gamma_{21})\} = 0$$

$$0 \leq P_{G_2} \leq 3 \quad [pu]$$

$$-1 \leq Q_{G_2} \leq 2 \quad [pu]$$

$$0,9 \leq |V_i| \leq 1,1 \quad [pu]$$

$$0,9 \leq t_{12} \leq 1,1$$

Se formula el siguiente subproblema de manera de resolverlo mediante iteraciones sucesivas:

- Vector de variables:

$$\vec{X} = (P_{G1}, Q_{G1}, V_1, V_2, \theta_1, \theta_2, t_{12})$$

- Gradiente de función objetivo:

$$\nabla f(x)^{(k)} = (1 * Sbase + 1,4 * P_{G1}^{(k)} * Sbase^2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

- Matriz A:

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -10V_2t_{12} \cos \alpha_1 & -10V_1t_{12} \cos \alpha_1 & 10V_1V_2t_{12} \text{sen} \alpha_1 & -10V_1V_2t_{12} \text{sen} \alpha_1 & -10V_1V_2 \cos \alpha_1 \\ 1 & 0 & -10V_2t_{21} \cos \alpha_2 & -10V_1t_{21} \cos \alpha_2 & -10V_1V_2t_{21} \text{sen} \alpha_2 & 10V_1V_2t_{21} \text{sen} \alpha_2 & -10V_1V_2 \cos \alpha_2 \\ 0 & 0 & -\left\{ \begin{array}{l} 20V_1t_{12}^2 + \\ 10V_2t_{12} \text{sen} \alpha_1 \end{array} \right\} & -10V_1t_{12} \text{sen} \alpha_1 & -10V_1V_2t_{12} \cos \alpha_1 & 10V_1V_2t_{12} \cos \alpha_1 & -\left\{ \begin{array}{l} 20V_1^2t_{12} + \\ 10V_1V_2 \text{sen} \alpha_1 \end{array} \right\} \\ 0 & 1 & -10V_2t_{21} \text{sen} \alpha_2 & -\left\{ \begin{array}{l} 20V_2 + \\ 10V_1t_{21} \text{sen} \alpha_2 \end{array} \right\} & 10V_1V_2t_{21} \cos \alpha_2 & -10V_1V_2t_{21} \cos \alpha_2 & -10V_1V_2 \text{sen} \alpha_2 \end{bmatrix}$$

donde  $\alpha_1 = \theta_1 - \theta_2 - \gamma_{12}$  y  $\alpha_2 = \theta_2 - \theta_1 - \gamma_{12}$ .

- Matriz W:

$$W = \begin{bmatrix} 1,4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A'_{11} & A'_{12} & B'_{11} & B'_{12} & C'_{11} \\ 0 & 0 & A'_{21} & A'_{22} & B'_{21} & B'_{22} & C'_{21} \\ 0 & 0 & D'_{11} & D'_{12} & E'_{11} & E'_{12} & F'_{11} \\ 0 & 0 & D'_{21} & D'_{22} & E'_{21} & E'_{22} & F'_{21} \\ 0 & 0 & H'_1 & H'_2 & G'_1 & G'_2 & I'_1 \end{bmatrix}$$

La matriz W está formada por una parte fija y una variable. Cada uno de los elementos de la parte variable de la matriz W se forman análogamente, por lo que se da como ejemplo:

$$B_{11} = \frac{\partial^2 P_1}{\partial V_1 \partial \theta_1} \lambda_1 + \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_1 \partial \theta_1} \lambda_2 + \frac{\partial^2 Q_1}{\partial V_1 \partial \theta_1} \lambda_3 + \frac{\partial^2 Q_2}{\partial V_1 \partial \theta_1} \lambda_4 - \frac{\partial^2 |I_{12}|^2}{\partial V_1 \partial \theta_1} \lambda_5$$

Los valores que forman  $B_{ll}$ , tanto las variables como los multiplicadores de Lagrange ( $\lambda$ ), son dependientes de cada iteración, por lo tanto en cada iteración deben ser actualizados.

### 6.1.1 Resultados de las iteraciones

El criterio de convergencia adoptado está asociado a la variación o delta en la función de costos del generador; si la variación entre iteraciones es  $< 0,001$  entonces se determina la convergencia.

De acuerdo a este criterio, los resultados son los siguientes:

#### a) Iteración 1

##### Datos de entrada

	$P_{G1}$	$Q_{G1}$	$V_1$	$V_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$t_{12}$
$X^T$	0	0	1	1	0	0	1
$\Delta X_{\min}^T$	0	-1	-0,1	-0,1	-3	-3	-0,15
$\Delta X_{\max}^T$	3	2	0,1	0,1	3	3	0,15
$\Delta X^T$	0	0	0	0	0	0	0
$\nabla f^T$	1	0	0	0	0	0	0

##### Restricciones

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
$\lambda^T$	0	0	0	0	0
$-g^T$	1	0	0,5	0	-1,96

Matriz A (variable)

0	0	-10	10	0
0	0	10	-10	0
-10	10	0	0	-10
10	-10	0	0	-10

MatrizW (variable)

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Resultados iteración 1

	$P_{G1}$	$Q_{G1}$	$V_1$	$V_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$t_{12}$
$X^T$	1	0,5	0,9	1,05	-0,1	0,0	1,1
$\Delta X^T$	1	0,5	-0,1	0,05	-0,1	0	0,1

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
$\lambda^T$	14100	14100	0	0	0

## b) Iteración 2

Datos de entrada

	$P_{G1}$	$Q_{G1}$	$V_1$	$V_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$t_{12}$
$X^T$	1	0,5	0,9	1,05	-0,1	0,0	1,1
$\Delta X_{min}^T$	-1	-1,5	0,0	-0,15	-2,9	-3,0	-0,2

$\Delta X_{\max}^T$	2	1,5	0,2	0,05	3,1	3,0	0,0
$\nabla f^T$	141	0	0	0	0	0	0

## Restricciones

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
$\lambda^T$	14100	14100	0	0	0
$-g^T$	0,037	-0,037	0,042	-0,181	-0,267

## Matriz A (variable)

1,153	0,988	-10,343	10,343	0,943
-1,153	-0,988	10,343	-10,343	-0,943
-10,288	9,851	1,038	-1,038	-8,417
11,492	-11,149	1,038	-1,038	9,403
-14,576	15,717	-25,114	25,114	-8,849

## Matriz W (variable)

0	0	0	0	-27449,198
0	0	0	0	-27449,198
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
-27449,198	-27449,198	0	0	0

Resultados iteración 2

	$P_{G1}$	$Q_{G1}$	$V_1$	$V_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$t_{12}$
$X^T$	1	0,615	0,938	1,084	-0,1	-0,01	1,1
$\Delta X^T$	0	0,115	0,038	0,034	0	-0,01	0,0

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
$\lambda^T$	14100	14100	0	0	0

El vector  $X$  resultó en la dirección esperada, las diferencias entre una iteración y otra ( $\Delta X$ ) fueron disminuyendo hasta llegar a cero. Los multiplicadores de Lagrange permanecieron constantes desde la primera iteración, y el lado derecho dado por la evaluación de las restricciones tampoco tuvo variación significativas desde la primera iteración. Esto indica que los criterios de término resultaron ser razonables.

## 6.2 Sistema de 6 barras

Con el fin de validar el modelo computacional desarrollado en este estudio, se implementó un ejemplo de 6 barras utilizado en los ejercicios del libro “Potencia, Generación, Operación y Control” de Wood y Wollenberg (1996). Los datos del sistema son los siguientes:

Línea N°	Barra N°	Barra N°	$g$ [pu]	$b$ [pu]	$b/2$ [pu]	$I_{\max}$ [pu]
1	2	3	0,77	-3,85	0,03	0,4
2	2	6	1,56	-4,45	0,03	0,6
3	2	5	1,00	-3,00	0,02	0,4
4	2	4	4,00	-8,00	0,01	0,4
5	2	1	2,00	-4,00	0,02	0,6
6	1	5	0,83	-3,11	0,03	0,5
7	1	4	1,18	-4,71	0,02	0,9
8	4	5	1,00	-2,00	0,04	0,7
9	3	6	1,92	-9,62	0,01	0,8
10	3	5	1,46	-3,17	0,03	0,2
11	6	5	1,00	-3,00	0,03	0,4

Barra N°	P <sub>Gmin</sub> [pu]	P <sub>Gmax</sub> [pu]	Q <sub>Gmin</sub> [pu]	Q <sub>Gmax</sub> [pu]	$\alpha$ \$	$\beta$ \$/MW	$\gamma$ \$/MW <sup>2</sup>	Pd [pu]	Qd [pu]
1	0,5	2	-2	2	213,1	11,669	0,00533		
2	0,375	1,5	-1	1	200	10,333	0,00889		
3	0,45	1,8	-0,6	0,6	240	10,833	0,00741		
4								0,7	0,7
5								0,7	0,7
6								0,7	0,7

Para los voltajes y ángulos en las barras y taps en las líneas se consideraron los siguientes límites:

$$0,9 \leq |V_i| \leq 1,1 \quad [pu]$$

$$-3 \leq \theta_i \leq 3 \quad [rad]$$

$$0,85 \leq t_{ij} \leq 1,15$$

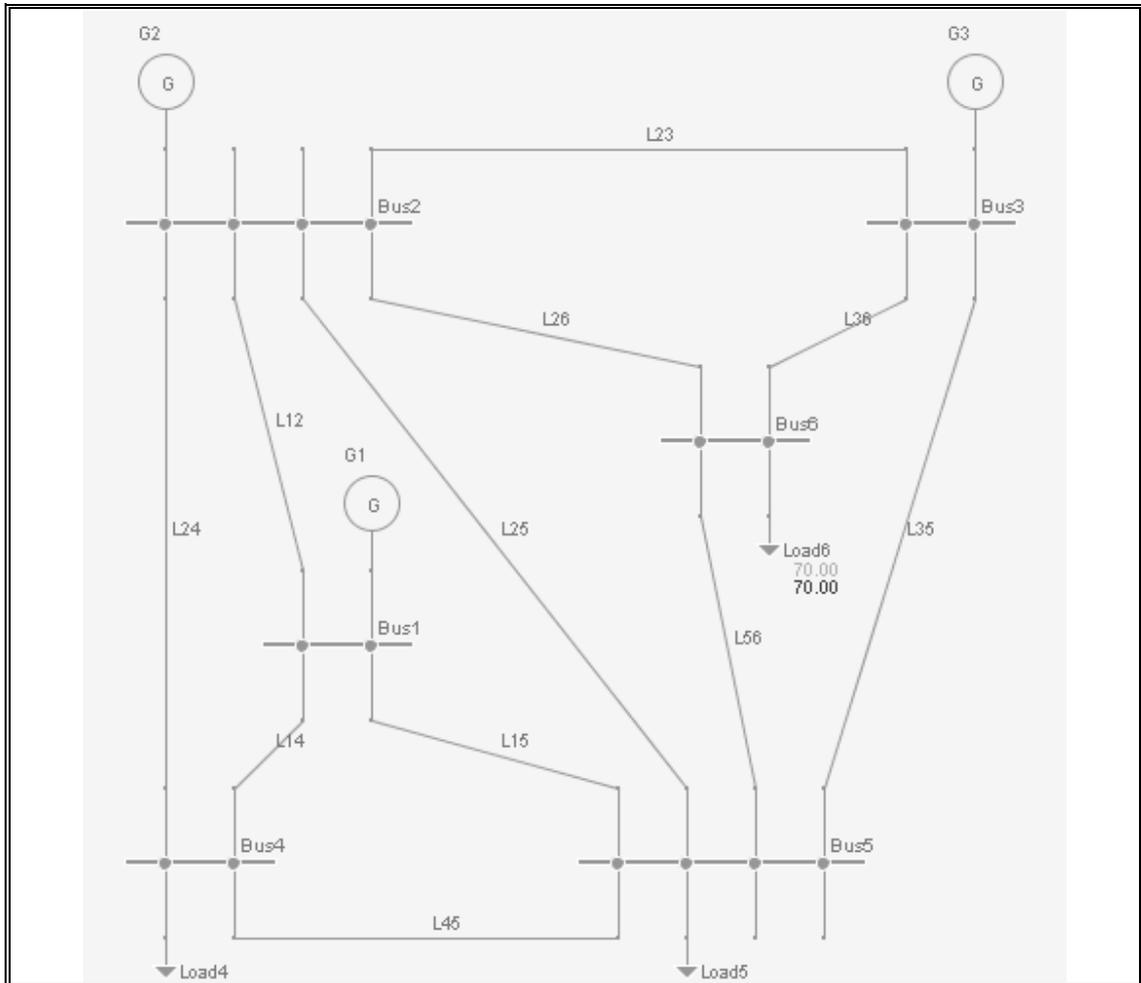


Figura 6.2: Ejemplo de 6 barras

Dados estos datos se optó por analizar los siguientes casos:

- ✓ Caso 1: El límite máximo y mínimo de los taps se mantuvo igual en 1,0.
- ✓ Caso 2: Se incluyeron taps en las líneas N° 2 (B<sub>2</sub> a B<sub>6</sub>), N° 6 (B<sub>1</sub> a B<sub>5</sub>) y N° 11 (B<sub>5</sub> a B<sub>6</sub>).
- ✓ Caso 3: En las mismas líneas donde existen taps en el Caso 2, se exigió aún más el límite de corriente en 0,2 [p.u].

De lo estudiado y descrito en las secciones anteriores sabemos a priori que la inclusión de taps en el Caso 2 debe dar una solución de menor costo. La posibilidad que tienen los taps de controlar la tensión en las barras, permite actuar directamente en el flujo de potencia reactiva por las líneas. Por lo tanto, si se logra introducir un  $-\Delta V$  entre las barras de una línea, se podrá disminuir el flujo de potencia reactiva, lo que lleva a una disminución de pérdida de potencia activa en las líneas y por ende un menor costo de generación en el sistema.

El tercer caso podría tener un costo mayor o menor que el Caso 1, dado que no es posible determinar con antelación si el efecto de la disminución de la corriente por tres líneas será mayor o menor al consecuente aumento de corriente por las líneas restantes. Con respecto al Caso 2, éste debería seguir siendo menor dado que se mantienen los taps de las líneas pero con un límite inferior de corriente por las líneas.

Los resultados de los tres casos descritos son los siguientes:

Variable	Caso sin tap	Caso con tap	Caso con tap + $\Delta^-$
	Valor [pu]	Valor [pu]	Imax Valor [pu]
$P_{G1}$	1,073	0,897	0,993
$P_{G2}$	0,606	0,648	0,528
$P_{G3}$	0,510	0,639	0,667
$Q_{G1}$	1,159	0,952	0,942
$Q_{G2}$	0,164	0,241	0,329
$Q_{G3}$	0,538	0,600	0,600
$V_1$	1,100	1,100	1,100
$V_2$	1,020	1,047	1,020
$V_3$	1,016	1,085	1,006
$V_4$	0,983	1,010	0,983
$V_5$	0,966	1,040	0,962
$V_6$	0,960	1,040	0,934
$\theta_1$	-0,037	0,110	0,110
$\theta_2$	-0,064	0,091	0,082
$\theta_3$	-0,078	0,088	0,082
$\theta_4$	-0,090	0,066	0,057
$\theta_5$	-0,106	0,054	0,044

$\theta_6$	-0,110	0,057	0,043
$t_{26}$	1,000	1,098	0,991
$t_{15}$	1,000	1,066	0,942
$t_{56}$	1,000	0,938	0,902
Costo Total [€]	3195,9	3171,8	3191,6

Restricción	Variable dual	Caso sin tap	Caso con tap	Caso con tap + $\Delta$ I <sub>max</sub>
Balance P en B <sub>1</sub>	$\lambda_1$	1281,24	1262,51	1272,79
Balance P en B <sub>2</sub>	$\lambda_2$	1140,98	1148,49	1127,26
Balance P en B <sub>3</sub>	$\lambda_3$	1158,84	1177,98	1182,20
Balance P en B <sub>4</sub>	$\lambda_4$	1570,00	1506,98	1637,29
Balance P en B <sub>5</sub>	$\lambda_5$	1348,07	1304,36	1403,71
Balance P en B <sub>6</sub>	$\lambda_6$	1212,89	1214,20	1274,43
Balance Q en B <sub>1</sub>	$\lambda_7$	0,00	0,00	0,00
Balance Q en B <sub>2</sub>	$\lambda_8$	0,00	0,00	0,00
Balance Q en B <sub>3</sub>	$\lambda_9$	0,00	24,03	58,65
Balance Q en B <sub>4</sub>	$\lambda_{10}$	263,76	222,17	332,57
Balance Q en B <sub>5</sub>	$\lambda_{11}$	139,01	97,23	190,30
Balance Q en B <sub>6</sub>	$\lambda_{12}$	53,39	55,75	141,18
Corriente en L <sub>1</sub>	$\lambda_{13}$	0,00	0,00	0,00
Corriente en L <sub>2</sub>	$\lambda_{14}$	0,00	-1,65	-147,28
Corriente en L <sub>3</sub>	$\lambda_{15}$	0,00	0,00	0,00
Corriente en L <sub>4</sub>	$\lambda_{16}$	-804,80	-684,42	-995,81
Corriente en L <sub>5</sub>	$\lambda_{17}$	0,00	0,00	0,00
Corriente en L <sub>6</sub>	$\lambda_{18}$	0,00	-24,65	-335,24
Corriente en L <sub>7</sub>	$\lambda_{19}$	0,00	0,00	0,00
Corriente en L <sub>8</sub>	$\lambda_{20}$	0,00	0,00	0,00
Corriente en L <sub>9</sub>	$\lambda_{21}$	0,00	0,00	-24,27
Corriente en L <sub>10</sub>	$\lambda_{22}$	-717,83	-232,34	-472,67
Corriente en L <sub>11</sub>	$\lambda_{23}$	0,00	0,00	0,00

Los resultados obtenidos fueron los esperados. En términos de balance de carga se cumplieron las expectativas de tener menores costos en el Caso 2, dado un mejor perfil de tensiones y un menor flujo de potencia reactiva, y por ende menores pérdidas en el sistema de transmisión. Nótese que la generación de potencia reactiva no es igual a la demanda, dado el comportamiento de algunas líneas que están inyectando reactivos al sistema.

	Caso sin tap	Caso con tap	Caso con tap + $\Delta^-$ Imax
	Valor	Valor	Valor
	[pu]	[pu]	[pu]
$P_{G \text{ total}}$	2,189	2,184	2,188
$Q_{G \text{ total}}$	1,861	1,793	1,871

En términos de costos marginales de potencia reactiva, las variables duales resultantes indican que: Tal como se comentó en el Capítulo V, el costo marginal de los reactivos es distinto de cero cuando se alcanzan los límites de generación, en este caso en el generador 3; en las barras de consumo es claro que el costo marginal está asociado a la demanda marginal de potencia reactiva en la barra respectiva, también es claro que el costo sea más alto en la barra más alejada de las fuentes de generación (B4) y más bajo en la barra cercana a los generadores (B6).

Los resultados de este ejemplo fueron comparados con el libro de Wood y Wollenberg (1996), y validados con los resultados del sistema DeepEdit desarrollado por Rodrigo Palma (1999).

### 6.3 Aplicación al SING

Se representó el SING en un sistema simplificado de 14 barras, 19 líneas de transmisión y 16 generadores, y una demanda del sistema de 1300 MW y . En Anexo B se detallan las características del sistema estudiado.

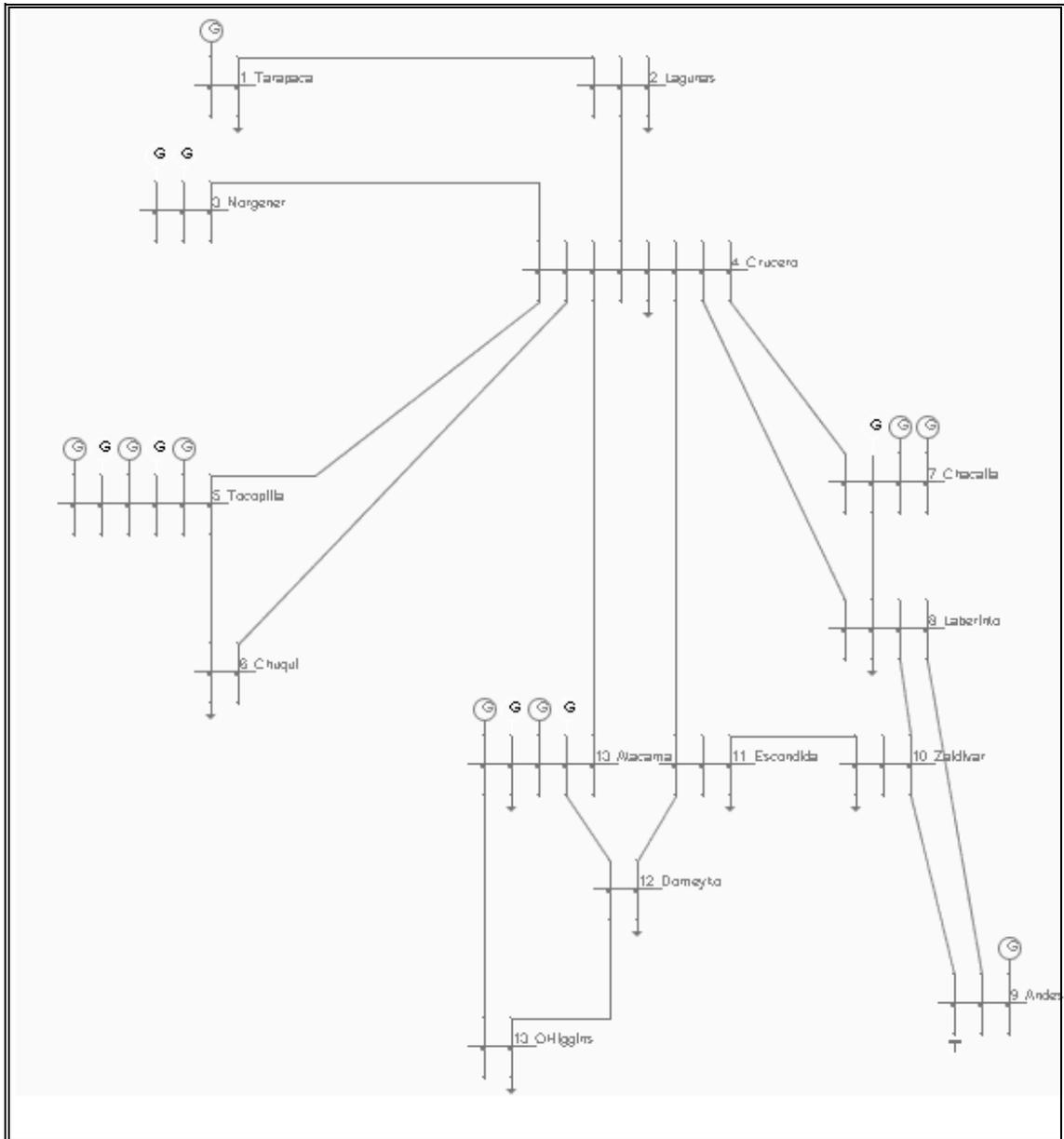


Figura 6.3: SING simplificado

Considerando un límite de despacho de 200 MW, se aplicó el programa desarrollado a la red, y luego de la quinta iteración se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 6.1: Resultados de Aplicación en el SING

Nº	Generador	Nº	Barra	P MW	Q MVAR
1	CTTAR	1	Central Tarapacá	90	108
2	NG1	3	Norgener	0	0
3	NG2	3	Norgener	0	0
4	U16	5	Tocopilla	200	-49
5	U15	5	Tocopilla	0	0
6	U14	5	Tocopilla	112	44
7	U13	5	Tocopilla	0	0
8	U12	5	Tocopilla	40	40
9	CTM3	7	Chacaya	200	-29
10	CTM2	7	Chacaya	150	-4
11	CTM1	7	Chacaya	0	0
12	M1	14	Central Atacama	170	57
13	M2	14	Central Atacama	0	0
14	M3	14	Central Atacama	170	-70
15	M4	14	Central Atacama	0	0
16	Salta	9	Andes	200	35
<b>TOTAL</b>				<b>1332</b>	<b>132</b>

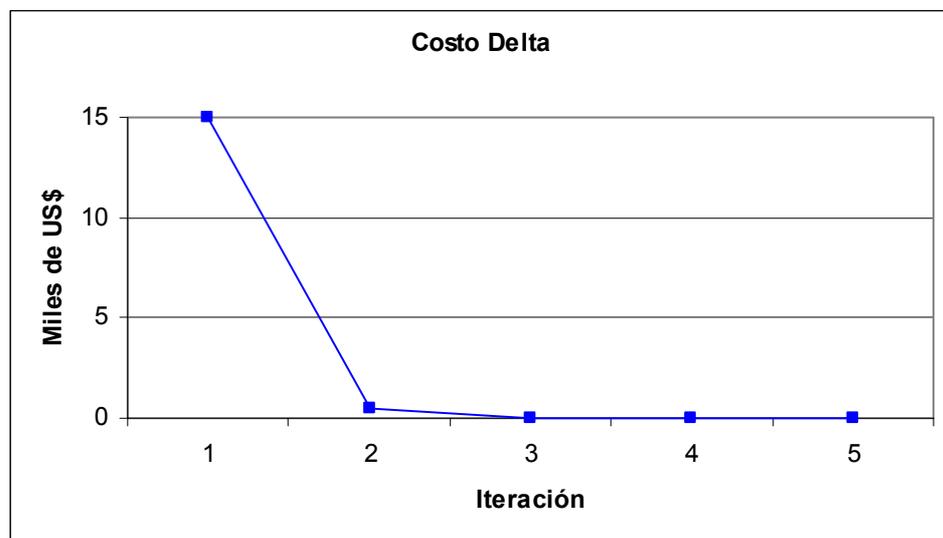
Nº	Barra	Tensión [kV]	CMg US\$/MWh	CMg US\$/MVarh
1	Tarapacá	236	16,18	0,00
2	Lagunas	234	16,17	0,05
3	Norgener	238	15,38	0,07
4	Crucero	237	15,38	0,08
5	Tocopilla	242	14,92	0,00
6	Chuqui	231	15,70	0,18
7	Chacaya	242	14,00	0,00
8	Laberinto	239	15,16	0,05
9	Andes	242	15,23	0,00
10	Zaldívar	239	15,43	0,04
11	Escondida	237	15,54	0,05
12	Domeyko	238	15,51	0,03
13	O'Higgins	241	15,27	-0,01
14	C. Atacama	242	15,11	0,00

Asumiendo sólo las constantes  $\beta$  de la curva de costos de los generadores, el costo total de generación ascendió a 15.472 US\$.

Se puede apreciar que como medida compensatoria la generación total de potencia reactiva es menor a la demanda de reactivos, debido a que el efecto capacitivo de las líneas de transmisión aporta aproximadamente 300 MVAR al sistema.

Respecto a los costos marginales de potencia reactiva, resulta beneficioso consumir reactivos en los casos en que el costo marginal es negativo, y convendría generar o inyectar más reactivos en los casos en que el valor es positivo. Lamentablemente, en comparación con los costos marginales de energía activa, la señal de precios de los reactivos pasa a ser despreciable a ojos de los que participan en el mercado. En este caso, el costo marginal de potencia activa es entre 100 y 1500 veces mayor al de potencia reactiva, con un promedio del orden de 400.

Los datos de la evolución de costos del ejemplo dan cuenta de la rapidez de la convergencia del modelo, que en este caso se logró en la iteración N° 5.



## **VII. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES**

Se obtuvo la señal de precios para la potencia reactiva, en conjunto con la señal de potencia activa, a través de la formulación y resolución de un Flujo de Potencia Óptimo, que incluyó la modelación de los transformadores con cambiadores de derivación y la restricción de límites de flujo de corriente en cada línea. El método de solución utilizado fue la Programación Cuadrática Secuencial (SQP). Los subproblemas cuadráticos generados con SQP fueron resueltos con el paquete de optimización comercial MINOS y la implementación del algoritmo fue desarrollada computacionalmente en lenguaje C.

Cumplido el objetivo de este trabajo, se pueden considerar los siguientes comentarios finales para una futura tarificación de potencia reactiva.

### **7.1 Señal Marginal de Potencia Reactiva**

El mayor perjuicio que los reactivos pueden causar es la pérdida del control de tensión en el sistema. Para evitarlo es importante dar señales claras de largo plazo a las empresas como inversión en fuentes de reactivos o equipos de compensación. Sin embargo, es también esencial que en el corto plazo se brinden las herramientas de control en la operación del sistema en tiempo real que evite un eventual colapso del sistema. Una señal de corto plazo es el costo marginal de la potencia reactiva, que se ha entregado como resultado en este estudio.

Por otro lado, que la potencia reactiva no pueda ser transportada grandes distancias, ya que es absorbida a menudo totalmente en la primera línea a la cual se le inyecta, justifica que su costo sea calculado nodalmente. Esto hace que para la rentabilidad de un mercado, los generadores o fuentes de reactivos deban estar lo más cerca posible de los consumidores.

### **7.2 Creación de un Mercado de Reactivos en Chile**

Una de las conclusiones a las que se puede llegar después de haber pasado una crisis energética de la magnitud que sufrió el SIC hace algunos años con

la sequía y el SING con los diversos black-outs que tuvo hasta hace dos años<sup>36</sup>, es que se ha visto mermada tanto la seguridad como la confiabilidad de operación de los sistemas eléctricos chilenos.

Los nuevos fenómenos que aparecieron como consecuencia de estas crisis fueron el colapso de tensión, la regulación de frecuencia y la sequía. El tercer fenómeno puede ser no predecible, sin embargo, los dos primeros están directamente relacionados con la operación del sistema y deben ser tema central para mantener estable un sistema eléctrico.

Específicamente, una de las principales anomalías observadas durante la crisis energética demostró que el sistema no está preparado para inestabilidades de tensión. Surge entonces la inquietud de crear un mercado de reactivos en Chile, y en general un mercado de servicios complementarios, que permitan al operador del sistema mantener la seguridad y confiabilidad.

Como ya se mencionó en el punto 1.3 del presente trabajo, el anteproyecto de Ley Eléctrica propone la creación de un mercado de servicios complementarios sin mayores detalles. Las dudas que surgen al respecto son variadas, por ejemplo: ¿Por qué el precio de los servicios complementarios será fijado por el CDEC? ¿Qué sucede si esos precios resultan insuficientes para asegurar un parque seguro? ¿Se hace responsable el CDEC con su patrimonio de compensar a los afectados por las consecuencias? También sería conveniente uniformar lenguaje: “indisponibilidades súbitas” debe ser indicado como sinónimo de “fallas intempestivas”; la expresión “reserva rodante” se denomina normalmente “reserva en giro” y a su vez en ésta debe distinguirse entre la que es rápida y la que no lo es, para apoyar frente a fallas intempestivas.

---

<sup>36</sup> A pesar que la capacidad instalada en el SING es más de 3 veces la demanda máxima del sistema, la seguridad y confiabilidad del sistema no ha podido ser garantizada (Black outs el 25-jul-1999, 23-sep-1999, 25 y 26-feb-2000).

Los pagos en los mercados de servicios complementarios y seguridad (velocidad de partida, capacidad de reacción instantánea, capacidad de regulación de frecuencia) deben reflejar los costos en los cuales se incurre para proporcionarlos o el valor para los usuarios. Además, se debe ser preciso en diferenciar los costos que corresponden a generación de potencia activa y reactiva (o servicios complementarios en general), para no diseñar un sistema con doble tarificación.

La primera tarea del CDEC será identificar quién puede ser el proveedor del servicio. El mercado de reactivos puede ser provisto tanto por generadores como por instalaciones especiales para este fin. Entonces, deberían existir dos tipos de señales económicas: Una de corto plazo, ojalá instantánea, que sea una señal para el operador del sistema; y otra de largo plazo, que de una señal a los inversionistas.

Para esto se debe tener presente que una mayor seguridad de servicio implica un mayor costo operacional en el corto plazo y una mayor inversión en el largo plazo.

### **7.3 Implementación de los OPF en el Sistema Eléctrico Chileno**

La gran cantidad de información que se maneja en un OPF, la precisión en la modelación de datos reales, y la gran dispersión de puntos infactibles entre dos resultados estacionarios (horarios) hacen que esta modelación no sea utilizada en la operación de los sistemas eléctricos chilenos. Esta falta de interés se intensifica en la medida que los modelos comerciales no consideran en su modelación aspectos relevantes de la operación como los mínimos técnicos de generación, los límites de flujo por las líneas, o los taps de los transformadores, cuestiones que en este trabajo se han resuelto.

La actual herramienta que se utiliza en el SING para el cálculo de costos marginales, por ejemplo, es una planilla excel. Es cierto que no se requiere de un modelo más sofisticado si lo que se busca es identificar la última unidad despachada, sin embargo, si la prioridad es la operación segura al menor costo posible, es lógico implementar un OPF, y por sobretodo es factible considerando el reducido tamaño del SING.

En el caso del SIC, sólo el despachador simula operaciones corriendo flujos de potencia, sin embargo, no se ha establecido un procedimiento para modelar un OPF y operar el sistema con mayor eficiencia. Obviamente el desafío en este caso es mayor por el número de variables y restricciones a manejar.

#### **7.4        Desarrollos Futuros**

El primer aspecto importante a desarrollar, que inicialmente fue el motivo de este trabajo, sería determinar una tarificación definitiva para la potencia reactiva. Analizar los costos directos de proveer el servicio de potencia reactiva y establecer una estructura de precios apropiada dado que tiene una importancia tanto operacional como financiera para los mercados eléctricos desregulados<sup>37</sup>.

Uno de los caminos para diseñar una estructura de precios que provea una adecuada compensación a las empresas por generar y/o suministrar potencia reactiva es utilizando métodos de precios nodales, como en este trabajo por ejemplo. Lamentablemente el mercado en general no se tienen identificados los costos directos de la generación de potencia reactiva. Por ende es necesario tener en cuenta que en este estudio el precio nodal de potencia reactiva es la sensibilidad del costo de producción respecto a la potencia activa demandada, y bajo este concepto, los costos de producción incluyen sólo los costos variables de los generadores. Es por eso que representan sólo una pequeña porción de los costos reales del suministro de

---

<sup>37</sup> La primera razón es que una correcta señal de precios facilita el acceso a la transmisión y mejora la eficiencia económica. Con los costos y precios apropiados de potencia reactiva, los usuarios del sistema de transmisión tendrían la posibilidad de realizar las decisiones inteligentes respecto a las actividades económicas como transacciones de energía, inversiones y utilización de activos. En segundo lugar, la eficiencia y seguridad de la operación del sistema mejoraría si las fuentes de reactivos estuvieran disponibles para soportar las redes de transmisión, mientras que las pérdidas de potencia activa se reducirían con una apropiada distribución de la generación de potencia reactiva. Y tercero, mejoraría el perfil de tensiones a lo largo de la red.

reactivos<sup>38</sup>. Además de los precios nodales, deberían incluirse los costos capitales de las inversiones (bancos de condensadores por ejemplo) en el cálculo final de precios del servicio de reactivos entregando así una señal de largo plazo para la planificación. En el punto 1 del Anexo D se detalla una metodología alternativa de asignación de costos de potencia reactiva en los generadores, que sería bueno abordar en trabajos futuros.

Respecto al desarrollo matemático, un desafío futuro interesante sería considerar las características de la demanda de potencia reactiva. De acuerdo a lo que se mencionó en este trabajo, se puede deducir que existen dos tipos de demanda de potencia reactiva<sup>39</sup>. La primera se refiere a los requerimientos naturales de las cargas que se caracterizan por tener un factor de potencia menor que uno. En este sentido, sería ideal conocer las características reales de los consumos de reactivos para lograr una mejor modelación. La segunda está asociada a los requerimientos del sistema debido a los flujos de potencia. Como se mencionó anteriormente los elementos propios del sistema (transformadores, líneas, etc.) pueden inyectar o absorber cantidades importantes de potencia reactiva dependiendo del perfil de tensiones al que esté expuesto el sistema. Estas características dan como resultado una demanda dinámica de potencia reactiva. Ante cualquier cambio en la carga o en alguna contingencia, los requerimientos de potencia reactiva pueden llegar a variar drásticamente y por ende llevar al sistema a un colapso.

Siguiendo con la modelación matemática, y tal como se mencionó en el punto 4.4.1, el problema de optimización podrían analizar otras funciones objetivo, como la minimización de pérdidas, lo que permitiría comparar no sólo las señales de precio sino que además las soluciones operativas del sistema. Por otra parte, dada la estructura de la programación cuadrática secuencial, se podrían incluir, además de la función de costos de generación de potencia activa, los costos de generación de la

---

<sup>38</sup> Según [Hao97], la experiencia muestra que los precios nodales de potencia reactiva son menores al uno por ciento de los precios de potencia activa.

<sup>39</sup> [Alva96] menciona estos tipos de demanda.

potencia reactiva y los costos de la potencia no servida (costo de falla). Respecto a las restricciones, y tal como se mencionó en el punto 4.4.2, se podrían agregar más variables a las restricciones de flujo de potencia, como la potencia no servida, tanto activa como reactiva, y la potencia de fuentes adicionales de reactivos.

Por otro lado, sería beneficioso crear librerías dinámicas para agilizar el proceso de optimización con MINOS y utilizarlo en redes de mayor tamaño, y aún más ambicioso sería crear una rutina que solucione problemas cuadráticos para no depender de un paquete de optimización comercial. Cabe destacar que la rutina utilizada en este trabajo se compiló para 1000 variables y 1000 restricciones (correspondiente a aproximadamente 200 barras en esta modelación), por lo tanto si se requiriera solucionar un problema de mayor envergadura MINOS se tendría que compilar nuevamente para más variables y más restricciones.

## BIBLIOGRAFÍA

- [Alsa95] ALSAC, O., PRAIS, M., STOTT, B., DANDACHI, N. y RAWLINS, M. (Mayo 1995) **OPF for Reactive Pricing Studies on the NGC System**. IEEE PES PICA Conference, Salt Lake City.
- [Alva96] ALVARADO, F., BROEHM, R., PANVINI, A. (Marzo 1996) **Retail Pricing of Reactive Power Service**. EPRI Conference on Innovative Approaches to Electricity Pricing, La Jolla, CA.
- [Baug91] BAUGHMAN, M. y SIDDIQI, S. (Febrero 1991) **Real-Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 1, páginas 23 - 29.
- [Baug93] BAUGHMAN, M. y SIDDIQI, S. (Mayo 1993) **Reliability Differentiated Real-Time Pricing of Electricity**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 2, páginas 548 - 553.
- [Baug95] BAUGHMAN, M. y SIDDIQI, S. (Agosto 1995) **Reliability Differentiated Pricing of Spinning Reserve**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, páginas 1211 - 1218.
- [Cara82] CARAMANIS, M., BOHN, R. y SCHWEPPE, F. (Septiembre 1982) **Optimal Spot Pricing: Practice and Theory**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 9, páginas 3234 - 3239.
- [Chat95] CHATTOPADHYAY, D., BHATTACHARYA, K. y PARIKH, J. (Noviembre 1995) **Optimal Reactive Power Planning and its Spot Pricing: an Integrated Approach**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 4, páginas 2014 - 2020.
- [CNE96] COMISIÓN NACIONAL DE ENERGÍA (Diciembre 1996) **Bases Licitación Estudio de Tarificación de Reactivos**.

- [Colb94] Colbún S.A. (Enero 1994) **Restricciones del SIC derivadas de la Demanda de Reactivos en el Centro de Carga.**
- [Diar03] DIARIO OFICIAL (Octubre 2003) **Energía Reactiva.**
- [El-K97] EL-KEIB, A.A. y MA, X. (Mayo 1997) **Calculating Short-Run Marginal Cost of Active and Reactive Power Production.** IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 2, páginas 559 - 565.
- [Ende91a] ENDESA (Julio 1991) **Tarificación de Reactivos.** Minuta N° 68, Sección Tarifas.
- [Ende91b] ENDESA (Agosto 1991) **Análisis Técnico del Sistema de Tarificación de Reactivos.**
- [Ende93] ENDESA (Septiembre 1993) **Análisis de las Entregas de Reactivos a la Región Metropolitana.**
- [Fahd92] FAHD, G. y SHEBLÉ, G. (Mayo 1992) **Optimal Power Flow Emulation of Interchange Brokerage Systems using Linear Programming.** IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 2, páginas 497 - 504.
- [Gome91] GÓMEZ, T. (Junio 1991) **Control de Tensiones y Gestión de la Potencia Reactiva en Sistemas de Energía Eléctrica.** Instituto de Investigación Tecnológica, Universidad Pontificia Comillas, Madrid España.
- [Hao97] HAO, S. y PAPALEXOPOULOS, A. (Febrero 1997) **Reactive Power Pricing and Management.** IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, páginas 95 - 101.
- [Hoga93] HOGAN, W. (1993) **Markets in Real Electric Networks Require Reactive Prices.** The Energy Journal, Vol. 14, No. 3, páginas 171 - 200.
- [IEEE87] IEEE TUTORIAL COURSE (1987) **Reactive Power: Basic Problems and Solutions.**

- [IIT] INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN TECNOLÓGICA. **Juanac V3.1: Diseño Conceptual y Matemático**. Universidad Pontificia Comillas.
- [Kaye95] KAYE, J., WU, F. y VARAIYA, P. (Mayo 1995) **Pricing for System Security**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 2, páginas 575 - 583.
- [Kirb97a] KIRBY, B. y HIRST, E. (Octubre 1997) **Creating Competitive Markets for Ancillary Services**. Oak Ridge National Laboratory.
- [Kirb97b] KIRBY, B. y HIRST, E. (Diciembre 1997) **Ancillary Service Details: Voltage Control**. Oak Ridge National Laboratory.
- [Lee85] LEE, K.Y., PARK, Y.M. y ORTIZ, J.L. (Mayo 1995) **A United Approach to Optimal Real and Reactive Power Dispatch**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 5, páginas 1147 - 1153.
- [Pere98] PÉREZ ARRIAGA, J.I. (Mayo 1998) **Fundamentos Teóricos de la Nueva Regulación Eléctrica**. Comisión Nacional del Sistema Eléctrico, Madrid, España. Página Web <http://www.csen.es>.
- [Rahi99] RAHIMI, F. y VOJDANI, A. (Enero 1999) **Meet the Emerging Transmission Market Segments**. IEEE Computer Applications in Power, páginas 26 - 32.
- [Rivi90] RIVIER, M., PÉREZ- ARRIAGA, I. y LUENGO, G. (Agosto 1990) **Juanac: A Model for Computation of Spot Prices in Interconnected Power Systems**. 10 PSCC Conference, Graz, Austria.
- [Rivi94] RIVIER, M., PÉREZ-ARRIAGA, I., SÁNCHEZ, P., RAMOS, A. y GÓMEZ, T. (Septiembre 1994) **An Improved Version of the Model Juanac: Applications to Network Adequacy and Economic Studies in Large Interconnected Power Systems**. 4 PMAPS Conference, Rio de Janeiro, Brasil.

- [Seib97] SEIBT, T. (Enero 1997) **Entwicklung eines OPF-Algorithmus zur Untersuchung von Durchleitungen im Verbundbetrieb**. Diplomarbeit, Fakultät für Elektrotechnik, Universität Dortmund.
- [Semi95a] SEMINARIO DE SISTEMAS DE POTENCIA (1995) **Metodología para Evaluar el Costo Marginal de la Energía Reactiva**. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Chile. Página Web <http://www.ing.puc.cl/power>.
- [Semi95b] SEMINARIO DE SISTEMAS DE POTENCIA (1995) **Caracterización de los Servicios Auxiliares**. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Chile. Página Web <http://www.ing.puc.cl/power>.
- [Semi96] SEMINARIO DE SISTEMAS DE POTENCIA (1996) **Servicios Auxiliares**. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Chile. <http://www.ing.puc.cl/power/ancillary.htm>.
- [Silv96] SILVA, C. (1996) **Planificación de Fuentes de Reactivos en Sistemas Eléctricos**. Tesis de Magister, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [Tinn87] TINNEY, W y SUN, D. (Febrero 1987) **Optimal Power Flow: Research and Code Development**. Electric Power Research Institute.
- [Tran96a] TRANSELEC (Mayo 1996) **Comentarios sobre Disposiciones Relativas a Factor de Potencia**.
- [Tran96b] TRANSELEC (Mayo 1996) **Potencia Reactiva**.
- [W&W] Wood & Wollenberg (Mayo 1996) **Potencia Reactiva**, Chapter 13: Optimal Power Flow.

**ANEXOS**

## ANEXO A : DIARIO OFICIAL

El texto del decreto de precios de nudo de octubre de 2003 vigente establece lo siguiente:

### ENERGIA REACTIVA

#### *1 Recargo por factor de potencia*

*1.1 En cada uno de los puntos de compra de toda empresa distribuidora de servicio público que esté recibiendo energía eléctrica de una empresa generadora, se deberá aplicar horariamente el siguiente procedimiento:*

- a) Medir y registrar energía activa, reactiva inductiva y reactiva capacitiva.*
- b) Calcular el cuociente entre energía reactiva inductiva y energía activa.*
- c) Conforme al cuociente anterior y de acuerdo al nivel de tensión del punto de compra, aplicar los cargos por energía reactiva inductiva presentados en las tablas 1 y 2 según corresponda<sup>40</sup>.*

Tabla 1

Cargos aplicables a la Energía Reactiva Inductiva para los Sistemas Interconectado del Norte Grande, Coyhaique, Punta Arenas, Puerto Natales y Puerto Porvenir

Cuociente entre Energía Reactiva y Energía Activa	Cargo para Tensión mayor a 100 kV	Cargo para Tensión entre 100 kV y 30 kV	Cargo para Tensión menor a 30 kV
%	\$/kVArh	\$/kVArh	\$/kVArh
Desde 0% y hasta 20%	0,000	0,000	0,000
Desde 20% y hasta 30%	3,390	0,000	0,000
Desde 30% y hasta 40%	6,104	6,104	0,000
Desde 40% y hasta 50%	6,104	6,104	6,104
Desde 50% y hasta 80%	8,134	8,134	8,134
Sobre 80%	10,163	10,163	10,163

<sup>40</sup> Cargos en \$ chilenos con tasa de cambio asociada de 675,44 \$/US\$.

Tabla 2

Cargos aplicables a la Energía Reactiva Inductiva para los Sistemas Interconectado Central

Cuociente entre Energía Reactiva y Energía Activa %	Cargo para Tensión mayor a 100 kV \$/kVArh	Cargo para Tensión entre 100 kV y 30 kV \$/kVArh	Cargo para Tensión menor a 30 kV \$/kVArh
Desde 0% y hasta 20%	0,000	0,000	0,000
Desde 20% y hasta 30%	3,419	0,000	0,000
Desde 30% y hasta 40%	6,156	6,156	0,000
Desde 40% y hasta 50%	6,156	6,156	6,156
Desde 50% y hasta 80%	8,203	8,203	8,203
Sobre 80%	10,251	10,251	10,251

1.2 Se exceptúa la aplicación de los cargos definidos en 1.1 para:

- a) Las horas del período comprendido entre las 00:00 y 08:00 hrs. De cada día, y
- b) Todas las horas de los días domingos o festivos.

## **2 Recargo por factor de potencia medio mensual**

La facturación por consumos efectuados en instalaciones cuyo factor de potencia medio mensual sea inferior a 0,93, se recargará en un 1% por cada 0,01 en que dicho factor baje de 0,93.

## **3 Facturación de la energía reactiva**

El recargo por energía reactiva que se aplique a la facturación de un mes cualquiera, será el más alto que resulte de comparar los recargos calculados de acuerdo con los incisos 1 y 2 precedentes.

**ANEXO B: DATOS SING SIMPLIFICADO**

Para la aplicación al Sistema Interconectado del Norte Grande se consideraron los siguientes datos:

Línea N°	Barra		Tensi <sup>o</sup> n kV	Capacida d MVA	g [pu]	b [pu]	b/2 [pu]		
	N°	N°						S/E	S/E
1	1	2	Tarapacá	Lagunas	220	200	6,1	-43,2	0,08
2	2	4	Lagunas	Crucero	220	200	3,2	-12,9	0,23
3	3	4	Norgener	Crucero	220	604	4,6	-33,7	0,09
4	5	4	Tocopilla	Crucero	220	660	6,2	-31,8	0,10
5	4	6	Crucero	Chuqui	220	330	4,7	-33,8	0,10
6	5	6	Tocopilla	Chuqui	110	360	3,0	-8,7	0,09
7	7	4	Chacaya	Crucero	220	291	2,1	-8,3	0,09
8	14	4	Central Atacama	Crucero	220	832	3,2	-20,5	0,28
9	4	11	Crucero	Escondida	220	270	0,9	-4,8	0,16
10	4	8	Crucero	Laberinto	220	330	1,7	-8,5	0,09
11	8	9	Laberinto	Andes	220	274	1,9	-9,0	0,08
12	7	8	Chacaya	Laberinto	220	290	1,8	-7,9	0,02
13	10	9	Zaldivar	Andes	220	365	5,1	-38,2	0,09
14	11	10	Escondida	Zaldivar	220	360	16,0	-88,0	0,01
15	8	10	Laberinto	Zaldivar	220	270	2,5	-12,7	0,06
16	12	11	Domeyko	Escondida	220	180	38,0	-157,2	0,00
17	14	12	Central Atacama	Domeyko	220	205	2,6	-11,0	0,28
18	13	12	O'Higgins	Domeyko	220	180	2,1	-8,6	0,09
19	14	13	Central Atacama	O'Higgins	220	163	3,6	-14,9	0,00

Generador		Barra		Pmax	Pmin	Qmax	Qmin	$\beta$
Nº		Nº		MW	MW	MVAR	MVAR	
1	CTTAR	1	Central Tarapacá	135	90	80	-50	16,6
2	NG1	3	Norgener					20,4
3	NG2	3	Norgener					20,2
4	U16	5	Tocopilla	200	160	90	-50	10,6
5	U15	5	Tocopilla					15,2
6	U14	5	Tocopilla	120	65	60	-40	14,9
7	U13	5	Tocopilla					15,7
8	U12	5	Tocopilla	75	40	40	-20	15,7
9	CTM3	7	Chacaya	200	130	80	-30	11,1
10	CTM2	7	Chacaya	150	90	60	-30	13,5
11	CTM1	7	Chacaya					15,5
12	M1	14	Central Atacama	170	110	110	-70	10,3
13	M2	14	Central Atacama					10,3
14	M3	14	Central Atacama	170	110	110	-70	10,2
15	M4	14	Central Atacama					10,2
16	Salta	9	Andes	200	180	150	-100	9,2

Nº	Barra	Consumo	
		MW	MVar
1	Tarapacá	100	70
2	Lagunas	140	100
3	Norgener	0	0
4	Crucero	215	100
5	Tocopilla	0	0
6	Chuqui	300	150
7	Chacaya	0	0
8	Laberinto	50	20
9	Andes	0	0
10	Zaldivar	65	30
11	Escondida	320	150
12	Domeyko	10	0
13	O'Higgins	10	0
14	C. Atacama	90	30
<b>TOTAL</b>		<b>1300</b>	<b>650</b>

### ANEXO C: DERIVADAS ECUACIONES NO LINEALES

Para la construcción de la matriz Jacobiana A y de la matriz Hessiana W se necesitan las derivadas de las restricciones no lineales (balances de flujo de potencia y corrientes por las líneas).

Las potencias inyectadas que aparecen en las ecuaciones de balance nodal son (B.1) y (B.2), y son de la forma  $f(V, \theta, t)$ . Es imprescindible tener en cuenta que la variable cuadrática de t (tap) que aparece en ellas, por efecto del circuito  $\pi$  equivalente de la línea, tiene un valor distinto dependiendo del lado primario o secundario del transformador que se está estudiando. Por su parte la ecuación de límite de corriente por las líneas, (B.3), es función de las mismas variables.

A continuación se definen todas las derivadas que se utilizan para formar las matrices.

$$P_i = V_i^2 (g_{ii} + \sum_{j \neq i} t_{ij}^2 g_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i (g_{ii} + \sum_{j \neq i} t_{ij}^2 g_{ij}) + \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\text{Derivada respecto a } V_i : 2 (g_{ii} + \sum_{j \neq i} t_{ij}^2 g_{ij})$$

$$V_j : t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i : - \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : V_j t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : 4 V_i t_{ij} g_{ij} + V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i : t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j : 0$$

$$\theta_i : -V_i t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : V_i t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : V_i |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i : -\sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j : -V_i t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i : -V_i \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : -V_i V_j |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i : V_j t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j : V_i t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i : V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : -V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : V_i V_j |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial t_{ij}} = 2 V_i^2 t_{ij} g_{ij} + V_i V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i : 4 V_i t_{ij} g_{ij} + V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j : V_i |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i : -V_i V_j |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : V_i V_j |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : 2 V_i^2 g_{ij}$$

$$Q_i = -V_i^2 (b_{ii} + \sum_{j \neq i} t_{ij}^2 b_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2 V_i (b_{ii} + \sum_{j \neq i} t_{ij}^2 b_{ij}) + \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i \quad : \quad -2 (b_{ii} + \sum_{j \neq i} t_{ij}^2 b_{ij})$$

$$V_j \quad : \quad t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i \quad : \quad \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j \quad : \quad -V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} \quad : \quad -4 V_i t_{ij} b_{ij} + V_j |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i \quad : \quad t_{ij} |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j \quad : \quad 0$$

$$\theta_i \quad : \quad V_i t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j \quad : \quad -V_i t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} \quad : \quad V_i |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i : \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j : V_i t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i : -V_i \sum_{j \neq i} V_j t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : V_i V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$V_i : -V_j t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$V_j : -V_i t_{ij} |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_i : V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\theta_j : -V_i V_j t_{ij} |Y_{ij}| \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$t_{ij} : -V_i V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t_{ij}} = -2 V_i^2 t_{ij} b_{ij} + V_i V_j |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$$

Derivada respecto a

$$\begin{aligned} V_i &: -4 V_i t_{ij} b_{ij} + V_j |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \\ V_j &: V_i |Y_{ij}| \text{sen}(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \\ \theta_i &: V_i V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \\ \theta_j &: -V_i V_j |Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \\ t_{ij} &: -2 V_i^2 b_{ij} \end{aligned}$$

$$\|I_{ij}\|^2 = t_{ij}^4 |Y_{ij}|^2 V_i^2 + t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_j^2 - 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial \|I_{ij}\|^2}{\partial V_i} = 2 t_{ij}^4 |Y_{ij}|^2 V_i - 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_j \cos(\theta_i - \theta_j)$$

Derivada respecto a

$$\begin{aligned} V_i &: 2 t_{ij}^4 |Y_{ij}|^2 \\ V_j &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 \cos(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_i &: 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_j &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ t_{ij} &: 8 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i - 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial |I_{ij}|^2}{\partial V_j} = 2 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_j - 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i \cos(\theta_i - \theta_j)$$

Derivada respecto a

$$\begin{aligned} V_i &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 \cos(\theta_i - \theta_j) \\ V_j &: 2 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 \\ \theta_i &: 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_j &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ t_{ij} &: 4 t_{ij} |Y_{ij}|^2 V_j - 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i \cos(\theta_i - \theta_j) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial |I_{ij}|^2}{\partial \theta_i} = 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j)$$

Derivada respecto a

$$\begin{aligned} V_i &: 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ V_j &: 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_i &: 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_j &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ t_{ij} &: 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial |I_{ij}|^2}{\partial \theta_j} = -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j)$$

Derivada respecto a

$$\begin{aligned} V_i &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ V_j &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_i &: -2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_j &: 2 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ t_{ij} &: -6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial |I_{ij}|^2}{\partial t_{ij}} = 4 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i^2 + 2 t_{ij} |Y_{ij}|^2 V_j^2 - 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)$$

Derivada respecto a

$$\begin{aligned} V_i &: 8 t_{ij}^3 |Y_{ij}|^2 V_i - 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ V_j &: 4 t_{ij} |Y_{ij}|^2 V_j - 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i \cos(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_i &: 6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ \theta_j &: -6 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i V_j \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\ t_{ij} &: 12 t_{ij}^2 |Y_{ij}|^2 V_i^2 + 2 |Y_{ij}|^2 V_j^2 \\ &\quad - 12 t_{ij} |Y_{ij}|^2 V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \end{aligned}$$

## **ANEXO D: MÉTODOS ALTERNATIVOS DE COSTOS Y VALOR DE LA POTENCIA REACTIVA**

### **D.1 Método Vectorial para determinar el Costo Directo del Control de Voltaje y Potencia Reactiva**

#### 1.1 Introducción

Este método desarrollado en EE.UU, se emplea para determinar los costos directos que involucra el control de voltaje y la provisión/absorción de potencia reactiva que realizan los generadores, siendo una metodología que busca asignar técnicamente los costos de producir las funciones de “voltaje, watts y vars”, según la capacidad de cada generador. La metodología se basa en el uso de las razones geométricas que se dan a través de la corriente de estator y de campo dentro del diagrama P-Q de cada generador. Así, partiendo de la premisa que los generadores síncronos tienen tres funciones básicas que son:

- Generar un voltaje (kV)
- Generar potencia activa (MW)
- Generar potencia reactiva (MVARs)

La metodología busca la asignación de costos para producir cada una de estas tres funciones, determinando técnicamente, cual es la capacidad eléctrica del generador que se emplea para soportar cada función. Para ello los pasos a seguir son:

1. Identificar que parte de la inversión realizada en el generador (kUS\$), se asigna al rotor, al estator y a la excitatriz.
2. Indentificar que porcentaje del rotor, estator y excitatriz son responsables de cada función (voltaje, MW y MVARs), mediante el uso del método vectorial.
3. Determinar la inversión (kUS\$) del rotor, del estator y de la excitatriz asignada a cada función del generador (utilizando pasos previos).

4. Otros costos involucrados en la provisión de estas funciones, corresponden a los de operación y mantenimiento del rotor, estator y la excitatriz (se plantea que el método vectorial puede asignar estos costos de la misma forma que lo hace para la inversión). También caen aquí los costos de operar la excitatriz (potencia, energía, mantenimiento y combustible de ésta).
5. Determinar la tarifa basándose en la suma de los costos anuales para proveer cada función y en la demanda del sistema (se divide por 12 para llevarlo a una base mensual).

De esta forma, se propone identificar los costos de inversión, operación y mantenimiento asociados a cada una de estas funciones, que guardan directa relación con los servicios complementarios. En efecto, tanto el voltaje como el soporte de reactivos corresponden a un servicio complementario específico. El empleo de estos costos por su parte permite desarrollar esquemas tarifarios (ofertados o no), que guardan estrecha relación con los costos directos involucrados para proveerlos, cuestión importante en algunas legislaciones.

## 1.2 Método Vectorial

Como premisa se establece que el método ha sido establecido para centrales térmicas, no obstante con algunas modificaciones podría aplicarse a otro tipo de tecnologías (por ejemplo hidráulicas). En este contexto, se plantea que la capacidad de cada generador se basa en las siguientes características: KVA, voltaje, velocidad, factor de potencia, razón de cortocircuito (SCR), voltaje de excitación y la presión del sistema de enfriamiento. Por otro lado, se asume que la capacidad de un generador para producir VARs es función del:

- Límite de la corriente de estator (según razones térmicas)
- Límite de la corriente de rotor (según razones térmicas)
- Límite de estabilidad (según la SCR)

- Límite de calentamiento del núcleo

La Figura D.1 muestra los estados de operación que puede tener un generador síncrono dependiendo del consumo o producción que tenga de Watts y Vars.

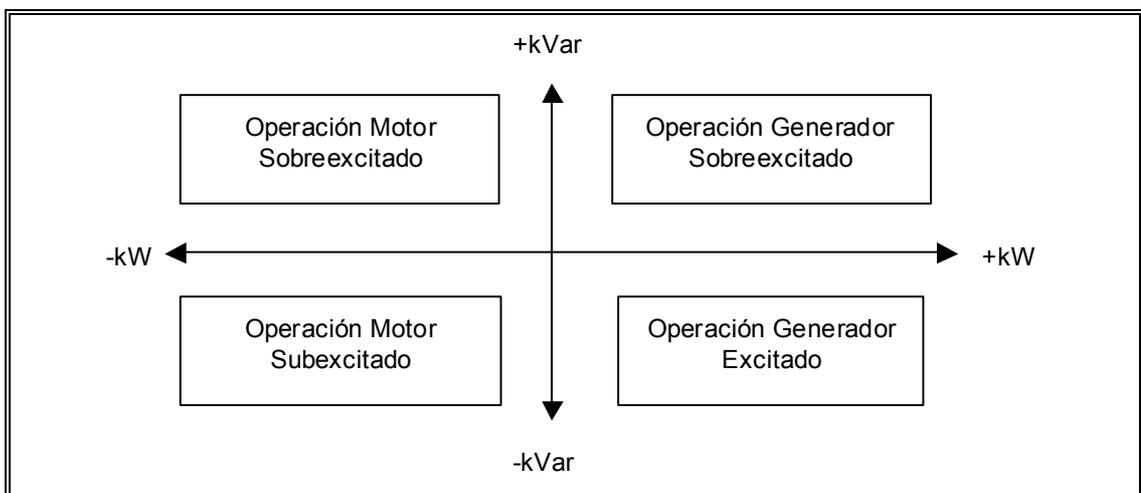


Figura D.1: Operación de la máquina según Watts y Vars

Basándose en la Figura D.1, la Figura D.2 muestra la zona de operación que queda comprendida por el efecto del límite de la corriente de estator. En ella también aparecen los efectos del factor de potencia y como ello se ve reflejado en la zona de operación.

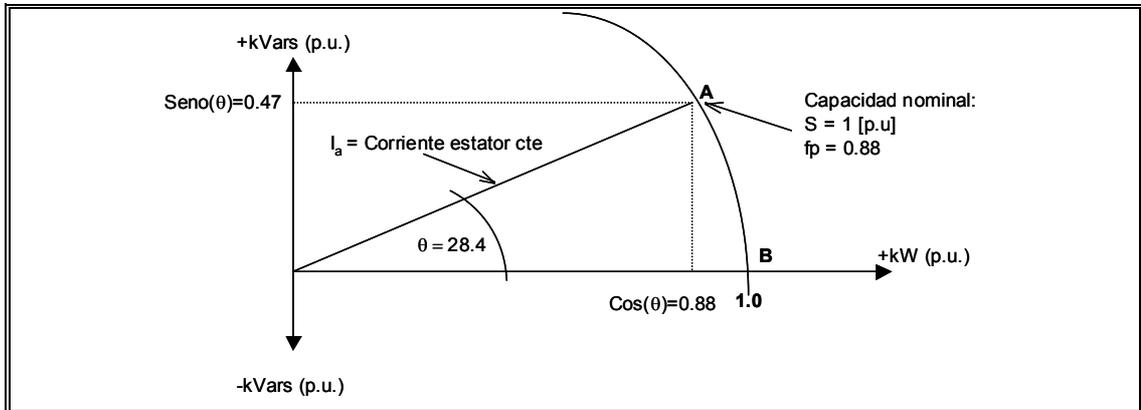


Figura D.2: Límite de corriente de estator (A-B)

Por otro lado se sabe que en régimen permanente en un generador se cumple que:  $E_{fd} = I_a \cdot x_d + E_t$ , donde "E<sub>t</sub>" es el voltaje terminal del generador, "I<sub>a</sub>" la corriente del estator, "X<sub>d</sub>" es la reactancia síncrona =  $V_{oc}/I_{oc} = 1/SCR$ , "E<sub>fd</sub>" es el voltaje interno generador que es proporcional al flujo del entrehierro o la corriente de campo (=I<sub>f</sub>\*x<sub>d</sub>, despreciando la saturación). Todo lo cual al representarse vectorialmente estas relaciones, en condiciones nominales (según figura D.2), permite obtener:

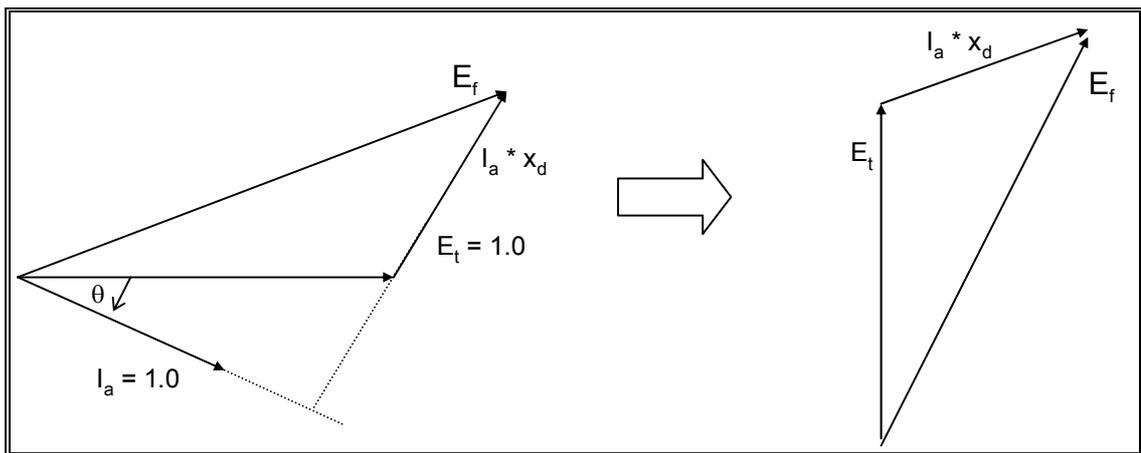


Figura D.3: Diagrama vectorial de la operación de un generador

A partir de la Figura D.3 y junto al diagrama mostrado en la Figura D.2, se obtiene finalmente un diagrama que señala las relaciones geométricas que se cumplen en un generador (bajo suposiciones de máquina térmica). Ello se ilustra en la Figura D.4.

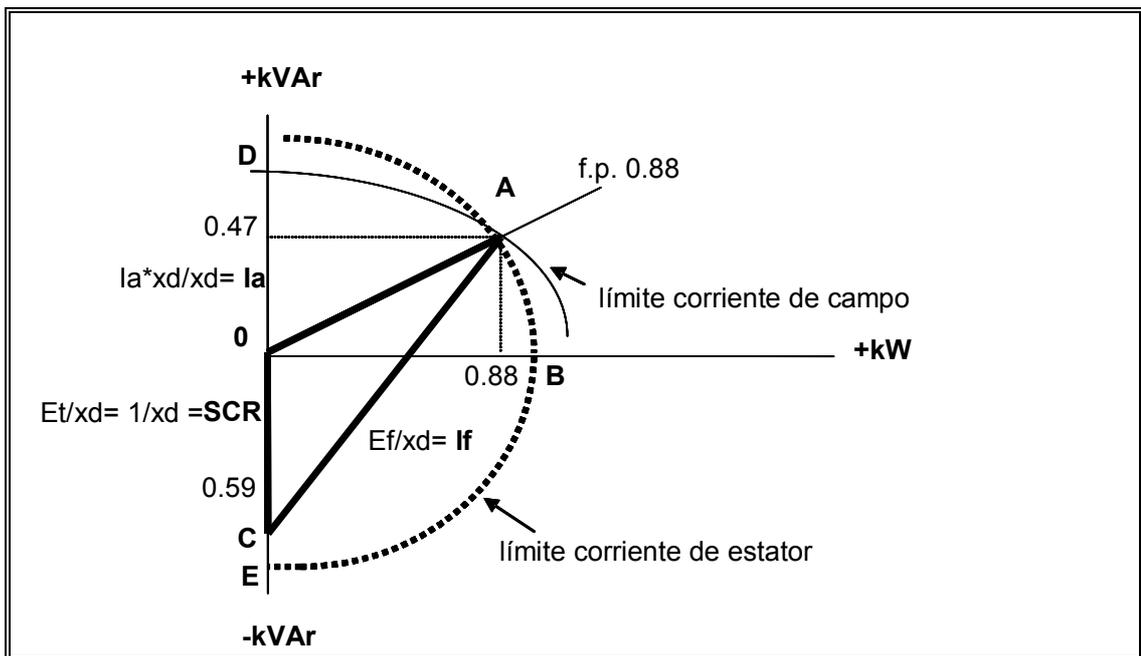


Figura D.4: Diagrama geométrico en un generador

Nótese que se ha asumido un valor para la razón SCR o lo que es lo mismo para la reactancia  $x_d$ . En este contexto, asumiendo las condiciones nominales y el factor de potencia vistos en las figuras anteriores, es posible evaluar las siguientes distancias vectoriales:

$$I_f = CA = \sqrt{(0,59 + 0,47)^2 + (0,88)^2} = 1,38$$

$$OD = 1,38 - 0,12 - 0,47 = 0,79$$

Con lo cual, para este caso, los kVARs generados pueden llegar a ser el 79% de los kVA generados. Este tipo de relaciones geométricas, forman la base para

la asignación vectorial del método y se ilustran para una máquina con las siguientes características:

$$S_{nom} = 11067 \text{ MVA}$$

$$f.p. = 0,88$$

$$x_d = 1,69 \text{ p.u.}$$

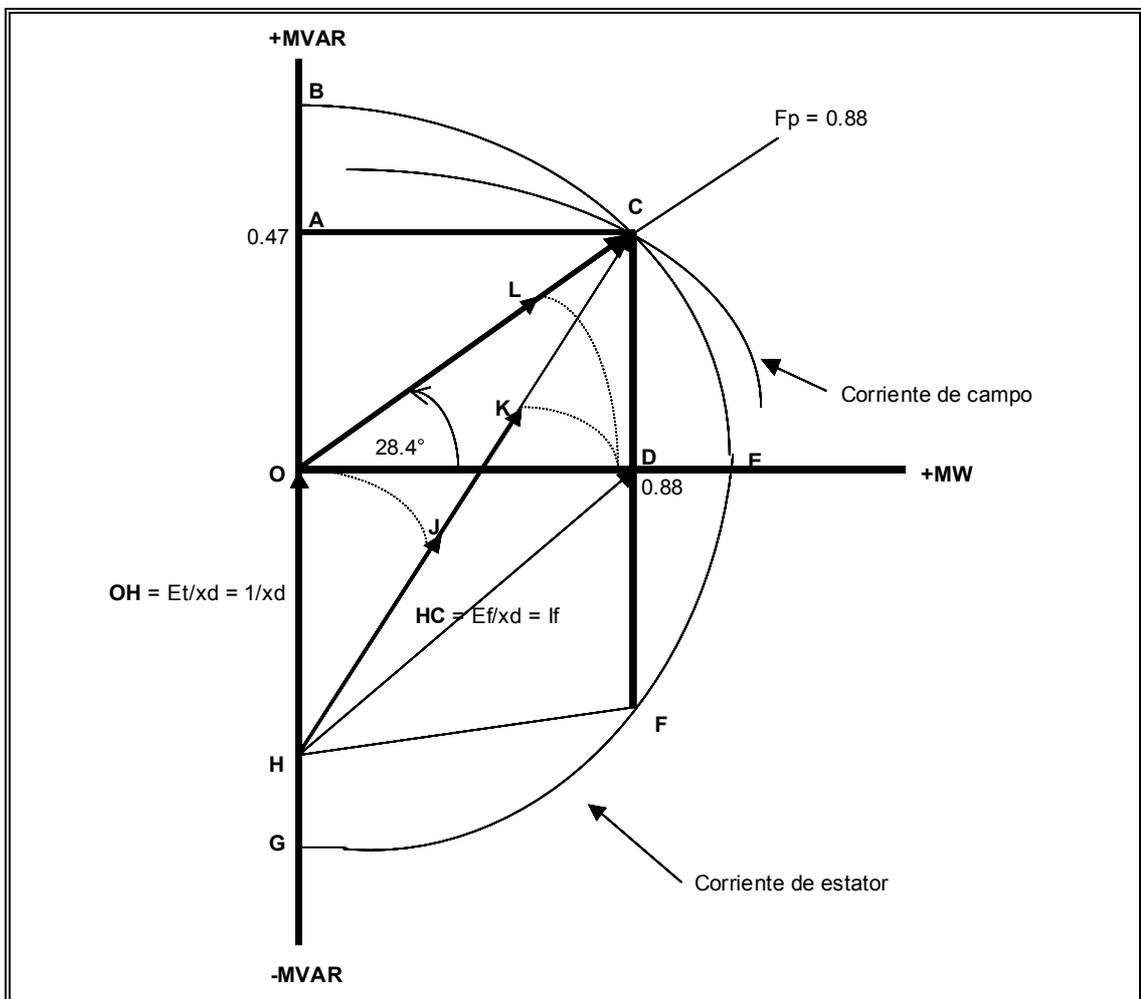


Figura D.5: Diagrama de Asignación Vectorial

En términos generales en el diagrama se cumple que:

OL	Es la porción de la corriente de estator "Ia" asignada a los watts
LC	Es la porción de la corriente de estator "Ia" asignada a los vars
HJ	Es la porción de la corriente de campo "If" asignada al voltaje
JK	Es la porción de la corriente de campo "If" asignada a los watts
KC	Es la porción de la corriente de campo "If" asignada a los vars

En términos específicos, en el diagrama vectorial las magnitudes comprometidas muestran las siguientes asignaciones vectoriales:

- $OL/OC = 88\%$  y  $LC/OC = 12\%$  (para la asignación de la corriente de estator)
- $HJ/HC = 43\%$  ,  $JK/HC = 34\%$  y  $KC/HC = 23\%$  (para la asignación de la corriente de campo y de rotor)

Lo que para este caso particular da los siguientes valores vectoriales:

$$OA = 0,47 \quad OC = 1,0 \quad OD = 0,88 \quad OH = 0,59$$

$$OL = 0,88 \quad LC = 0,12$$

$$HJ = 0,59 \quad HD = 1,06 \quad HK = 1,06 \quad HC = 1,38$$

$$JK = 0,47 \quad KC = 0,32$$

En base a estas relaciones es posible, por tanto, asignar cuanto de cada corriente se emplea para cada una de las tres funciones: voltaje, watts y vars. Así, para este generador los porcentajes de la inversión (excluyendo la inversión en la turbina y su respectivo control, que dicho sea de paso representa el 64.2% de la inversión total en equipos) realizados muestran que:

$$\text{Estator y su control} \rightarrow 45,5 \%$$

Rotor y su control -> 30,5 %

Excitatriz y su control -> 24,0 %

Total inversión \$ 360.514.280

Empleando las asignaciones vectoriales recién evaluadas, es posible desagregar estas inversiones para cada componente y obtener la Tabla 1.

Tabla 1: Asignación de inversión según función o servicio

	Watts (88%)	Voltaje (0%)	Vars (12%)
Estator y su control (45.5% de Inversión Total)	40	0	5,5
Inversión total (US\$)	144.205.712	0	19.828.285

	Watts (34%)	Voltaje (43%)	Vars (23%)
Rotor y su control (30.5 % de Inversión Total)	10,4	13,1	7,0
Inversión total (US\$)	37.493.485	47.227.371	25.236.000

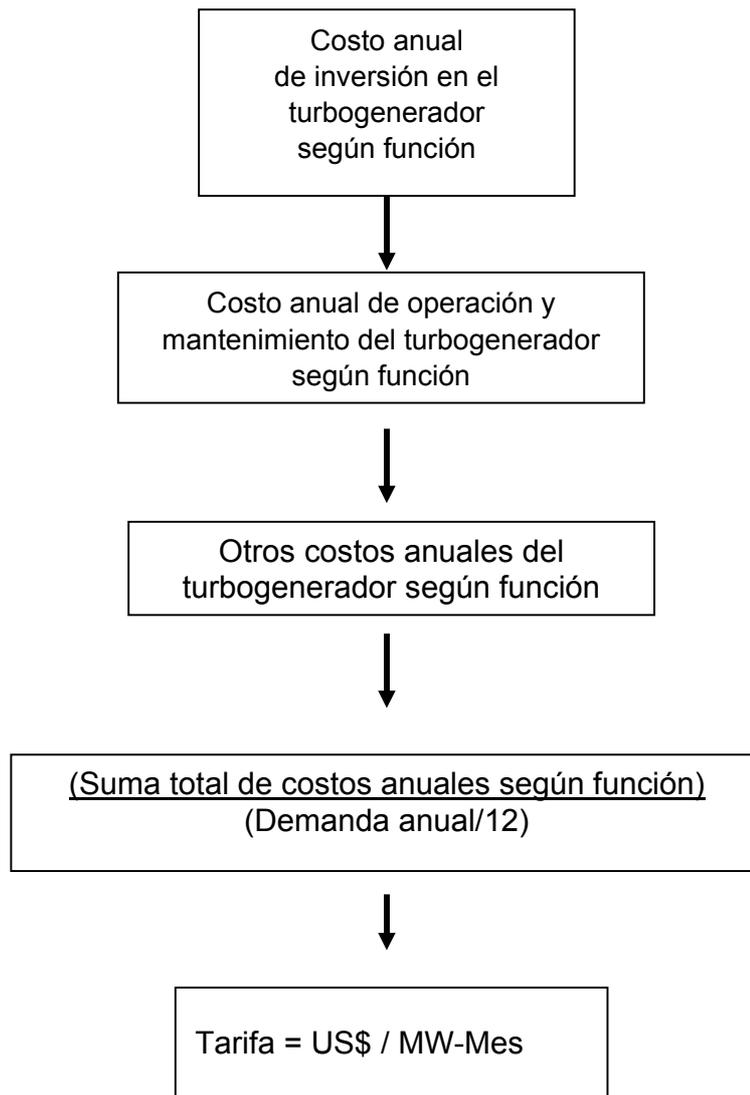
	Watts (34%)	Voltaje (43%)	Vars (23%)
Excitatriz y su control (24 % de Inversión Total)	8,2	10,3	5,5
Inversión total (US\$)	29.562.171	37.132.971	9.828.285

La Tabla 2 por su parte muestra la asignación final según el servicio realizado, en lo referente a valores de inversión.

Tabla 2: Inversión total (US\$) del generador, excitatriz y control según función

	Watts	Voltaje	Vars
Inversión total (US\$)	211.261.368	84.360.342	64.892.570

Este mismo procedimiento se plantea para asignar los otros costos directos involucrados en la gestión de estos servicios complementarios. De hecho esto se puede generalizar a través del siguiente diagrama de flujos:



En el caso de la inversión se debe obtener una anualidad para la inversión realizada, es decir se multiplican los valores antes obtenidos por un factor de recuperación del capital. Los otros costos corresponden efectivamente a

desembolsos anuales atribuibles a la operación, mantenimiento y otros valores (por ejemplo la operación de la excitatriz). La suma de todos estos costos en términos de cada función (voltaje, watts y vars), permite obtener una tarifa mensual atribuible a un determinado servicio. Empleando los datos de este ejemplo, resulta lo siguiente, para una demanda anual de 7790 MW:

	U.S.\$	%	Tarifa (U.S.\$/kW/mes)
Watts	39.495.665	54,44	0,423
Voltaje	19.401.879	26,74	0,207
Vars	13.656.045	18,82	0,146

Con lo cual la tarifa según el método vectorial para el servicio de control de voltaje y potencia reactiva es de \$ 0,353/kW-mes.

## D.2 Método del Factor de Potencia

Este es un método alternativo bastante simple, para tarificar el servicio complementario de voltaje y potencia reactiva, y con ello asignar costos entre las funciones de "watts" y "vars". Dicha metodología consiste en emplear el factor de potencia nominal de la máquina y asumir que:

- costo asignado a los watts = factor de potencia\*costo variable de generación
- costo asignado a los vars = (1-factor de potencia)\*costo de generación

Sin duda que es una muy simple asignación de costos asociados, y en la práctica no parece emplearse mucho, no obstante tiene la virtud de entregar una rápida y primera evaluación de las cifras involucradas.

Una aplicación de esta metodología directa de valorización de este servicio complementario a las centrales térmicas del SIC y SING (cifras Agosto de 1999), entrega:

Central (SIC-SING)	Costo variable (mills/kWh)	F.P.	Costo Vars (mills/kVarh)
San Isidro	12,1	0,85	1,81
Nueva Renca	12,9	0,85	1,93
Bocamina	15,8	0,80	3,16
Ventanas 2	16,8	0,90	1,68
Guacolda	12,3	0,85	1,845
Laguna Verde	44,1	0,80	8,82
Renca	86,4	0,80	17,28
Nehuenco	12,3	0,85	1,84
Patache	12,0	0,85	1,80
Norgener	16,6	0,85	2,49
CTM -1	13,4	0,85	2,01
CTM-2	12,7	0,85	1,90
U14	13,4	0,85	2,01
U12	14,9	0,85	2,235
U10	34,6	0,85	5,19