



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**INVERSIONES BAJO INCERTIDUMBRE
EN GENERACIÓN ELÉCTRICA:
APLICACIÓN DE OPCIONES REALES Y
MODELOS DE PRECIOS**

CARLOS EDUARDO BARRÍA QUEZADA

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD

Santiago de Chile, Enero, 2008

© 2008, Carlos Eduardo Barría Quezada



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

INVERSIONES BAJO INCERTIDUMBRE EN GENERACIÓN ELÉCTRICA: APLICACIÓN DE OPCIONES REALES Y MODELOS DE PRECIOS

CARLOS EDUARDO BARRÍA QUEZADA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

HUGH RUDNICK VAN DE WYNGARD

RICARDO PAREDES MOLINA

SAMUEL JERARDINO ETCHEVERRY

BONIFACIO FERNANDEZ LARRAÑAGA

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Enero, 2008

*Dedicado a quienes han entregado su
vida por sus hijos, mi madre Edith y
mi padre Carlos.*

AGRADECIMIENTOS

Son muchas las personas que de alguna u otra forma han contribuido con el trabajo que sostiene la presente Tesis y a cumplir con el desafío que ello significó. Quienes confiaron y aconsejaron, los que nunca dejaron de apoyar y animar, quienes comprendieron o simplemente estuvieron conmigo; compañera(o)s de ingeniería, de postgrado, de trabajo, amigas y amigos.

El profesor Hugh Rudnick, que me entregó la confianza y las oportunidades para descubrir y desarrollar mis capacidades académicas y profesionales. Los viejos estandartes de *303 Consulting Group*, Felipe Imbarack, Rodrigo Moreno y Alejandro Navarro con quienes compartimos interminables jornadas de investigación y trabajo, gracias por su apoyo sincero y la amistad que logramos. Agradezco a Samuel Jerardino por su gran disposición a resolver muchas dudas técnicas y entregar su visión apasionada de la problemática de los mercados eléctricos.

Mis amigos de la vida, Carlos González, Maria José Munizaga, Andrea Cornejo y Rodrigo Bravo (*Rock*) a quienes agradezco el apoyo incondicional durante el tiempo que duró este trabajo, seguramente no saben todo lo que me han ayudado. A Paula Ober, que me entregó todo el apoyo, la comprensión, la paciencia y su amor.

Quienes durante toda mi vida me han apoyado no sólo para desarrollar este trabajo, sino que en todo momento y para todas las cosas, mi madre Edith, mi padre Carlos, mis hermanos Hardy, Lorena y Yoanna, y mi abuela Gina.

INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE TABLAS	viii
INDICE DE FIGURAS.....	x
RESUMEN.....	xii
ABSTRACT.....	xiii
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Inversiones en Mercados Eléctricos Competitivos	3
1.1.1 Riesgo e Incertidumbre en Mercados Eléctricos	4
1.1.2 Decisiones Estratégicas y Flexibilidad en el Negocio de Generación Eléctrica.....	5
1.2 Modelos de Análisis de Incertidumbre.....	7
1.2.1 Principios Básicos de la Teoría de Opciones Reales	7
1.2.2 Modelamiento y Dinámica de Precios	10
1.3 Mercado Energético en Chile.....	12
1.3.1 Estructura del Mercado Eléctrico	13
1.3.2 Desarrollo Actual y Escenario Futuro.....	14
1.4 Objetivos y Alcances de la Investigación	16
1.5 Estructura de la Tesis	18
2 ESTRUCTURA Y PERSPECTIVA DE LA METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE INVERSIONES BAJO INCERTIDUMBRE EN GENERACIÓN ELÉCTRICA	19
2.1 Estructura General de la Metodología.....	19
2.1.1 Integración de la Metodología	21
2.2 Factores de Riesgo e Incertidumbre en Mercados Eléctricos	24
2.2.1 Factores Directos	25
2.2.2 Factores Indirectos.....	26

2.3	Decisiones Estratégicas del Inversionista en Generación Eléctrica	27
2.3.1	Alternativas Tecnológicas.....	27
2.3.2	Decisiones de Localización	29
2.3.3	Negociación Corporativa e Incentivos a la Inversión	29
2.4	Comercialización de la Inversión.....	30
2.4.1	Energía	30
2.4.2	Potencia.....	32
2.4.3	Servicios Complementarios	32
2.4.4	Abastecimiento de Combustibles.....	32
2.4.5	Margen Comercial de una Generadora Eléctrica.....	33
3	COMPORTAMIENTO Y MODELOS DE PRECIOS ELÉCTRICOS	36
3.1	Características Generales de Precios Eléctricos.....	36
3.1.1	Formación de Precios en Mercados Eléctricos	37
3.1.2	Comportamiento Dinámico de Precios Eléctricos	37
3.2	Análisis Empírico del Comportamiento Dinámico y Estadístico de las Series Históricas de Precios	39
3.2.1	Descripción de las Series de Precios Estudiadas	40
3.2.2	Análisis de las Series de Precios.....	42
3.3	Procesos Estocásticos para el Modelamiento de Precios	47
3.3.1	Caminata Aleatoria y Procesos de Wiener.....	48
3.3.2	Modelamiento Estocástico de las Propiedades del Precio	50
3.4	Modelos de Precios Eléctricos	51
3.4.1	Modelos de Precios de <i>Commodities</i>	52
3.4.2	Análisis del Estado del Arte.....	53
3.5	Estimación de Parámetros del Modelo de Precios	59
3.5.1	Procedimiento de Estimación	59
3.5.2	Resultados de la Estimación con Serie Completa.....	61
3.5.3	Resultados de la Estimación con Series Truncadas	65
3.5.4	Determinación del Parámetro ALFA (α)	68
3.5.5	Escenarios de Comportamiento de Largo Plazo	71
3.6	Conclusiones del Capítulo.....	74
4	OPCIONES REALES Y EVALUACIÓN DE INVERSIONES EN GENERACIÓN ELÉCTRICA	75
4.1	Conceptos Básicos sobre Opciones Reales	75

4.1.1	Opciones Financieras	76
4.1.2	Valor de la Flexibilidad de una Inversión.....	78
4.1.3	Revisión de Aplicaciones Clásicas	79
4.2	Métodos de Valorización y Algoritmos de Solución	81
4.2.1	Argumento de No Arbitraje y Valorización Neutral al Riesgo	81
4.2.2	Deducción de la Ecuación Diferencial del Valor de una Opción ..	82
4.2.3	Características Comunes en la Valorización de Activos Americanos	85
4.2.4	Soluciones Analíticas Cerradas.....	86
4.2.5	Soluciones vía Métodos Numéricos	87
4.2.6	Soluciones vía Simulación de Montecarlo y Algoritmos Híbridos	91
4.3	Aplicación de Opciones Reales en la Evaluación de Inversiones en Generación Eléctrica	92
4.3.1	Flexibilidad y Opciones en Inversiones de Generación Eléctrica .	93
4.3.2	Supuestos para la Aplicación de Opciones Reales en Generación Eléctrica	96
4.3.3	Análisis del Estado del Arte.....	98
4.4	Implementación del Procedimiento Numérico Trinomial para Evaluar Inversiones en Generación Eléctrica	107
4.4.1	Estructura del Valor Presente de los Flujos de Caja.....	107
4.4.2	Algoritmo Trinomial.....	109
4.4.3	Ejemplo de Aplicación.....	116
5	APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA EN EL MERCADO ENERGÉTICO CHILENO.....	124
5.1	Supuestos para la Aplicación de la Metodología	124
5.1.1	Características de las Inversiones Analizadas.....	125
5.1.2	Principales Supuestos	126
5.2	Aplicación en el Sistema Interconectado Central	127
5.2.1	Parámetros para el SIC	127
5.2.2	Resultados y Recomendaciones para Proyectos en el SIC	128
5.3	Aplicación en el Sistema Interconectado del Norte Grande	131
5.3.1	Parámetros para el SING	131
5.3.2	Resultados y Recomendaciones para Proyectos en el SING	132
5.4	Análisis de la Metodología.....	135

5.4.1	Estática Comparativa Sobre la Desviación Estándar	135
5.4.2	Estática Comparativa Sobre la Reversión a la media	138
6	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	140
6.1.1	Conclusiones	140
6.1.2	Trabajo Futuro	144
	BIBLIOGRAFIA.....	146
	A N E X O S.....	153
	ANEXO A: COSTOS MARGINALES ESPERADOS ANUALES RESULTADO DE SIMULACIONES CON EL MODELO OSE2000.	154
	ANEXO B: TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO ESTOCÁSTICO, LEMA DE ITO.	155

INDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 3-1: Estadísticos descriptivos para precios spot del SIC y SING, para las series totales (01 Enero 2000 – 30 Septiembre 2007) y las series sin/con restricciones de gas natural (inicio restricciones 05 Mayo 2004).	47
Tabla 3-2: Parámetros estimados con series históricas completas (01 Enero 2000 – 30 Septiembre 2007).	62
Tabla 3-3: Comparación del valor de κ estimado con resultados de investigaciones del estado del arte.....	64
Tabla 3-4: Parámetros estimados con series históricas truncadas: (a.1) Serie SIN restricciones de gas natural (01 Enero 2000 – 04 Mayo 2004).....	66
Tabla 3-5: Parámetros estimados con series históricas truncadas: (a.2) Serie CON restricciones de gas natural (05 Mayo 2004 – 30 Septiembre 2007).	66
Tabla 3-6: Parámetros estimados con series históricas truncadas: b) Sin datos del año 2007 (01 Enero 2000 – 31 Diciembre 2006).....	68
Tabla 3-7: Precios <i>forward</i> de 10 años y parámetro α estimado para el escenario CNE para el SIC y SING (valores en US\$/MWh).....	72
Tabla 3-8: Precios <i>forward</i> de 10 años y parámetro α estimado para el escenario MEM para el SIC y SING (valores en US\$/MWh).....	73
Tabla 4-1: Parámetros del Ejemplo Base.	116
Tabla 4-2: Probabilidades de transición obtenidas para el ejemplo base.	117
Tabla 4-3: Precios resultantes para cada nodo en el ejemplo base.....	118
Tabla 4-4: Valor de estado del proyecto para cada nodo del ejemplo base.	119

Tabla 4-5: Valor de nodo del proyecto del ejemplo base.....	121
Tabla 4-6: Resultados ejemplo base y casos de variación en volatilidad.....	123
Tabla 5-1: Características de los proyectos de inversión en tecnologías de generación eléctrica evaluados.	125
Tabla 5-2: Parámetros de precios para el Sistema Interconectado Central.	128
Tabla 5-3: Resultados para proyectos en el SIC, con un vencimiento de 3 años y 36 oportunidades de ejercicio.....	128
Tabla 5-4: Valor límite mínimo y crítico para α , valor óptimo del proyecto, precios mínimo y crítico de largo plazo para cada proyecto de inversión en el SIC, con un vencimiento de 3 años y 36 oportunidades de ejercicio.	130
Tabla 5-5: Parámetros de precios para el Sistema Interconectado del Norte Grande.	132
Tabla 5-6: Resultados para proyectos en el SING escenario MEM, con un vencimiento de 3 años y 1095 oportunidades de ejercicio.	133
Tabla 5-7: Valor límite mínimo y crítico para α , valor óptimo del proyecto, precios mínimo y crítico de largo plazo para cada proyecto de inversión en el SING, con un vencimiento de 3 años y 1095 oportunidades de ejercicio.	134
Tabla 5-8: Valor de la oportunidad de inversión comparada según desviación estándar, para proyectos en el SIC. (Opción vence en 3 años con 36 oportunidades de ejercicio)..	136
Tabla 5-9: Valor de la oportunidad de inversión según reversión a la media, proyectos en el SIC. (Opción vence en 3 años con 36 oportunidades de ejercicio).....	138
Tabla A-1: Costos Marginales Esperados Anuales Escenario CNE.	154
Tabla A-2: Costos Marginales Esperados Anuales Escenario MEM.....	154

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2-1: Integración del esquema financiero y de operación sobre el análisis de inversiones.....	22
Figura 2-2: Estructura general de la evaluación de inversiones en generación eléctrica....	24
Figura 3-1: Serie histórica de precios spot del SIC, correspondiente al promedio diario de los costos marginales horarios en la subestación Quillota 220 kV, desde el 01 de enero de 2000 al 30 de septiembre de 2007. (Fuente de datos: CDEC-SIC).....	41
Figura 3-2: Serie histórica de precios spot del SING, correspondiente al promedio diario de los costos marginales horarios en la subestación Crucero 220 kV, desde el 01 de enero de 2000 al 30 de septiembre de 2007. (Fuente de datos: CDEC-SING).....	42
Figura 3-3: Desviación estándar para muestras de ventanas consecutivas de 7 días para las series históricas de precios del SIC y el SING.....	43
Figura 3-4: Histograma empírico de series de precios históricos para el SIC y el SING, con curva de distribución normal sobreimpuesta.....	44
Figura 3-5: Gráficos de Probabilidad Normal Para Series de Precios Eléctricos Absolutos y Logarítmicos para SIC y SING.	45
Figura 3-6: Tiempo medio de retorno a mitad de camino al nivel de reversión η versus κ .	63
Figura 3-7: Promedio mensual de los costos marginales reales, i) SIC – Quillota 220 kV y ii) SING – Crucero 220 kV.	67
Figura 4-1: Caracterización de Flujos de Pago para Opciones Financieras.	76
Figura 4-2: Representación del valor de oportunidad de un proyecto de inversión.....	78

Figura 4-3: Estructura del dominio de solución para un árbol binomial con cinco oportunidades de ejercicio.....	89
Figura 4-4: Características y comparación de los enfoques de aplicación de opciones reales en la evaluación de inversiones en generación eléctrica.	107
Figura 4-5: Estructura del dominio de solución para un árbol trinomial con cinco oportunidades de ejercicio.....	110
Figura 4-6: Diagrama de flujo del algoritmo trinomial.....	111
Figura 4-7: Alternativas de ramificación trinomial para un proceso con reversión a la media. (a) Nodo sin límite, (b) nodo límite máximo y (c) nodo límite mínimo.	112
Figura 4-8: Ilustración de la estructura de ramificación para el ejemplo base.....	119
Figura 4-9: Valor de ejercicio inmediato y opción real v/s ALFA para el ejemplo base y variaciones sobre la desviación estándar σ	122
Figura 5-1: Valor de ejercicio inmediato y valor de la opción real de invertir en proyectos de carboneras y CCGNL v/s parámetro α para el SIC, con un vencimiento de 3 años y 36 oportunidades de ejercicio.....	129
Figura 5-2: Valor de ejercicio inmediato y valor de la opción real de invertir en proyectos de carboneras v/s parámetro α para el SING, con un vencimiento de 3 años y 1095 oportunidades de ejercicio.....	134
Figura 5-3: Variación porcentual en el valor de la oportunidad de inversión respecto a la volatilidad del precio, para proyectos en el SIC.....	137
Figura 5-4: Variación porcentual en el valor de la oportunidad de inversión respecto a la reversión a la media del precio, para proyectos en el SIC.	139

RESUMEN

En la presente tesis se estudia el problema de inversiones bajo condiciones de incertidumbre en generación eléctrica, desarrollándose una metodología basada en un esquema de aplicación de opciones reales y modelos de precios eléctricos.

En primer lugar se investiga el comportamiento dinámico de los precios spot de los dos principales mercados eléctricos de Chile, el Sistema Interconectado Central (SIC) y el Sistema Interconectado del Norte Grande (SING). Se realiza un análisis empírico con las series históricas de precios, demostrándose las características de alta volatilidad y reversión a la media junto con las propiedades distributivas típicas de precios eléctricos. Se estiman los parámetros para un modelo de precios de un factor estocástico con reversión a la media que se origina de la modelación de precios de *commodities*, integrando dicho esquema con un modelo de simulación de la operación del sistema eléctrico, determinando así las expectativas de precios de largo plazo del mercado eléctrico.

Para desarrollar la aplicación del análisis de opciones reales, se implementa un procedimiento numérico de árboles trinomiales utilizando los parámetros estimados para el modelo de precios junto con programación dinámica evaluando la opción real americana o valor de la oportunidad de las inversiones, encontrando el valor crítico del precio de largo plazo donde las inversiones se hacen óptimas.

Se aplica la metodología en el mercado energético chileno, evaluándose diferentes tecnologías de generación eléctrica y realizando estáticas comparativas sobre los principales parámetros de precios. El análisis de los resultados permite demostrar que la flexibilidad en las decisiones agrega valor a las oportunidades de inversión bajo condiciones de incertidumbre. Finalmente, se demuestra que el análisis de opciones reales logra entregar una visión diferente que permite ser un apoyo en la toma de decisiones de inversión en generación eléctrica.

Palabras Claves: Precios de la electricidad, inversiones en generación eléctrica, opciones reales, decisiones estratégicas, árboles trinomiales.

ABSTRACT

The aim of this thesis is the study of the generation investment under uncertainty in electric markets, developing a methodology based in a real options approach and electricity prices modeling.

The work first investigates the dynamic behavior of the spot prices in the two main Chilean electricity markets, the Central Interconnected System (SIC) and the Great North Interconnected System (SING). An empirical analysis of the historical spot price series demonstrates the high volatility and the mean reversion characteristic, with the typical electricity prices distribution properties. Then, an estimation of the parameters of a single-factor stochastic price model with mean reversion is performed. The scheme integrates an operational power system hydrothermal simulation model, in order to determine the long term electricity prices market expectations.

The real option approach is performed using a trinomial trees numerical procedure, using the estimated parameters of the prices modeling and dynamic programming in order to solve the American real option valuation, i.e., the opportunity to invest value. The valuation finds the long term critical prices where the investments are optimal

The methodology is applied in the Chilean energy markets, evaluating different electric power plants technologies and performing static comparatives over the main prices parameters. The results analysis allows to demonstrates that the flexibility in the decisions aggregates value in the investment opportunities under uncertainty. Finally, the analysis demonstrates the real options approach capabilities to give a distinct perspective and support to the decisions takers in power generation investment.

Keywords: electricity prices, power generation investment, real options, strategic decisions, trinomial trees.

1 INTRODUCCIÓN

La tendencia de reestructurar el sector energético a nivel mundial hacia mercados liberalizados y competitivos, ha permitido mejorar la eficiencia económica y de suministro de los mercados de electricidad. Diversas soluciones han sido aplicadas para llevar a cabo dichas reformas, con resultados exitosos y otros menos, pero la concepción de que la reestructuración de la industria eléctrica es un proceso, y no un evento, permite considerar que las reformas son evolutivas y deben alimentarse de la experiencia, las lecciones aprendidas¹ y las diversas circunstancias locales de los mercados.

Los procesos se siguen llevando a cabo en muchos países, otros siguen evaluando dar el paso hacia la liberalización y algunos simplemente han decidido no proponer la llamada desregulación de los mercados eléctricos. Con o sin dicha reestructuración, el desarrollo energético es un tema relevante y estratégico a nivel mundial, más aún en tiempos donde la preocupación ambiental y los fenómenos como el cambio climático del planeta, se relacionan directamente con la producción, distribución y consumo de energía². En estos términos, el desafío actual y futuro del sector energético, particularmente en la industria eléctrica, es lograr que los mecanismos de los mercados en conjunto con la supervisión de los gobiernos logren incentivar las inversiones en nueva capacidad de generación, expansión de redes y abastecimiento de combustibles, en un contexto de seguridad y confiabilidad del suministro energético bajo condiciones de eficiencia económica, junto con una sustentabilidad social y ambiental.

La liberalización de la industria eléctrica puso en manos de inversionistas privados la decisión de expandir la capacidad de generación de los sistemas eléctricos, dichas

¹ Para un análisis de las reformas en mercados eléctricos véase a Rudnick y Montero (2002), Borenstein (2002), Joskow (2003) y Rudnick et al. (2005).

² El cuarto informe del panel intergubernamental de cambio climático IPCC (2007), se refiere entre otros fenómenos, al incremento de la concentración atmosférica global de dióxido de carbono debido principalmente al uso de combustibles fósiles, como uno de los más importantes factores del cambio climático global.

decisiones deben ser tomadas bajo escenarios de negocios donde los conceptos de riesgo e incertidumbre son relevantes e inciden notablemente en las decisiones del mercado. En este sentido, se advierte un cambio de enfoque en el uso y aplicación de metodologías de apoyo para la toma de decisiones en mercados eléctricos; la planificación tradicional basada en modelos de optimización y programación lineal/no-lineal no es suficiente, por dicho motivo, se han desarrollado herramientas de gestión con una visión más estratégica del mercado³ que mejoran la forma de cuantificar la incertidumbre y manejar los riesgos.

La investigación que se desarrolla en este trabajo, pretende evaluar y valorizar inversiones en generación eléctrica bajo condiciones de incertidumbre en un contexto de mercados eléctricos con características competitivas. En este sentido, se estudia la aplicabilidad del análisis de opciones reales como enfoque para la evaluación económica de inversiones en generación eléctrica, junto con ello se estudian los principales conceptos del comportamiento de precios eléctricos y los modelos desarrollados en la literatura de precios de *commodities*.

Se pretende estructurar una metodología que integre aplicaciones de opciones reales con modelos de precios eléctricos basados en procesos estocásticos⁴ y un modelo basado en la operación del sistema eléctrico⁵. El objetivo es desarrollar un esquema metodológico de apoyo para la toma de decisiones en la asignación de capital para inversionistas en generación eléctrica.

³ El artículo Dyner y Larsen (2000) analiza este cambio de enfoque sobre las metodologías de planificación y análisis para el apoyo en la toma de decisiones en la industria eléctrica y presenta diversas metodologías modernas que pueden ayudar a formular la estrategia de las empresas eléctricas.

⁴ Modelos que se derivan de los modelos de precios de *commodities* desarrollados en las finanzas modernas.

⁵ En el presente trabajo se utiliza un modelo de operación cuya base teórica es la programación dinámica dual estocástica (Pereira, 1989; Gorenstin et al., 1992) el cual considera las características del sistema de transmisión (multi-nodal) y de modelamiento de distintas cuencas hidrológicas (multi-embalse) llamado *OSE2000*.

El presente capítulo introductorio tiene como fin entregar las bases del contexto de desarrollo de la investigación y la base conceptual del análisis. En primer lugar, se identifican las principales características de las inversiones en mercados eléctricos competitivos, considerando el enfoque que toma en cuenta en la evaluación el riesgo del negocio y la incertidumbre del sector. Luego, se realiza una descripción preliminar del análisis de opciones reales y su impacto en la evaluación económica de inversiones, además se incluye una revisión de conceptos de modelamiento de precios de *commodities*. Finalmente, como marco de aplicación de la metodología desarrollada se presenta la estructura general del sector energético chileno junto con una visión comentada del desarrollo actual y futuro del mercado.

1.1 Inversiones en Mercados Eléctricos Competitivos

En mercados eléctricos desregulados se establece libre competencia en el segmento de generación eléctrica, es decir, existen mercados mayoristas de compra y venta de electricidad que en teoría deben ser de economía perfecta⁶. Así, grandes oferentes y demandantes negocian libremente la electricidad en mercados generalmente con estructuras de bolsas, plataformas de negocios (*pools*) y contratación bilateral física o financiera, bajo esquemas de coordinación de la operación entre los distintos agentes. Bajo este concepto, la responsabilidad de expandir la capacidad de generación y así asegurar un suministro eléctrico bajo condiciones de confiabilidad y eficiencia económica, recae en manos de inversionistas privados interesados en participar en el segmento de generación eléctrica o en aquellas empresas existentes que desean aumentar su oferta al mercado.

Sin embargo, la volatilidad de los precios energéticos, la capacidad de abastecimiento de combustibles, el desarrollo de regulaciones y políticas gubernamentales o las imperfecciones estructurales de los mercados eléctricos provocan que los inversionistas deban encarar un ambiente riesgoso e incierto para tomar decisiones. Dicho ambiente, ha provocado que una de las premisas que sostiene el concepto detrás de la creación de

⁶ Para una introducción al análisis económico de competencia en mercados eléctricos competitivos ver Wolak (1999), Hogan (1998) y Borenstein (2002).

mercados eléctricos competitivos, i.e. mantener un adecuado desarrollo de inversiones que asegure el suministro de electricidad en condiciones de eficiencia económica, haya sido puesta en duda o al menos revisada en los mercados liberalizados a nivel mundial.

El informe Fraser (2003) elaborado por la Agencia Internacional de Energía⁷, advierte que el riesgo y la incertidumbre de los mercados eléctricos competitivos ha cambiado el comportamiento de los inversionistas y la elección de tecnologías en la matriz energética. El trabajo pone de manifiesto la necesidad de utilizar herramientas modernas de evaluación de inversiones y cobertura de riesgos en el análisis de proyectos de generación eléctrica. Asimismo, el artículo Finon et al. (2004) indica los desafíos económicos y políticos que los mercados eléctricos deben enfrentar, en la etapa donde se deben realizar las inversiones que se adecuen al crecimiento de la demanda, en términos de incentivar al capital privado para invertir.

Sobre la misma discusión, en Joskow (2006) se argumenta que existen imperfecciones estructurales del mercado y restricciones institucionales⁸ cuyo efecto mantiene los precios de los mercados mayoristas por debajo de niveles eficientes en términos de incentivar las inversiones en nueva capacidad de generación eléctrica.

1.1.1 Riesgo e Incertidumbre en Mercados Eléctricos

Dentro del análisis económico se citan distintas definiciones formales de los conceptos de riesgo e incertidumbre, en general, riesgo se refiere a situaciones donde el tomador de decisiones puede asignar probabilidades a las variables aleatorias que enfrenta, es decir, se conoce la distribución de probabilidades de dichas variables, en cambio, la incertidumbre se refiere a situaciones donde dicha aleatoriedad no puede ser expresada en términos probabilísticos bien definidos, o sea su distribución de probabilidades no es conocida.

Sin embargo, fuera de toda formalidad, esta investigación se refiere a inversiones bajo incertidumbre dadas las condiciones inciertas de evolución de los estados del mercado

⁷ Cuerpo autónomo bajo la estructura de la Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo (*OECD* por sus siglas en inglés) creado para implementar un programa energético internacional.

⁸ El trabajo se basa en la experiencia de mercados eléctricos competitivos en Estados Unidos.

energético en el cual se toman las decisiones, lo cual genera riesgo en el negocio de generación eléctrica, es decir, en los retornos y la rentabilidad de los inversionistas. Dicha incertidumbre es provocada por la aleatoriedad de las variables de estado de los mercados energéticos que dependen de muchos factores que influyen directamente en su comportamiento.

Las variables de estado más representativas de los mercados eléctricos son los precios de la electricidad: los precios puntuales de corto plazo resultantes del mercado *spot* y los precios que resultan de las transacciones de diferentes tipos de contratos físicos y/o financieros de largo plazo. Asimismo, la proyección y estimación de largo plazo de ambas variables de estado son un reflejo de como el mercado observa su evolución futura, en efecto, los agentes del mercado toman sus decisiones de acuerdo con el impacto económico que los precios resultantes tengan en sus negocios.

Los precios *spot* muestran el estado instantáneo del mercado y su volatilidad asociada representa la variabilidad causada por el impacto de los diferentes factores de incertidumbre del mercado en el muy corto plazo. En este sentido, el comportamiento de los precios spot eléctricos, a diferencia de los precios de otros tipos de productos con características de *commodities*, se debe a las particulares características del “activo” electricidad el cual no es directamente almacenable⁹, por lo tanto, la oferta debe estar en todo momento calzada con la demanda y cualquier diferencia entre el suministro de electricidad y la carga se refleja instantáneamente en los precios spot¹⁰.

1.1.2 Decisiones Estratégicas y Flexibilidad en el Negocio de Generación Eléctrica

Desde el punto de vista de un inversionista, la decisión de invertir en capacidad de generación eléctrica en un mercado competitivo es estratégica en el sentido que requiere un

⁹ La energía eléctrica puede ser indirectamente almacenada a través de los embalses de centrales hidroeléctricas o a través del almacenamiento de los combustibles de los generadores térmicos.

¹⁰ En el capítulo 2 se revisa de forma extensa el comportamiento de los precios de la energía.

compromiso mayor dentro de la empresa, son intensivas en capital, con estructuras de retornos de largo plazo y un alto nivel de costos hundidos.

Por otra parte, la idea de la flexibilidad de una inversión se considera en general como parte de las decisiones que son tomadas de forma intuitiva por los gerentes, es decir, no se evalúan explícitamente. En este sentido, las inversiones en generación eléctrica poseen un alto nivel de flexibilidad en sus decisiones, de forma que durante el proceso de evaluación y ejecución de un proyecto es posible distinguir etapas, decisiones secuenciales e incluso flexibilidad operacional una vez efectuada la inversión.

Incorporar todas las flexibilidades de un proyecto de inversión en generación eléctrica de forma cuantitativa en la evaluación económica es una tarea difícil, su solución puede ser muy compleja y requerir sofisticadas formas de aplicación. Sin embargo, es posible explorar el alcance y nivel de influencia en la evaluación de ciertos factores que le entregan flexibilidad a las inversiones. Para esto se hace necesario identificar las decisiones que pueden tener algún grado de flexibilidad que puede ser cuantificada y generar valor a la inversión¹¹.

La industria eléctrica se desarrolla en base a tecnologías que resultan económicamente eficientes y que poseen rentabilidades esperadas de acuerdo con las políticas comerciales de los inversionistas. Asimismo, dependen de características de abastecimiento energético locales e internacionales, precios y capacidad de suministro de combustibles, disponibilidad y localizaciones de potencial hidroeléctrico, iniciativas de inversión en Energías Renovables No Convencionales (ERNC) o políticas de desarrollo de energía nuclear. Por otra parte, las centrales de generación eléctrica son ciertamente fuente de impacto ambiental y muchas veces causan efectos político-sociales que influyen en las decisiones y cambian los escenarios sobre los cuales se desarrolla el sector energético de los distintos países.

¹¹ En el Capítulo 4 se identifican las flexibilidades que pueden actuar como opciones que generan valor a las inversiones en generación eléctrica.

Por lo tanto, se hace imprescindible una evaluación no sólo económica, sino además un análisis que considere las diferentes características, mecanismos y complejidades del sector energético donde se enmarcan las decisiones de inversión.

1.2 Modelos de Análisis de Incertidumbre

En las finanzas modernas se han desarrollado sofisticados modelos matemáticos para analizar el riesgo y la incertidumbre asociados con transacciones de instrumentos financieros. Las primeras formas de cuantificación de riesgo tienen su origen en Markowitz (1952) donde se presenta el problema sobre minimización del riesgo de un portafolio a través de su varianza, sujeto a una restricción sobre un nivel de retorno mínimo esperado, dicho artículo formaliza y aplica el principio de diversificación del riesgo; luego en Sharpe (1964) se publica la teoría de equilibrio de mercado bajo condiciones de riesgo, basada en el modelo de valorización de activos de capital o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). Pero las finanzas modernas que incluyen la valorización de instrumentos financieros derivados y de renta fija, además del modelamiento estocástico de curvas de tasas de interés, precios de acciones y *commodities*, así como la evaluación de activos derivados reales comienza con los artículos Black y Scholes (1973) y Merton (1973), trabajos seminales del área¹² en los cuales se desarrollan soluciones analíticas para la valorización de opciones financieras y se estudia el comportamiento estocástico de precios.

1.2.1 Principios Básicos de la Teoría de Opciones Reales

La teoría de opciones reales es una adaptación de la teoría de valorización de opciones financieras y se desarrolló bajo el concepto de reconocer la semejanza entre las funciones de pago de dichos activos derivados y las estructuras de flujos de caja de proyectos de inversión bajo condiciones de incertidumbre. El análisis de opciones reales se puede entender como un enfoque metodológico para la evaluación económica de activos de

¹² La importancia y significancia económica del trabajo se refleja en el premio Nobel que Robert Merton y Myron Scholes recibieron el año 1997 por su contribución en las finanzas modernas (Fisher Black no alcanzó a recibir el premio debido a su fallecimiento en agosto de 1995).

origen real que asigna valor a la flexibilidad cuantificando la incertidumbre asociada a los proyectos de inversión.

Los primeros trabajos en reconocer la similitud entre la decisión de ejercer una opción financiera y decidir invertir en un proyecto asociado a un activo real¹³, desarrollaron modelos matemáticos para valorizar inversiones bajo incertidumbre con flexibilidad en diferentes etapas de un proyecto y se aplicaron a la valorización de recursos naturales como yacimientos de cobre, pozos de petróleo y a la evaluación de inversiones en investigación y desarrollo (I&D). Un artículo clásico en la literatura es Brennan y Schwartz (1985) el cual evalúa una mina de cobre que considera las opciones de apertura, cierre y abandono de las operaciones. El precio del cobre se modela como un proceso estocástico que sigue un movimiento Browniano geométrico, se deduce una solución analítica para la opción real de tipo americana¹⁴ en el caso de tener reservas infinitas y se utilizan métodos numéricos de diferencias finitas para resolver el caso de reservas físicas conocidas.

La necesidad de valorizar activos a través de opciones reales se debe al aumento de las condiciones de incertidumbre que enfrentan los tomadores de decisiones y a las deficiencias del enfoque de Flujos de Caja Descontados (FCD) para evaluar inversiones donde las variables relevantes están sujetas a fluctuaciones impredecibles y se presentan flexibilidades propias de un proyecto como la opción de retrasar la inversión, aumentar o disminuir la producción o abandonar un proyecto. Por lo tanto, la utilización de valores esperados para cuantificar los flujos de caja puede resultar errónea, toda vez que no considera la toma de decisiones intermedias durante la realización de los proyectos. Asimismo, la evaluación a través de FCD está fuertemente influenciada por la tasa de descuento utilizada, la cual debe representar el riesgo de los flujos de caja a lo largo de la vida útil del proyecto, en efecto, estimar un valor realista resulta muy difícil, más aún

¹³ Entre los primeros trabajos en desarrollar la teoría de opciones reales se encuentran Brennan y Schwartz (1985), McDonald y Siegel (1986) y Majd y Pindyck (1987).

¹⁴ Las opciones americanas pueden ser ejercidas en cualquier momento antes de su vencimiento, en general, no tienen solución analítica, por lo cual se utilizan métodos numéricos o de simulación para su resolución.

cuando debe representar una incertidumbre variable en el tiempo. La principal ventaja de los métodos de FCD, es que se basa en consideraciones teóricas fácilmente justificables y es simple en su aplicación, sin embargo dicha simpleza puede ser peligrosa cuando se aplica en problemas donde la estructura no lo justifica¹⁵.

Las ventajas del enfoque de evaluación de proyectos de inversión con teoría de opciones reales se basan en mejorar la forma en que se toma en cuenta la incertidumbre de variables críticas en la valorización y la flexibilidad inherente de proyectos complejos, el análisis conduce a resultados más realistas debido a la característica dinámica de la metodología¹⁶, en efecto, además de valorizar un proyecto de inversión, el análisis de opciones reales puede determinar también la política óptima que maximiza el valor del proyecto.

La evaluación de opciones reales está estrechamente ligada con los avances en los modelos y técnicas de valorización de activos derivados financieros, sin embargo, los proyectos de inversión son mucho más complejos debido a las diferentes opciones y decisiones secuenciales que deben tomarse en cuenta. De la misma forma que los activos derivados financieros, los activos derivados reales pueden clasificarse en europeos y americanos, las opciones europeas se ejercen sólo en la fecha de vencimiento asociado, en cambio, los activos de carácter americano se pueden ejecutar en cualquier momento antes de la fecha de expiración lo que obliga a estimar una política óptima de ejercicio.

El problema de valorización de activos derivados posee expresiones analíticas para su resolución, la más conocida de ellas es la clásica fórmula de *Black & Scholes* que encuentra una solución para el problema de una opción sobre una acción cuyo precio sigue un movimiento Browniano geométrico. Luego, en Brennan y Schwartz (1977) se introdujeron los métodos numéricos con diferencias finitas y en Cox, Ross y Rubinstein

¹⁵ En Cortázar (1999) se analizan los problemas de las técnicas de Valor Actual Neto (VAN) para la valorización de proyectos en recursos naturales.

¹⁶ En Dixit y Pindyck (1994) y Hull (2003) se entregan excelentes descripciones de la teoría de opciones reales y derivados que incluyen bases conceptuales y matemáticas, se exponen las ventajas comparativas de la metodología y se muestran aplicaciones relevantes en el desarrollo de esta teoría.

(1979) se propuso los árboles binomiales como una metodología simplificada para la valorización de opciones.

A medida que las opciones son más complejas y se incorporan más variables a la valorización, aumenta la dimensión del problema y se dificulta su resolución usando métodos numéricos. Por ello se han desarrollado metodologías que incorporan algoritmos basados en simulación de montecarlo, los cuales son muy eficientes para resolver opciones multidimensionales de carácter europeo. No obstante, para valorizar derivados del tipo americano y determinar la política óptima de ejercicio que maximiza el valor de la opción, se hace necesario combinar la simulación¹⁷ con programación dinámica, aprovechando la característica de trabajar “hacia atrás” de dicha técnica (Barraquand y Martineau, 1995 y Longstaff y Schwartz, 2001).

1.2.2 Modelamiento y Dinámica de Precios

La teoría de valorización de activos derivados financieros y reales está estrechamente ligada con el estudio del comportamiento de variables aleatorias, curvas de tasas de interés, precios spot o curvas de precios de contratos *forward* o futuros sobre *commodities* de distintos mercados. En este sentido, se han desarrollado diversos modelos de comportamiento que toman en cuenta la dinámica temporal y la volatilidad de los precios de dichos activos.

En finanzas, los procesos de precios con incertidumbre son modelados con ecuaciones diferenciales estocásticas similares a las ecuaciones diferenciales parciales pero con variables aleatorias en parte de las ecuaciones. El trabajo pionero en el área es nuevamente el artículo Black y Scholes (1973), que modela el precio spot de una acción a través de un proceso con un sólo factor estocástico llamado movimiento Browniano geométrico. Sin embargo, los precios spot de *commodities* tienen un comportamiento dinámico que en general, presenta reversión a la media (Gibson y Schwartz, 1990; Schwartz, 1997), la cual es modelada en general por procesos estocásticos tipo *Ornstein-Uhlenbeck*. De la misma

¹⁷ Hasta el año 1999 la literatura de opciones consideraba que las técnicas de simulación no eran aplicables para valorizar opciones americanas.

forma, se han desarrollado sofisticados modelos multifactoriales para lograr encontrar estructuras temporales de precios de *commodities* que dependan de varios factores estocásticos y mejorar la valorización de diferentes activos derivados y reales¹⁸.

Los precios spot eléctricos tienen un comportamiento dinámico muy distinto a los precios spot de *commodities* tradicionales (petróleo, cobre, etc.); debido a la naturaleza física de la energía eléctrica la cual no es almacenable, los sistemas eléctricos sufren fluctuaciones intempestivas y constantes entre la oferta y la demanda, además se transporta bajo restricciones físicas de transmisión que generan variaciones de localización. Así, además de presentar reversión a la media, presentan fluctuaciones estacionales o efectos periódicos (según patrones horarios dentro del día, a lo largo de la semana y estacionales), están sujetos a saltos o variaciones repentinas anormalmente grandes y dependen fuertemente de la localización.

El estudio sobre dinámica de precios spot de electricidad y su modelamiento a través de procesos estocásticos es relativamente novedoso, en general, se concentra en tomar modelos desarrollados en finanzas para precios de *commodities* y efectuar variaciones que permitan modelar las características generales del comportamiento de los precios eléctricos, estimando y calibrando los modelos con datos de mercados eléctricos con estructuras e instrumentos sofisticados¹⁹.

En este sentido, el artículo Lucia y Schwartz (2002) propone modelos para precios eléctricos basándose en el artículo Schwartz y Smith (2000) y usando datos históricos de precios spot, *forward* y futuros del *Nord Pool*²⁰ para estimar y calibrar los procesos. La investigación en Lucia y Schwartz (2002) desarrolla un modelo de un factor estocástico

¹⁸ Véase entre otros a Schwartz (1997), Schwartz y Smith (2000), Lucia y Schwartz (2002).

¹⁹ Mercados donde se negocia la electricidad con ciertos niveles de estandarización, a través de contratos físicos y financieros, spot y de largo plazo e instrumentos derivados. Por ejemplo: *Nord Pool*, *PJM Market*, OMEL entre otros.

²⁰ El *Nord Pool* o *Nordic Power Exchange* es el mercado eléctrico competitivo de los países nórdicos, se encuentra altamente desarrollado y está integrado por Dinamarca, Finlandia, Noruega y Suecia.

con reversión a la media y otro de dos factores para el precio que considera un componente determinístico dependiente del tiempo, un factor estocástico de reversión a la media de corto plazo y un segundo factor estocástico que representa el nivel de equilibrio de largo plazo.

Por otra parte, para modelar y estimar curvas de precios *forward* en mercados eléctricos se pueden implementar dos formas distintas de desarrollo. La primera, al igual que el precio spot, se basa en la idea de modelar un proceso estocástico desde el punto de vista financiero aprovechando la información de precios de contratos futuros o *forwards*. La segunda se refiere a utilizar modelos de operación de largo plazo del sistema, utilizados generalmente en estructuras de mercados eléctricos centralizados para la predicción de costos marginales y planificación de la operación (Pereira, 1989 y Gorenstin et al. 1992). El mérito de los modelos de operación es la inclusión de una detallada descripción técnica del sistema asociado, como las características de las centrales de generación, las restricciones de transmisión, además del modelamiento de las condiciones hidrológicas y de la demanda del sistema asociado.

1.3 Mercado Energético en Chile

El marco de aplicación de los desarrollos realizados en la presente investigación, es el sector energético chileno, en particular el mercado eléctrico y los dos principales sistemas interconectados del país, el Sistema Interconectado Central (SIC) y el Sistema Interconectado del Norte Grande (SING).

El sector energético chileno se caracteriza por tener una amplia dependencia externa de combustibles, las importaciones de petróleo crudo, gas natural y carbón equivalen aproximadamente al 68 % de la matriz energética de fuentes primarias²¹, aunque la industria eléctrica se abastece con un 50,2 % de fuentes hidroeléctricas internas (considerando la generación eléctrica nacional total), la variabilidad hidrológica y el crecimiento de la demanda energética obligan a depender del abastecimiento externo. La

²¹ La producción nacional bruta de energías primarias corresponde principalmente a hidroelectricidad (8%), gas natural (7,5%), leña, petróleo, carbón y otros (16,5%). (Fuente: CNE 2006)

incertidumbre que ha generado el abastecimiento energético en los últimos años, como las restricciones en el abastecimiento de gas natural proveniente de Argentina y el sostenido aumento de los precios de los combustibles a nivel mundial, han obligado a promover políticas que incentiven las inversiones y la diversificación de la matriz energética.

En este sentido se están desarrollando diversos proyectos para mejorar el abastecimiento energético del país, el suministro de gas natural licuado (GNL), el aprovechamiento de los recursos hidroeléctricos en la región de Aysén, los proyectos de inversión en centrales carboneras y los incentivos a las inversiones en ERNC.

La necesidad de mejorar el abastecimiento energético de manera de no estancar el desarrollo económico del país y mantener un adecuado nivel de inversiones en generación eléctrica para asegurar de forma confiable y sustentable el suministro eléctrico, motivan la investigación y el desarrollo de metodologías modernas de análisis y valorización de activos en generación eléctrica.

1.3.1 Estructura del Mercado Eléctrico

La estructura del mercado eléctrico chileno cumple las características básicas de los mercados competitivos a nivel mundial. Con un segmento de generación con características de libre competencia en un pool con despacho centralizado²² donde la mayor parte de las transacciones se realizan vía contratos bilaterales de suministro de largo plazo y un mercado spot residual basado en los costos marginales de operación, donde el balance entre la inyección y el retiro, permite el cálculo y la definición de los pagos entre generadores excedentarios y deficitarios²³.

La transmisión y distribución eléctrica son segmentos bajo regulación de tarifas, donde se asegura el libre acceso y el pago por uso de las instalaciones de transmisión, y se utiliza un

²² Los sistemas eléctricos interconectados en Chile los operan y coordinan los Centro de Despacho Económico de Carga (CDEC-SIC y CDEC-SING).

²³ Para una introducción y un análisis al modelo de operación/coordinación del mercado eléctrico chileno ver Rudnick et al. (1997) y Rudnick (2006) respectivamente.

esquema de empresa modelo (*yardstick competition*) en el caso de la tarificación de las empresas distribuidoras²⁴.

El desempeño estructural del mercado eléctrico chileno se ha visto afectado por dos situaciones críticas en los diez últimos años, una severa sequía en los años 1998 y 1999 que puso de manifiesto la inestabilidad de un sistema dominado por la generación hidroeléctrica y las debilidades del modelo de coordinación/operación del mercado. La segunda situación crítica comenzó en Mayo del año 2004 con la decisión del gobierno de Argentina de reducir arbitrariamente las exportaciones de gas natural al país²⁵, lo que dejó al descubierto la limitada capacidad de alternativas energéticas en el país, el estancamiento de las inversiones en generación eléctrica y la urgente necesidad de modernización del mercado eléctrico (Rudnick et al., 2005).

1.3.2 Desarrollo Actual y Escenario Futuro

El escenario actual del sector energético en Chile está dado por los problemas de abastecimiento, las restricciones de gas natural son una realidad estable y nuevamente existe una fuerte dependencia de las fuentes hidroeléctricas, así existe una discusión constante para encontrar soluciones de corto y largo plazo.

El desarrollo futuro está dado por una variedad de escenarios bajo una importante incertidumbre, el futuro del abastecimiento energético. Es necesario evaluar, bajo que condiciones el mercado energético del vecino país será capaz de desarrollar políticas que incentiven las inversiones en exploración y producción del hidrocarburo. Por otra parte, a pesar del dinamismo de la región para el desarrollo eléctrico y del gas natural (Barroso et al., 2005), la integración energética regional es un proyecto cuyo desarrollo depende de decisiones gubernamentales en una región cuyos niveles de gobernabilidad no dejan confiar una política energética en dicho proyecto. Ahora, la alternativa elegida por la

²⁴ No existe la figura del comercializador o de un mercado minorista competitivo.

²⁵ Decisión tomada para proteger el consumo interno dado el aumento sostenido de la demanda de gas natural, el congelamiento de los precios minoristas, y la falta de inversiones en exploración y desarrollo de nuevos yacimientos del hidrocarburo.

autoridad del país es importar gas natural desde otras latitudes a través de sendos proyectos de infraestructura de gas natural licuado (GNL), pero la volatilidad de los precios y el sostenido aumento de la demanda internacional no permite confiar en su totalidad el abastecimiento futuro del país en dicho hidrocarburo.

El combustible que compite directamente con el gas natural a nivel mundial para ser punta de lanza de las expansiones en capacidad de generación eléctrica es el carbón. El desarrollo de tecnologías más eficientes eléctrica y ambientalmente ha permitido que las plantas térmicas a carbón sean competitivas. En este sentido, las empresas generadoras del país están eligiendo dicha tecnología, dada la gran cantidad de reservas mundiales y diversidad en el abastecimiento de dicho combustible, la baja volatilidad y la relativa estabilidad de los precios del *commodity*.

La hidroelectricidad sigue siendo una alternativa de expansión principalmente en el SIC, los proyectos de centrales eléctricas en la región de Aysén se estiman para entrar en operación desde aproximadamente el año 2016, lo que permitiría tener algunos años de estabilidad en el abastecimiento energético del país.

Sin embargo, se deben incluir políticas de largo plazo para el desarrollo estratégico de la matriz energética del país, donde sean consideradas y evaluadas todos los escenarios, junto con las alternativas disponibles. Bajo este punto de vista, la tecnología nuclear surge como una posibilidad cierta de ser analizada, permitiendo que la visión estigmatizada de dicha fuente de energía pueda ser educada y evaluada a nivel técnico, político y social.

Las tecnologías de ERNC (Energías Renovables No Convencionales) son una alternativa de generación cierta y disponible en el mercado eléctrico chileno, sin embargo, no se debe considerar como alternativa de expansión de la capacidad del sistema. Hoy en día, la función básica de las ERNC en los mercados eléctricos es incluir generación limpia al sistema y desplazar cantidades marginales de generación tradicional. El alto costo de inversión, la baja rentabilidad y las características técnicas de las renovables sólo puede

evolucionar con políticas de incentivos, junto con una sólida normativa para la conexión y operación como unidades de generación distribuida²⁶.

1.4 Objetivos y Alcances de la Investigación

La presente tesis tiene como objetivo general, el desarrollo de una metodología de análisis de inversiones bajo condiciones de incertidumbre para el apoyo en la toma de decisiones en generación eléctrica, integrando métodos de análisis de incertidumbre propuestos en finanzas modernas junto con los principales conceptos de mercados eléctricos competitivos.

Los objetivos específicos que se plantean para desarrollar la investigación son los siguientes:

- Estudiar el comportamiento de los precios eléctricos en el mercado energético chileno, a través de un análisis empírico de sus propiedades estadísticas y dinámicas.
- Estimar un modelo simple de precios eléctricos de la literatura basado en procesos de precios de *commodities* con datos históricos del mercado.
- Integrar un esquema financiero de análisis con un esquema basado en la operación del sistema eléctrico, utilizando un modelo de despacho hidrotérmico que caracterice las expectativas de largo plazo del mercado eléctrico.
- Desarrollar el análisis de inversiones bajo incertidumbre a través de la aplicación de la teoría de opciones reales en la evaluación de inversiones en generación eléctrica.
- Aplicar la metodología en los dos principales mercados eléctricos del país (SIC y SING) y evaluar inversiones en distintas tecnologías de expansión de capacidad de generación.

²⁶ Fuentes de generación conectadas directamente al sistema de distribución o al interior de las instalaciones del consumo.

Para lograr los objetivos propuestos, se realiza una extensa y detallada revisión bibliográfica que abarca los temas fundamentales dentro de la literatura de la investigación, las inversiones en generación eléctrica, los modelos de precios eléctricos, la teoría de opciones reales y sus aplicaciones en mercados eléctricos.

El alcance de la investigación está dado principalmente por la pretensión original de la investigación, que es analizar la aplicabilidad de conceptos financieros modernos, como son la teoría de opciones reales y los modelos de precios para la evaluación de inversiones en generación eléctrica. La experiencia en el análisis bajo condiciones de incertidumbre de los mercados financieros y la notoriedad de las nuevas teorías financieras motivan a investigar la forma de aplicarlas en un mercado muy dinámico cuyas decisiones se toman bajo fuertes condiciones de incertidumbre.

El alcance particular de cada uno de los conceptos analizados en la presente investigación son los siguientes:

- Opciones Reales: se desarrolla un algoritmo de solución basado en métodos numéricos de árboles trinomiales cuyos procedimientos son conocidos, sin alcanzar la aplicación de algoritmos de mayor sofisticación.
- Modelos de Precios: se estima un modelo simple propuesto en la literatura, evitando proponer un nuevo modelo de precios spot que incluya las características particulares de la dinámica de los precios eléctricos del mercado chileno.

Finalmente, se destaca que la investigación presenta un problema de extrema contingencia para el sector energético del país, a la fecha, existe gran incertidumbre sobre el abastecimiento energético futuro de Chile, y eventualmente la presente investigación puede aportar a dar una visión con otro enfoque para evaluar las inversiones en generación eléctrica. Así, la investigación pretende ser una aproximación de análisis amplio y sólido que incorpore los conceptos expuestos, y sea una base para futuras investigaciones y desarrollos.

1.5 Estructura de la Tesis

Luego de entregar las bases del contexto de desarrollo de la investigación y la base conceptual del análisis en la presente introducción, el segundo capítulo muestra la estructura de la metodología propuesta y la perspectiva del análisis en el sentido de identificar el riesgo y las incertidumbres que influyen en la evaluación de inversiones de generación eléctrica.

El tercer capítulo analiza el comportamiento de los precios de la electricidad, desde el punto de vista dinámico y de propiedades distributivas de las series. Se analiza la literatura de modelos de precios de *commodities*, base del modelo de precios utilizado. Además se revisa el estado del arte de modelos de precios eléctricos basados en los desarrollos para precios de *commodities*. Finalmente se estiman los parámetros del modelo de un factor estocástico con reversión a la media analizando los resultados e integrando el desarrollo con resultados de un modelo de operación del sistema eléctrico que entrega las expectativas de largo plazo.

En el cuarto capítulo se presenta las principales características de la teoría de opciones reales y su potencial aplicación en la evaluación de inversiones en generación eléctrica. Se analiza la literatura disponible y se implementa un procedimiento numérico de árboles trinomiales para encontrar el valor de la oportunidad de inversión, incluyendo un ejemplo práctico de la implementación.

Luego, en el quinto capítulo se aplica la metodología propuesta en los dos principales sistemas eléctricos del país (SIC y SING), para tecnologías de generación eléctrica incluyendo un análisis de estática comparativa en función de los principales parámetros del modelo de precios.

Finalmente, el último capítulo presenta las principales conclusiones del trabajo desarrollado y direcciones de trabajo futuro relacionadas con la investigación subyacente.

2 ESTRUCTURA Y PERSPECTIVA DE LA METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE INVERSIONES BAJO INCERTIDUMBRE EN GENERACIÓN ELÉCTRICA

En el presente capítulo se da a conocer el desarrollo metodológico propuesto, considerando que el objetivo general de la investigación es el desarrollo de una metodología de análisis de inversiones bajo condiciones de incertidumbre para el apoyo en la toma de decisiones en generación eléctrica, integrando métodos de análisis propuestos en finanzas modernas junto con los principales conceptos de mercados eléctricos competitivos. Se describe la estructura general de la metodología compuesta por la integración de esquemas financieros y de operación sobre el análisis de inversiones.

El problema del análisis de inversiones bajo incertidumbre es matizado con una visión de las fuentes de riesgo e incertidumbre en los mercados eléctricos, teniendo en cuenta que cada tipo de inversionista tendrá diferentes ponderaciones de cada uno de los factores expuestos. Además, se observa la característica estratégica de las decisiones de inversión en generación eléctrica, en el sentido de ser extremadamente impactantes para los inversionistas, lo que obliga a extremar los esfuerzos de análisis y contar con herramientas que abarquen diferentes enfoques de aplicación.

Finalmente, se presenta la estructura de comercialización básica de una central generadora operando, en particular, en el mercado eléctrico chileno.

2.1 Estructura General de la Metodología

Para visualizar la perspectiva con la cual se ha pensado la metodología propuesta, es necesario considerar tres ideas generales de acción. En primer lugar, el análisis de inversiones se basa en decisiones estratégicas, por lo tanto, siempre debe existir un análisis cualitativo de las decisiones de elección en tecnologías, localización, comercialización, los incentivos y señales del mercado eléctrico. En segundo lugar, a partir del análisis anterior se deben definir las flexibilidades asociadas y las posibles opciones de los proyectos, de forma de enfocar la evaluación y definir los modelos que serán utilizados. Finalmente, se debe tener en cuenta el esquema de evaluación bajo incertidumbre del análisis, lo que

significa estructurar una metodología bajo ese punto de vista, considerando las dinámicas del mercado y la incertidumbre en las decisiones.

El problema que quiere ayudar a resolver la metodología, se refiere a la decisión que debe enfrentar un inversionista que tiene la oportunidad de llevar a cabo un proyecto de inversión en generación eléctrica y tiene un periodo finito de tiempo para tomar dicha decisión. Dicha oportunidad “restringida” se puede referir, por ejemplo, a una licencia para construir una central con ciertas características tecnológicas, al permiso de explotación geotérmica concedido por la autoridad o la espera antes de obtener los permisos ambientales correspondientes. También puede ser el tiempo antes de que la competencia actúe primero y se pierda el valor en la oportunidad de inversión, o simplemente el tiempo que entrega el directorio de una firma para que los gerentes a cargo recomienden las decisiones de inversión.

Entonces, el enfoque metodológico intenta ayudar a responder las siguientes preguntas que enfrenta un inversionista interesado en participar en el mercado de generación eléctrica.

- ¿Cuál es el valor de la oportunidad de invertir en una central de generación con una tecnología específica, en un mercado eléctrico en particular?
- ¿Cuál es el precio de largo plazo con el cual un inversionista puede contratar su energía, para que el valor del proyecto de inversión sea óptimo?
- ¿Como afecta el comportamiento dinámico de la principal variable de estado del mercado eléctrico, es decir, el precio de la electricidad en las decisiones de inversión?
- ¿En que medida impacta la incertidumbre en el valor de los proyectos de inversión en generación eléctrica?

Por otra parte, la metodología permite mostrar el enfoque de análisis basado en opciones reales y dar una visión del nivel de aplicación de dicha técnica para evaluar inversiones en generación eléctrica, en este sentido, las preguntas a resolver son las siguientes:

- ¿Bajo que condiciones y supuestos es posible aplicar el análisis de opciones reales para evaluar inversiones en generación eléctrica?, en el sentido práctico, ¿es posible realizar el análisis en el mercado eléctrico chileno?
- ¿Qué tipo de tecnologías de generación pueden ser evaluadas de mejor forma a través del análisis de opciones reales?
- ¿Cómo se compara el análisis de opciones reales con una evaluación tradicional que no toma en cuenta la flexibilidad en las decisiones?

En consecuencia, la estructura metodológica propuesta sigue el enfoque de opciones reales, es decir, considera la flexibilidad en las decisiones de inversión y evalúa la incertidumbre subyacente en los proyectos de generación eléctrica. Además, pretende postular una metodología simple y clara, que logre demostrar las propiedades y el alcance del enfoque de opciones reales.

2.1.1 Integración de la Metodología

El desarrollo global de la metodología se basa en dos esquemas integrados de análisis, según se ilustra en la Figura 2-1. La perspectiva financiera se basa en el estudio del comportamiento de los precios spot del mercado eléctrico, a través del análisis de las series históricas de precios y la estimación de un modelo de precios existente en la literatura. El modelo utilizado es uno de un factor estocástico con reversión a la media, el cual ha sido utilizado en Schwartz (1997) para precios de *commodities* y desarrollado para precios eléctricos en Lucia y Schwartz (2002). La elección del modelo se basa en la simpleza de su estructura y en su capacidad para modelar la reversión a la media, característica propia de los precios de *commodities* que también comparte el precio de la electricidad.

La utilización de un modelo de operación, basado en el despacho óptimo (térmico o hidrotérmico) del sistema, para modelar la dinámica de los precios de largo plazo de la electricidad, se justifica por la carencia de un mercado de contratos financieros estandarizados en el mercado eléctrico chileno. En otras palabras, las expectativas de comportamiento sobre los precios futuros del mercado eléctrico se forman con el apoyo de los modelos basados en la operación del sistema.

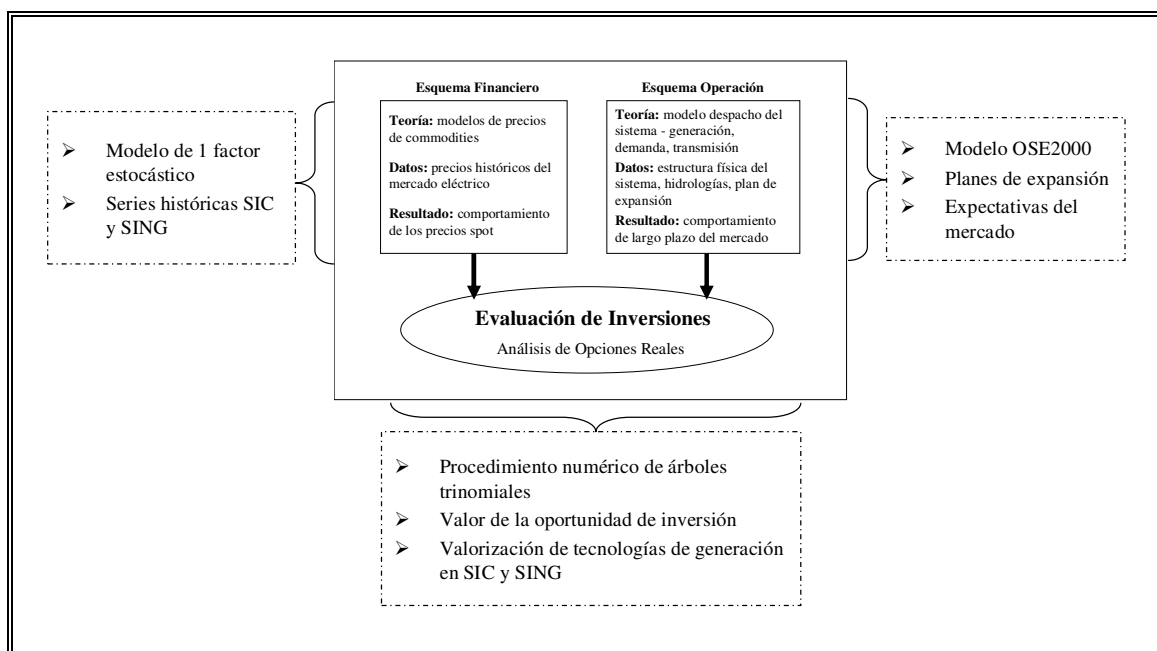


Figura 2-1: Integración del esquema financiero y de operación sobre el análisis de inversiones.

En mercados eléctricos con precios regulados, los modelos de operación del sistema eléctrico sirven para predecir la evolución de los costos marginales del sistema, con lo cual la autoridad regula las tarifas de precios para aquella demanda “pasiva” que no tiene capacidad de negociación con su proveedor de electricidad. Asimismo, los agentes del mercado utilizan dichos modelos para tener una visión del comportamiento de largo plazo de las principales variables del sistema eléctrico, bajo distintos escenarios que definen los datos de entrada y en consecuencia los resultados.

Los principales méritos de los modelos de operación son la detallada descripción técnica del sistema, que incluye las centrales de generación, los sistemas de transmisión y la demanda. Además de las características hidrológicas, afluentes y embalses de centrales hidráulicas, cuya operación es crucial en sistemas con una amplia dependencia de dicha tecnología. La principal desventaja de estos modelos es que no logran evaluar la incertidumbre de corto plazo y el riesgo determinado por las fuerzas que interactúan en el mercado eléctrico.

En la presente investigación se utiliza un modelo de operación del sistema para los dos principales mercados eléctricos del país, con el objetivo de determinar el comportamiento de largo plazo del sistema y obtener curvas de precios eléctricos futuros. Para estos efectos, se utiliza el modelo de despacho *OSE2000* cuya base teórica es la programación dinámica dual estocástica (Pereira, 1989; Gorenstin et al., 1992) que optimiza el uso de las reservas hidroeléctricas en un horizonte de planificación dado, y así obtener el despacho hidrotérmico económicamente óptimo para el sistema eléctrico, considerando las características del sistema de transmisión.

El ajuste y calibración del modelo se realiza pronosticando la estructura futura del sistema eléctrico lo cual incluye la operación de nuevas centrales, expansión de los sistemas de transmisión y proyección de la demanda eléctrica dependiendo del horizonte de evaluación. Lo cual implica definir expectativas para el desarrollo futuro de cada uno de los mercados eléctricos.

En la Figura 2-2 se esquematiza la estructura general del análisis de inversiones, en primer lugar se define el tipo de proyecto evaluado: tipo *Greenfield*, es decir, un proyecto de generación eléctrica cuya inversión significa la construcción e instalación desde cero de toda la infraestructura relacionada con el proyecto, o un proyecto con infraestructura existente, que puede relacionarse a la expansión en capacidad, cambio tecnológico, etc.

A continuación, se requiere evaluar cuales son las flexibilidades del proyecto en cuestión, en particular, las inversiones en generación eléctrica poseen varios tipos de opciones²⁷ que pueden ser aprovechadas para agregar valor al proyecto. Muchas veces dichas opciones son no excluyentes, por lo tanto, cuantificar el valor que agregan se puede transformar fácilmente en un complejo ejercicio de evaluación.

De la mano con la evaluación de las opciones en un proyecto de inversión, es la definición de las variables inciertas que impactan en las decisiones, el precio de la electricidad, la demanda eléctrica, los precios de combustibles, etc. En este sentido, para llevar a cabo el

²⁷ Un acabado análisis de las flexibilidades en inversiones de generación eléctrica se realiza en el Capítulo 4.

análisis de inversiones bajo incertidumbre, es necesario definir las para luego elegir el modelo de comportamiento dinámico de las variables inciertas subyacentes.

Definido el modelo de comportamiento de las variables inciertas, se debe elegir el modelo de análisis de opciones reales que considere las opciones que se requiere evaluar y la o las variables inciertas del proyecto.

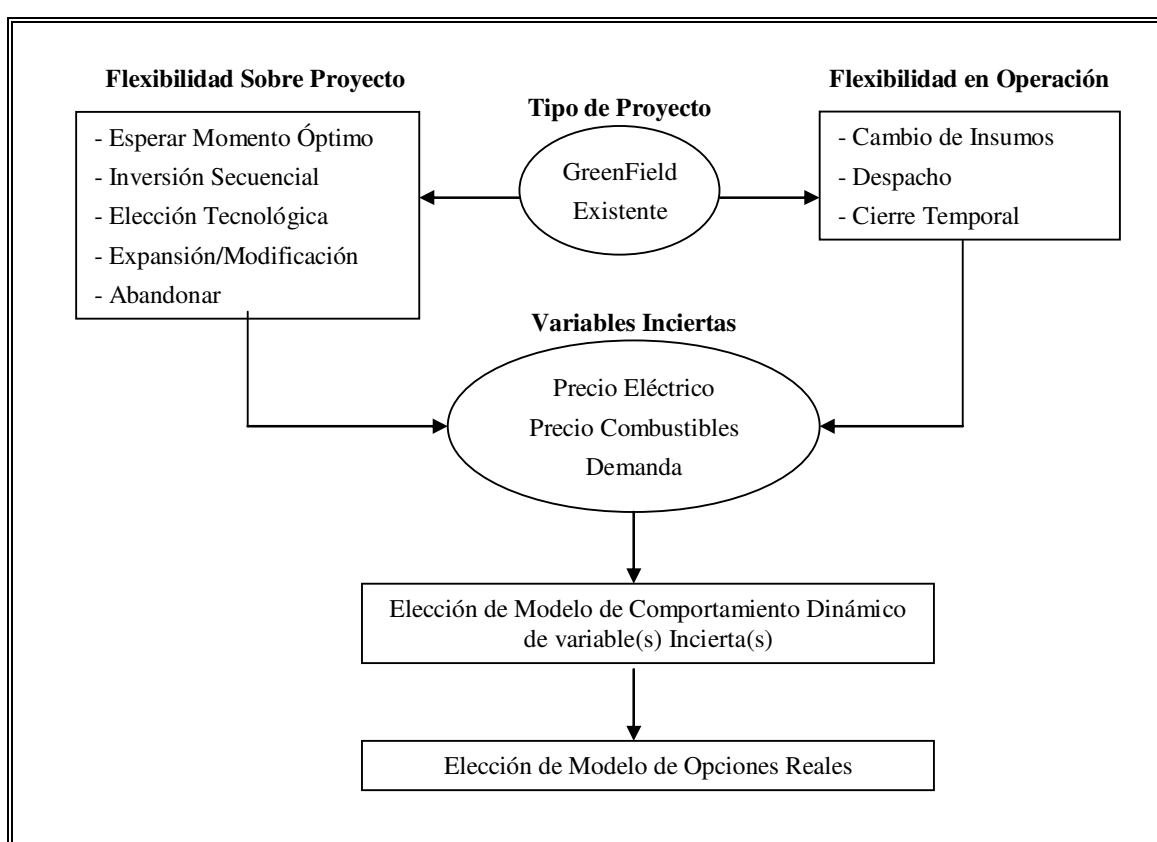


Figura 2-2: Estructura general de la evaluación de inversiones en generación eléctrica

2.2 Factores de Riesgo e Incertidumbre en Mercados Eléctricos

Se pueden identificar diversos factores de riesgo e incertidumbre que inciden directamente en los precios de la electricidad y por lo tanto, en los retornos de las empresas generadoras. Dichos factores se asocian principalmente a situaciones locales de los mercados, pero

también dependen de escenarios internacionales que influyen en su comportamiento. A continuación se revisan los distintos factores de riesgo e incertidumbre que influyen directa o indirectamente en las decisiones de inversión en mercados energéticos.

2.2.1 Factores Directos

a) Precios de Combustibles

La variación en los costos de abastecimiento de combustibles fósiles como carbón, gas natural o petróleo reflejan normalmente la disponibilidad de dichos *commodities*, el nivel de exploración y producción o las variaciones en la demanda mundial. En el corto plazo, afectan directamente los costos de operación de las centrales térmicas nuevas y las existentes, influyendo en los precios de la electricidad del mercado, puesto que la teoría económica estipula que en mercados competitivos los precios deben ser iguales a los costos marginales de producción.

Los precios de largo plazo de los combustibles son reflejo además de las expectativas de los distintos mercados donde se transan diferentes instrumentos sobre dichos activos. Por otra parte, el mencionado grupo de *commodities* energéticos actúa como potencial sustituto de largo plazo para la electricidad, en particular a nivel industrial, por ejemplo, si el precio del gas natural es bajo los grandes usuarios de energía pueden tener incentivos a preferir o cambiar su suministro energético por dicho hidrocarburo en vez de la electricidad.

b) Variabilidad hidrológica

Afecta directamente a los mercados con alta participación de energía hidroeléctrica, en particular en zonas donde pueden existir fuertes diferencias estacionales y anuales en los caudales afluentes y los embalses. Debido al bajo costo variable de operación de las plantas hidráulicas, en épocas con hidrologías húmedas o normales²⁸ los sistemas eléctricos dependientes presentan bajos costos marginales de energía, por el contrario, en épocas donde se enfrentan condiciones climáticas secas que disminuyen el nivel de los

²⁸ La clasificación de las hidrologías depende de las características de las cuencas, la estadística histórica de los caudales afluentes y cotas de embalses en las zonas con presencia hidroeléctrica.

caudales y bajan las cotas de los embalses, aumentan los costos de generación de los sistemas eléctricos respectivos.

c) Restricciones de transmisión

Los precios eléctricos en áreas de déficit de energía suelen ser más altos que en zonas excedentarias, así como los pagos por el uso de los sistemas de transmisión. La dependencia en la congestión de redes de transmisión y en las metodologías de tarificación de las mismas origina incertidumbre en las señales de localización para los inversionistas que influyen en las decisiones de inversión.

d) Crecimiento y variabilidad de la demanda

La aceleración o estancamiento en las tasas de crecimiento anuales de la demanda de energía eléctrica y la variabilidad temporal en la demanda de energía y potencia de los sistemas eléctricos influyen sobre los precios, las proyecciones del mercado y las decisiones de inversión.

e) Regulación gubernamental

Los mercados eléctricos suelen estar sujetos a cambios regulatorios e intervenciones gubernamentales por conflictos de interés técnico/económico o político, así como de modificaciones “de emergencia” a la regulación existente en alguno de los segmentos del sector que afectan directamente las decisiones de los agentes del mercado.

f) Agentes y mecanismos del mercado

El comportamiento de agentes competidores, contrapartes o proveedores, así como el nivel de independencia de las organizaciones encargadas de la coordinación del mercado y de la operación del sistema son claves en las decisiones del sector. La resolución de divergencias, las sanciones y la fiscalización de las instituciones respectivas son parte de los mecanismos del mercado que afectan su dinámica.

2.2.2 Factores Indirectos

De la misma forma existen factores que inciden tangencialmente o indirectamente en generar incertidumbre en las expectativas del mercado eléctrico.

a) Cambio tecnológico

El desarrollo de tecnologías más eficientes en términos económicos y ambientales, los cambios en la matriz energética por situaciones coyunturales o por la evolución natural de los mercados. En este sentido, muchas veces los costos de inversión de nuevas tecnologías se reducen con los avances y nuevos desarrollos, es el caso de las turbinas eólicas, la energía geotérmica y otras energías renovables, sin embargo, siguen siendo económicamente riesgosas y poco rentables.

b) Factores económicos exógenos

En términos macroeconómicos, el crecimiento del país, la estabilidad monetaria y la situación fiscal afectan las decisiones de los inversionistas, en particular en países en vías de desarrollo, al igual que el nivel de apertura comercial, los convenios o tratados internacionales y en general la vulnerabilidad a factores externos.

c) Factores políticos y sociales

El nivel de gobernabilidad de los países, los periodos electorales o la independencia y funcionamiento de los procesos judiciales y las instituciones fiscalizadoras pueden ejercer un impacto importante en los inversionistas, de la misma forma, la opinión pública y política en temas ambientales o de elección de tecnologías.

2.3 Decisiones Estratégicas del Inversionista en Generación Eléctrica

A continuación se revisan cuatro puntos clave que enmarcan las decisiones estratégicas de inversión desde el punto de vista de un inversionista privado interesado en la construcción de una planta de generación eléctrica y participar en un mercado eléctrico competitivo: 1) las alternativas tecnológicas, 2) la localización de las inversiones, 3) la estructura de comercialización y negociación corporativa, y 4) los incentivos a la inversión propios del mercado.

2.3.1 Alternativas Tecnológicas

Existe una diversidad relativamente amplia de tecnologías de generación eléctrica, sin embargo la elección de la alternativa más eficiente desde el punto de vista del inversionista depende de sus ventajas competitivas y flexibilidades, capacidades operacionales y

tecnológicas, del estado actual y de las proyecciones del mercado eléctrico en el cual está interesado en participar.

El gas natural se ha transformado en uno de los combustibles más cotizados para generar energía eléctrica en el mundo, desde inicios de los noventa, las centrales de ciclo combinado han sido punta de lanza en las expansiones de capacidad en el mundo (Fraser, 2003), tienen altas tasas de eficiencia, cortos periodos de construcción y bajos costos de inversión, sin embargo, asegurar el abastecimiento de este combustible es un desafío para países que no cuentan con cuencas para explotar dicho hidrocarburo.

Las centrales térmicas a carbón han sido blanco de críticas por sus elevados niveles de emisión de CO₂, sin embargo, se han desarrollado tecnologías más eficientes y con bajos niveles de emisiones²⁹, con periodos de construcción largos y un costo de inversión mayor que las de ciclo combinado de gas natural.

En el caso de las turbinas a gas o vapor alimentadas con combustibles derivados del petróleo, tienen la ventaja de tener un bajo costo de capital pero con fuertes costos de operación y altos niveles de emisiones. Son unidades de rápida instalación que pueden entrar en operación en cortos periodos de tiempo con lo cual se transforman en una alternativa con gran flexibilidad.

La energía hidroeléctrica tiene la característica de necesitar fuertes inversiones iniciales y largos periodos de construcción, pero poseen bajos costos operacionales. No causan emisiones importantes de CO₂, sin embargo, en general causan un fuerte impacto ambiental de tipo geográfico en las zonas donde son instaladas. Además, dependen de las características hidrológicas de la cuenca donde se encuentra el caudal generable o el embalse respectivo.

Las ERNC requieren en general altos niveles de inversión y sólo son rentables en países donde existen políticas de desarrollo para este tipo de tecnologías.

²⁹ Las plantas térmicas de combustión en lecho fluidizado (*CFB – Circulating Fluidized-Bed*) o los ciclos combinados con gasificación integrada (*IGCC – Integrated Gasification Combined Cycle*).

Finalmente, la energía nuclear es una alternativa compleja que depende fuertemente de decisiones políticas, tiene altos costos de capital con costos operacionales relativamente bajos y sin emisiones de CO₂.

2.3.2 Decisiones de Localización

La localización de las centrales eléctricas está directamente relacionada con la alternativa tecnológica elegida, en este sentido, la logística de abastecimiento de combustibles es fundamental; las inversiones en infraestructura relacionada con el gas natural o el diesel y la construcción o expansión de puertos de desembarque de carbón. Las obras civiles de plantas hidroeléctricas como embalses, túneles o bocatomas también están condicionados a la localización geográfica de los caudales afluentes.

Por otra parte, la localización de las centrales determina el nivel de inversiones en líneas de transmisión o capacidad de transformación necesaria, además de la eventual congestión provocada y los pagos por el uso de los sistemas de transmisión.

Los estudios y eventuales permisos ambientales de construcción o los pagos por emisión de contaminantes³⁰ dependen de la localización de las plantas eléctricas. De la misma forma, la localización puede producir efectos político-sociales que afectan las decisiones de inversión causando retrasos no programados en los proyectos que, si no son controlados pueden representar una importante pérdida de valor.

2.3.3 Negociación Corporativa e Incentivos a la Inversión

La estructura financiera y la capacidad de adquirir deuda de las empresas es fundamental para la participación en el sector eléctrico debido a los altos costos de capital que se deben enfrentar. Por otro lado, la negociación de contratos de abastecimiento de combustibles, los tipos de contratos suscritos y las cláusulas adquiridas con los proveedores son claves para lograr los objetivos de las inversiones. Además, la política de comercialización de los

³⁰ En algunos países se han desarrollado mecanismos donde las generadoras deben pagar permisos por emitir CO₂ y NO_x, así se trata de restringir las emisiones contaminantes en ciertas zonas geográficas.

productos eléctricos, la participación en el mercado spot y la contratación de largo plazo en conjunto definen la estructura de los ingresos esperados sobre la inversión.

Los incentivos a las inversiones que ofrecen los mercados eléctricos se relacionan con la regulación existente y el desarrollo propio del sector. Los mecanismos de pagos por capacidad deben ser claros para incentivar la inversión en centrales que operen en la punta del sistema, de igual forma, esquemas de subastas que obligan a la contratación de largo plazo a las empresas distribuidoras son claros incentivos a la inversión en centrales generadoras.

Los subsidios a las energías renovables no convencionales (ERNC) son comunes en países europeos, cada vez se están desarrollando más políticas y regulaciones que incentivan el uso de este tipo de tecnologías. En efecto, el cumplimiento del Protocolo de Kyoto ha permitido la creación de mecanismos de incentivo a la reducción de emisiones de CO₂.

2.4 Comercialización de la Inversión

La estructura de las políticas de comercialización de una inversión en generación eléctrica es clave para el éxito del negocio y obtener los retornos esperados según los riesgos que han sido cuantificados. Los generadores tienen la capacidad de ofrecer tres productos eléctricos bien definidos: energía, potencia y servicios complementarios. Cada uno de dichos productos tiene distintas formas de comercialización y dependen de las características técnicas de las plantas generadoras. Asimismo, la contratación del abastecimiento de combustibles depende de la capacidad de negociación, el nivel de integración de las empresas con sus proveedores y las características técnicas de las centrales.

2.4.1 Energía

Los mercados competitivos mayoristas se basan en las transacciones de energía eléctrica, en general están compuestos por mercados de corto plazo³¹, donde los precios son

³¹ El llamado mercado Spot, en general son mercados intra-diarios de energía con una resolución de precios horaria.

resultado de casaciones entre oferta y demanda en bolsas de energía o *pools* con precios en base al cálculo de costos marginales de operación.

De la misma forma, los mercados liberalizados poseen mecanismos de contratación de largo plazo, físicos o financieros con vencimientos desde meses hasta diez o más años, en los mercados con altos niveles de sofisticación los contratos tienen ciertos niveles de estandarización, pero en general son del tipo *OTC (Over The Counter)*, es decir, son resultado de una negociación bilateral entre oferente y demandante. Asimismo, en mercados avanzados de electricidad existen instrumentos derivados con energía eléctrica como subyacente.

Sin embargo, los mercados eléctricos poseen características particulares que los diferencian notablemente de los financieros. Los mercados spot son utilizados, en general, como mercado residual para el balance de las inyecciones y retiros de los sistemas eléctricos. Los contratos poseen nula liquidez debido a su naturaleza bilateral y local, incluso en mercados más avanzados donde se transan contratos estandarizados de electricidad su liquidez es extremadamente baja debido al bajo nivel de transacciones y la complejidad de los contratos.

La estructura de comercialización de un generador debe tener en cuenta cual es el nivel de contratación que pretende, el riesgo que asume y el nivel de participación en el mercado spot respectivo; teniendo en cuenta la volatilidad de los precios de corto plazo, el despacho de la central eléctrica y las características locales del mercado. Por lo tanto, establecer un portafolio óptimo de venta de electricidad, definirá la estructura del flujo de caja futuro y el nivel de riesgo que el generador estará sometido.

Por otra parte, debido a la naturaleza de los agentes que actúan en el sector energético y los mecanismos propios del mercado, es posible que inversionistas nuevos interesados en participar encuentren deficiencias en el mercado, p.ej: poder de mercado o barreras de entrada, que muchas veces no deja obtener buenas condiciones de comercialización³².

³² Para un análisis de poder de mercado en mercados eléctricos competitivos ver Borenstein y Bushnell (1999) y Villar y Rudnick (2003).

2.4.2 Potencia

Definir los mecanismos de pago por potencia o capacidad es una problemática común en mercados eléctricos competitivos, el objetivo de dichos mecanismos es remunerar la capacidad instalada que un generador dispone en el mercado eléctrico respectivo como una forma de incentivar las inversiones en capacidad, en particular para centrales generadoras de punta que entregan seguridad y suficiencia a los sistemas de potencia.

Los mecanismos de remuneración de la potencia son diversos y dependen de los mercados eléctricos en particular, pero en general existen dos formas básicas: pagos a precio fijo según las características técnicas del generador cuya forma reglamentaria es definida por el regulador, y mecanismos más sofisticados donde existen mercados de pago por capacidad (*ICAP Markets*) o formas más competitivas de remunerar e incentivar las inversiones en capacidad instalada³³.

2.4.3 Servicios Complementarios

Los servicios complementarios se pueden definir como productos eléctricos operacionales necesarios para la entrega y las transacciones de electricidad, en el sentido que entregan seguridad y confiabilidad a la operación del sistema eléctrico. Entre los servicios complementarios más comunes que pueden ser ofrecidos por los generadores se encuentra el control de frecuencia y voltaje, reservas en giro, operativa o fría y reposición del sistema o capacidad de autoarranque.

En general, la forma de remunerar los servicios complementarios está regulada y es implementada por el operador del mercado/sistema, según las necesidades y la dinámica diaria de los sistemas de potencia respectivos.

2.4.4 Abastecimiento de Combustibles

Los precios negociados en los contratos de abastecimiento de combustibles con las empresas proveedoras van a definir los costos variables. Los contratos pueden ser de varios

³³ Para una revisión de mecanismos competitivos modernos para remunerar la capacidad de generación ver Oren (2004).

tipos dependiendo del combustible que se transa, tienen cláusulas de pago y de entrega, indexaciones, opciones de interrumpibilidad, condiciones de transporte y en general son de mediano o largo plazo.

Obtener un buen precio de contrato de abastecimiento es una tarea compleja debido a la volatilidad de los *commodities* que se transan, en particular los hidrocarburos como el petróleo y el gas natural son combustibles con una alta demanda cuyos precios de largo plazo dependen del comportamiento de los precios de derivados futuros y *forwards* transados en los mercados financieros. Por otro lado, el carbón es un commodity cuyo precio muestra una menor volatilidad en los mercados, sin embargo, la creciente demanda mundial ha incrementado los costos de suministro.

2.4.5 Margen Comercial de una Generadora Eléctrica

El margen comercial anual de una generadora eléctrica considera los ingresos por las ventas de energía (*IEne*) y potencia (*IPot*), los costos variables (*CV*), costos fijos (*CF*), los pagos por uso del sistema de transmisión (*PT*) y los pagos por los retiros efectuados en el mercado spot (*PR*). No considera la depreciación del activo y en términos tributarios se calcula antes de impuestos:

$$MC_t = (IEne_t + IPot_t) - (CV_t + CF_t + PT_t + PR_t) \quad (2.1)$$

Los ingresos por energía anuales dependen del volumen de energía contratada, de un precio medio de contrato de largo plazo y del resultado de las transferencias y valorizaciones de energía en el mercado spot, siempre y cuando, sea el caso de una generadora de carácter excedentario. Así, la siguiente expresión resume el cálculo de los ingresos por energía anuales:

$$IEne_t = E_t^c \cdot P_t^c + \sum_{\tau=1}^H (E_{\tau,t}^e \cdot P_{\tau,t}^s) \quad (2.2)$$

Con t el tiempo en años de operación de la central ($t = 1, \dots, T$), τ el tiempo en horas de operación anual de la central ($\tau = 1, \dots, H$), donde:

- T [años]: Periodo total de operación de la central que corresponde a su vida útil.

- H [horas]: Total de horas de operación en el año t .
- E_t^c [GWh]: Energía contratada en el año t .
- $E_{\tau,t}^e$ [GWh]: Energía vendida por excedentes en el mercado spot en el tiempo τ en el año t .
- P_t^c [US\$/MWh]: Precio medio de contrato de largo plazo de energía en el año t .
- $P_{\tau,t}^s$ [US\$/MWh]: Precio spot de energía correspondiente al costo marginal en el tiempo τ en el año t .

Cabe señalar que la expresión anterior supone un precio medio de contrato y un volumen fijo contratado, para simplificar los términos y el cálculo posterior. Evidentemente una generadora eléctrica poseerá un portafolio de contratos con distintos eventuales clientes que definen precio y volumen de energía libremente, o contratos que son resultado de procesos de licitaciones con distribuidoras eléctricas bajo regulación de tarifas.

Los ingresos por potencia están asociados a

$$IPot_t = Pot \cdot P_t^{pot} \cdot fs \cdot 12 \quad (2.3)$$

Donde:

- Pot [MW]: potencia máxima de la central.
- P_t^{pot} [US\$/kW/mes]: precio medio de la potencia mensual en el año t .
- fs [pu]: factor de suficiencia de la central.

Los costos en que incurre una central eléctrica dependen de la tecnología de generación y la capacidad de abastecimiento de los combustibles asociados. Los costos variables involucran el gasto por operar la central eléctrica y se define con la siguiente expresión:

$$CV_t = E_t^s \cdot (CVC_t + CVNC_t) \quad (2.4)$$

Con:

- E_t^g [GWh]: Energía total generada en el año t .
- $CVC_t = P_t^{comb} \cdot \eta$ [US\$/MWh]: Costo variable combustible de la central en el año t .
- P_t^{comb} [US\$/MBtu_{pci} o US\$/Ton]: Precio del combustible utilizado en la operación en el año t .
- η [MBtu_{pci}/MWh o Ton/MWh]: Consumo específico de operación de la central generadora.
- $CVNC_t$ [US\$/MWh]: Costo variable no combustible de la central en el año t .

Los costos fijos involucran el costo de operación y mantenimiento de las centrales, y los pagos por uso del sistema de transmisión, se refiere al pago generado por utilizar las instalaciones de las empresas propietarias.

Los pagos por los retiros realizados en el mercado spot dependen de las transferencias físicas de energía efectuadas en los CDECs, para cada uno de los generadores integrantes.

$$PR_t = \sum_{\tau=1}^H (E_{\tau,t}^d \cdot P_{\tau,t}^s) \quad (2.5)$$

- $E_{\tau,t}^d$ [GWh]: Energía retirada por déficit en el mercado spot en el tiempo τ en el año t .

3 COMPORTAMIENTO Y MODELOS DE PRECIOS ELÉCTRICOS

El presente capítulo desarrolla el análisis del comportamiento de los precios de la energía eléctrica a través de la descripción de su evolución dinámica y su relación con los modelos de precios que utilizan procesos estocásticos. Se entregan las características generales de los precios eléctricos según la naturaleza de formación de dichos precios y la evidencia empírica de series históricas en el mercado eléctrico chileno.

Se incluye una revisión de los conceptos básicos de procesos estocásticos utilizados para el modelamiento de precios de *commodities*, crucial para entender los trabajos en dicha materia. Además, se realiza una revisión de la literatura existente y el análisis descriptivo de los modelos de precios de la electricidad basados en procesos estocásticos.

Finalmente, se estiman los parámetros de un proceso de precios basado en un factor estocástico con reversión a la media, a través de un procedimiento econométrico simple y las series históricas de precios. Asimismo, se utiliza un modelo de operación de largo plazo del sistema para encontrar los parámetros que definen las expectativas de largo plazo del mercado eléctrico.

3.1 Características Generales de Precios Eléctricos

Existe evidencia empírica en la literatura disponible que caracteriza el comportamiento dinámico de los precios spot de la electricidad según algunas características básicas que los diferencian de los precios de otros *commodities*. Dichas características se explican en particular por la naturaleza física de la electricidad, que genera una base de alta volatilidad en el comportamiento dinámico provocado por la incapacidad de almacenar directamente la electricidad³⁴, inciden las fluctuaciones de la demanda, las contingencias en los sistemas eléctricos, las restricciones de transmisión y las características climáticas locales e hidrológicas de los mercados eléctricos.

³⁴ Existe la posibilidad de almacenar y “manejar el inventario” indirectamente de la electricidad, a través del manejo del uso de los embalses en centrales hidroeléctricas o el mantenimiento de inventarios de combustibles como el carbón y petróleo, o el almacenamiento de gas natural en gasoductos.

3.1.1 Formación de Precios en Mercados Eléctricos

Existen dos estructuras básicas de formación de precios en mercados eléctricos, la centralizada y la descentralizada. La primera puede tomar la forma de un monopolio en mercados no competitivos, donde los precios son determinados por alguna autoridad regulatoria, de acuerdo a los costos medios de producción de la electricidad. En cambio, una estructura de mercado competitivo centralizado puede consistir en una plataforma de negocios o *pool* que en su forma general, establece los precios de acuerdo a los costos marginales de corto y largo plazo del mercado. Otra forma de *pool* son las bolsas de energía en las cuales los precios se forman de acuerdo a casaciones entre precios de mercado ofertados y demandados en los mercados.

Una estructura descentralizada de formación de precios eléctricos se basa en la transacción bilateral de contratos físicos y financieros, donde los precios de los contratos determinan los precios del mercado eléctrico. En mercados eléctricos con formación descentralizada de precios, el riesgo del mercado se ve reflejado completamente en la dinámica de los precios de contratos, sin embargo, como se expuso anteriormente, la escasa liquidez de los mercados eléctricos desarrollados en la actualidad no permite que las curvas de precios históricos incorporen la suficiente información sobre el riesgo del mercado.

3.1.2 Comportamiento Dinámico de Precios Eléctricos

Se ha estudiado empíricamente el comportamiento dinámico y estadístico de precios eléctricos en distintos mercados eléctricos competitivos; en León y Rubia (2001) se analiza el comportamiento del precio y la volatilidad en el mercado eléctrico español; el artículo Escribano et al. (2002) realiza un análisis comparativo para los mercados eléctricos competitivos de Argentina, Australia (*Victoria*), Nueva Zelanda (*Hayward*), los países nórdicos (*Nord Pool*) y España, incluyendo la presentación de un modelo general de comportamiento; en Lucia y Schwartz (2002) se estudian los precios del *Nord Pool* y su efecto en la valorización de activos derivados de electricidad; por su parte, en Knittel y Roberts (2005) se analiza el mercado californiano enfocándose en deducir sofisticados modelos de precios que tratan de incluir en detalle las características propias de su dinámica. Finalmente, en Geman y Roncoroni (2006) se presenta un modelo de precios

calibrado con datos de mercados eléctricos norteamericanos: COB (*California Oregon Border*), PJM (Pennsylvania-New Jersey-Maryland) y ECAR (East Center Area Reliability). El proceso intenta capturar tanto las características dinámicas como estadísticas del comportamiento de los precios del commodity electricidad. A continuación se revisan los principales elementos que caracterizan el comportamiento dinámico de los precios de la electricidad.

i) Alta Volatilidad

Las características de la estructura tecnológica en la oferta de generación y la llamada lista de mérito que definen el despacho en los mercados eléctricos contribuyen a la estructura de volatilidad de los precios de la electricidad. En este sentido, los precios en los *pools* están determinados por la intersección entre la oferta y la demanda, por lo tanto, para bajos niveles de demanda se despachan las centrales de base con bajos costos marginales de producción, y a mayor demanda se despachan las centrales con mayor costo marginal, hasta llegar a las centrales de punta. La definición horaria de los costos marginales, provoca que su evolución temporal dependa de situaciones contingentes que influyen drásticamente en las variaciones de su amplitud, en otras palabras, el precio spot marca el pulso de los mercados eléctricos competitivos.

ii) Reversión a la media

Los precios spot de la electricidad presentan reversión a la media, es decir, se mueven alrededor de algún nivel de equilibrio o nivel medio. En general, los precios de *commodities* presentan esta tendencia que se relaciona con los costos marginales de producción de largo plazo, así la dinámica de los precios presenta una oscilación respecto a un nivel medio a largo plazo, al que tienden a converger de forma constante o de alguna forma determinista.

En el caso de los precios eléctricos, es la tendencia de revertir alrededor de los costos marginales medios de generación de largo plazo.

iii) Puntas y saltos

Las puntas o *spikes* corresponden a variaciones repentinas anormalmente grandes producidas de forma infrecuente en el comportamiento de los precios spot. Dichas puntas están estructuralmente relacionados con la característica física de no almacenamiento de la electricidad, lo que produce que ante contingencias en el sistema o ciertas situaciones inesperadas o poco previsibles del mercado se produzcan saltos al alza en el precio seguido por una caída significativa para volver a una situación normal. Otra forma de definir los saltos es como precios anormalmente altos producto del desbalance temporal entre la oferta y la demanda en el mercado, los cuales caen abruptamente una vez que se despeja el desbalance.

Los saltos o *jumps* en el comportamiento de los precios ocurren por eventos repentinos en el mercado energético, son los posibles efectos debido al flujo de información que afecta a la oferta o la demanda de los mercados.

iv) Estacionalidad y Efectos Periódicos

El consumo de energía varía de forma estacional según efectos climáticos y las actividades de la vida diaria, por ejemplo, la masiva utilización de sistemas de aire acondicionado en zonas geográficas con altas temperaturas durante el verano provoca que la mayor demanda de electricidad sea en dicha estación, en horarios de alta actividad económica y de mayor temperatura. Además, durante la semana existe un mayor consumo que los días de fines de semana o feriados, y a nivel diario existe una clara diferencia entre la demanda de punta y de valle durante el día y la noche en el consumo eléctrico. En general, las fluctuaciones periódicas de los precios se relacionan directamente con la estacionalidad, los efectos del calendario y el horario de las actividades económicas que influyen en el comportamiento de la demanda de electricidad con distintas amplitudes y frecuencias.

3.2 Análisis Empírico del Comportamiento Dinámico y Estadístico de las Series Históricas de Precios

En la siguiente sección se estudia empíricamente el comportamiento dinámico y estadístico de los precios eléctricos utilizando datos históricos de los dos principales sistemas eléctricos del país.

No es la intención en este trabajo presentar un análisis estadístico esencialmente riguroso, sino que aportar al estudio del comportamiento de los precios eléctricos, en el sentido de entender y eventualmente fundamentar las características dinámicas y distributivas de las series a través de las propiedades empíricas obtenidas, teniendo en cuenta que representan la principal variable de estado en un mercado eléctrico competitivo.

3.2.1 Descripción de las Series de Precios Estudiadas

Las series históricas de precios spot estudiadas, corresponden a los promedios diarios de costos marginales horarios en el nudo Quillota 220 kV para el Sistema Interconectado Central (SIC) y en el nudo Crucero 220 kV en el caso del Sistema Interconectado del Norte Grande (SING)³⁵, ambos en dólares por *MegaWatt* hora [US\$/MWh]. La muestra considera el periodo comprendido entre el 1 de enero de 2000 y el 30 de septiembre de 2007, con un total de 2830 observaciones para cada uno de los sistemas eléctricos³⁶.

En la Figura 3-1 se observa la serie temporal de precios en el SIC durante el periodo señalado, de forma análoga, la Figura 3-2 muestra el comportamiento de los precios en el SING. En ambos gráficos es posible identificar, por simple inspección, que existe una clara diferencia entre el comportamiento de los precios de aproximadamente los tres últimos años de la muestra y los primeros datos de la serie. Esto se debe a las restricciones de gas natural argentino iniciadas el 5 de mayo de 2004, lo que ha incidido de manera notable en los costos marginales de la energía de ambos sistemas eléctricos.

En la serie de precios del SIC se observa estacionalidad en el comportamiento y saltos en el precio que no tienen caídas totalmente bruscas. El sistema tiene una importante dependencia de energía hidroeléctrica, por este motivo se exhiben precios muy bajos en algunos periodos de la muestra.

³⁵ Datos tomados desde los sitios *web* oficiales de cada Centro de Despacho Económico de Carga, <http://www.cdec-sic.cl> para el SIC y <http://www.cdec-sing.cl> en el caso del SING.

³⁶ A pesar de que el CDEC-SING posee datos desde el año 1999, el CDEC-SIC no posee públicamente, a la fecha de realizada la investigación, datos históricos de precios antes del año 2000.

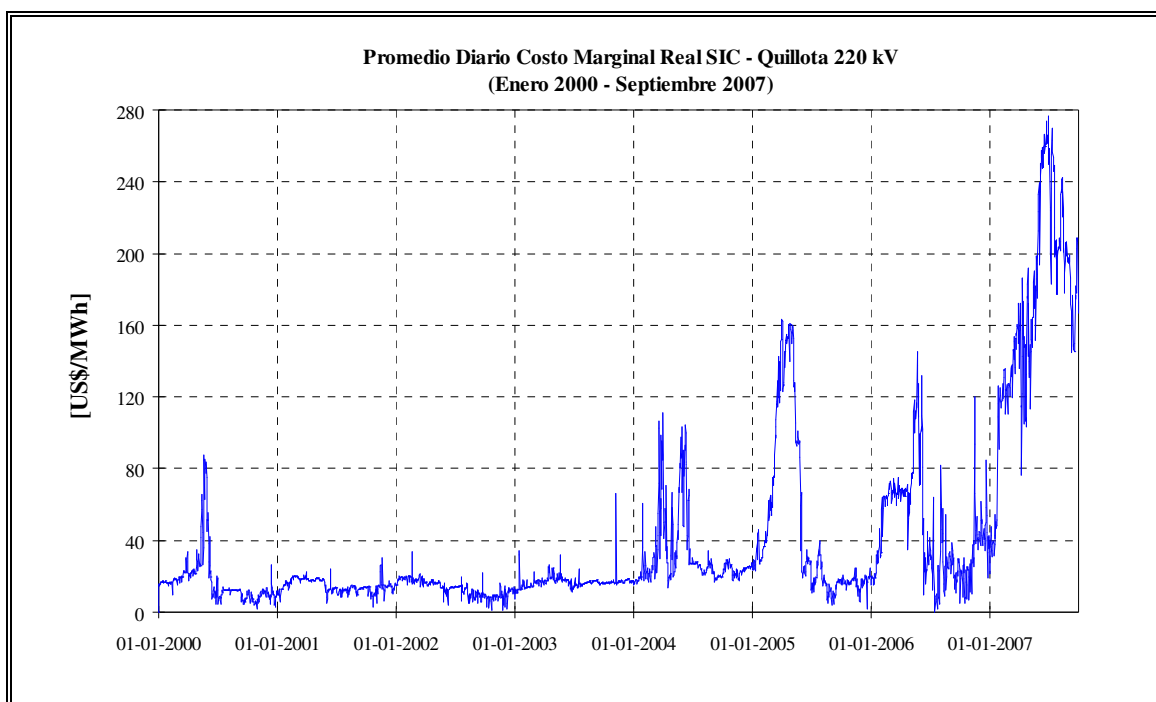


Figura 3-1: Serie histórica de precios spot del SIC, correspondiente al promedio diario de los costos marginales horarios en la subestación Quillota 220 kV, desde el 01 de enero de 2000 al 30 de septiembre de 2007. (Fuente de datos: CDEC-SIC).

La característica de oferta netamente térmica del SING y su estructura de carga con una demanda mayoritariamente industrial y minera, influye en la dinámica de los precios, en primer lugar se aprecia una reversión a la media más evidente, lo cual se explica por la nula dependencia de hidrologías, y la consiguiente total dependencia de los costos de operación de centrales térmicas, lo que no permite caídas en el precio por debajo de dichos costos, en otras palabras, el sistema mantiene un costo-piso que depende de las centrales de base del sistema.

La serie está formada por *shocks* constantes de diversa amplitud, cuyos saltos caen rápidamente al nivel medio evidenciado por simple inspección, no existe la presencia de saltos suavizados en el tiempo como en el caso del SIC, esto se explica dada la característica puramente térmica del sistema nortino.

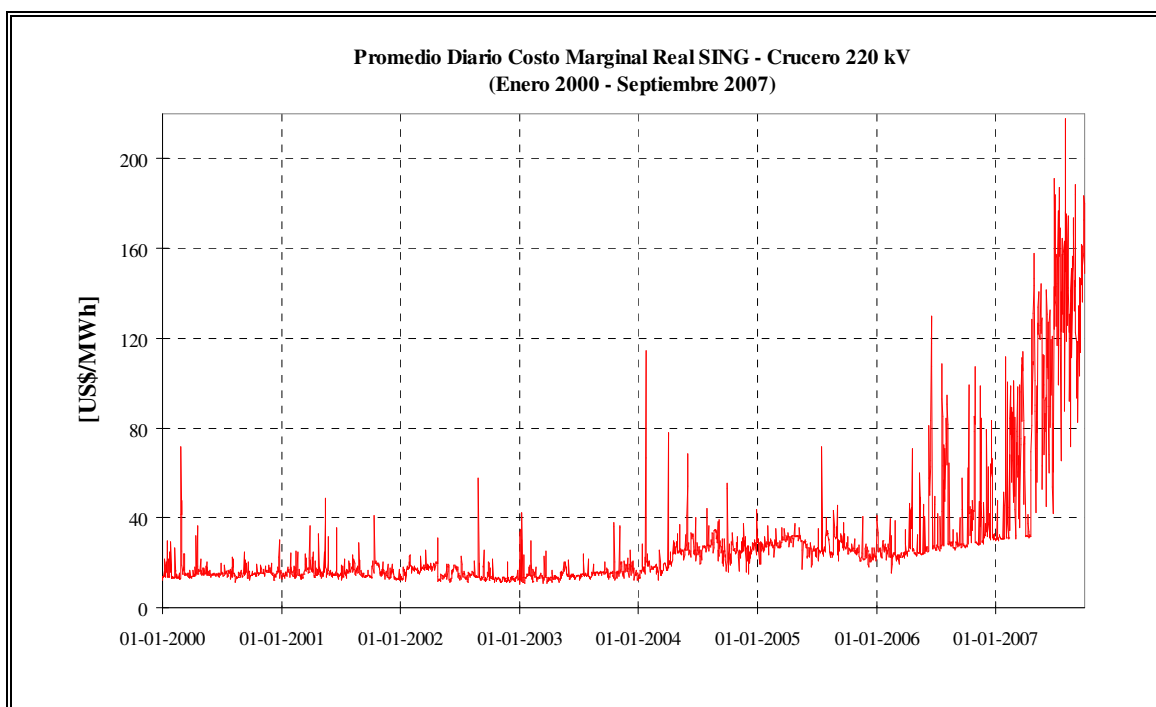


Figura 3-2: Serie histórica de precios spot del SING, correspondiente al promedio diario de los costos marginales horarios en la subestación Crucero 220 kV, desde el 01 de enero de 2000 al 30 de septiembre de 2007. (Fuente de datos: CDEC-SING).

3.2.2 Análisis de las Series de Precios

El análisis estadístico de series temporales permite identificar características que ayudan a explicar el comportamiento de distintas variables de estado, en particular, para las series de precios de electricidad la evidencia empírica ha puesto de manifiesto ciertas propiedades comunes que comparten los precios de distintos mercados eléctricos competitivos internacionales.

En general, las series de precios eléctricos son no estacionarias, ya que las series presentan variabilidad temporal en la varianza, en términos econométricos, se dice que la serie es heterocedástica, es decir, la serie temporal mantiene una volatilidad variable a lo largo del

tiempo³⁷. A pesar que la variabilidad en la volatilidad se puede apreciar por simple inspección en las series, se puede corroborar tomando la desviación estándar en ventanas de tiempo consecutivas y graficando las muestras. La Figura 3-3 ilustra la variabilidad de la volatilidad de las series históricas de precios para el SIC y el SING respectivamente, se tomó la desviación estándar de ventanas consecutivas de 7 días y se graficaron las muestras.

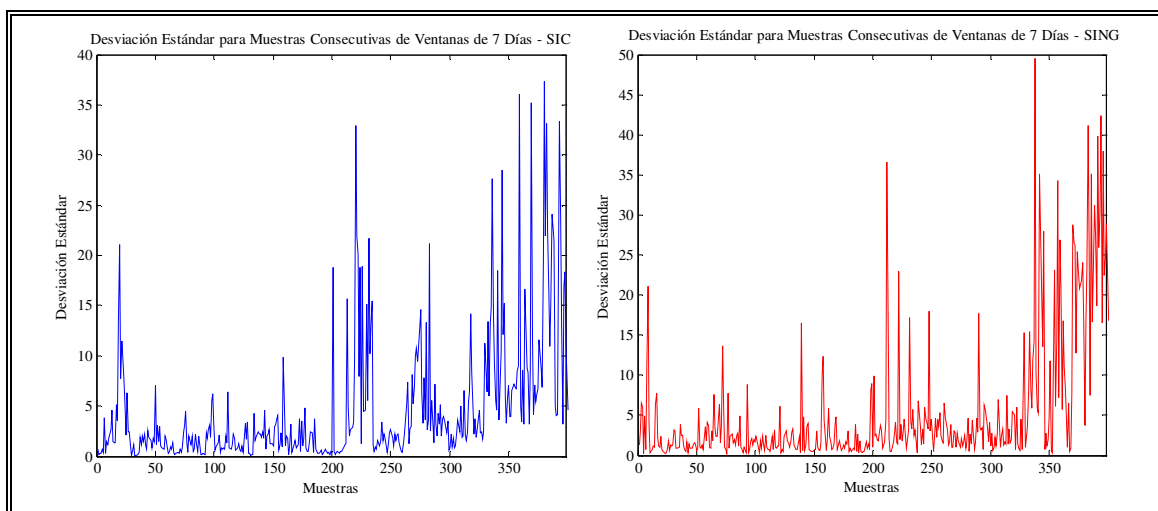


Figura 3-3: Desviación estándar para muestras de ventanas consecutivas de 7 días para las series históricas de precios del SIC y el SING.

En ambas series se observa una importante variabilidad en la volatilidad, con periodos cuya desviación estándar no supera los 5 [US\$/MWh], contrastando con muestras con desviaciones mayores a 25 [US\$/MWh]. La no estacionariedad de las series de precios eléctricos impone una complejidad mayor en su modelación estocástica y econométrica, lo que obliga a modelar la volatilidad de forma variable con el tiempo o simplemente suponer una dinámica constante para dicho factor.

³⁷ La variabilidad se refiere al “grosor” de la serie, y una serie puede tener varianza constante aunque sea muy “gruesa”.

En muchos estudios de series de precios eléctricos los autores proponen transformar logarítmicamente las series para conseguir una serie estacionaria en varianza (León y Rubia, 2001; Geman y Roncoroni, 2006), además, muchas veces se utiliza el cambio diario logarítmico ($\ln[P_t/P_{t-1}]$) como indicador de los rendimientos diarios de las series de precios. En la presente investigación se ha elegido tener una visión más directa de las propiedades de las series de precios eléctricos, evitando la transformación logarítmica para no causar ruido en el análisis.

Una de las propiedades distributivas más importante de las series de precios eléctricos es su distanciamiento de la distribución normal, en la Figura 3-4 se presenta el histograma de las series de precios estudiadas, contrastado con una distribución normal (curva sobreimpuesta) con la misma media y varianza de cada una de las series. Se observa por simple inspección, una persistente asimetría por la derecha y una característica bimodal en ambas series.

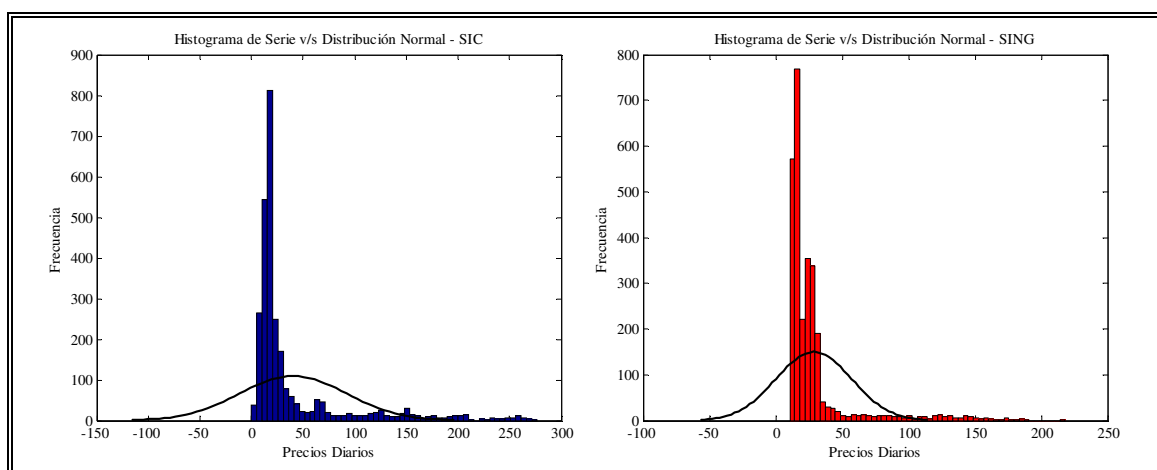


Figura 3-4: Histograma empírico de series de precios históricos para el SIC y el SING, con curva de distribución normal sobreimpuesta.

En la Figura 3-5 se presentan gráficos de probabilidad normal de las series estudiadas, donde se incluye la transformación logarítmica de las series (gráficos c. y d.). La notable curvatura desde el tercer cuartil para los precios absolutos de ambos sistemas (gráficos a. y

b.) y las colas extremadamente largas en la distribución empírica, demuestran un distanciamiento importante de la distribución normal.

En el caso de las series transformadas (gráficos c. y d.), a pesar de tener un mejor ajuste, la curvatura de la gráfica también indica un distanciamiento importante de la distribución normal.

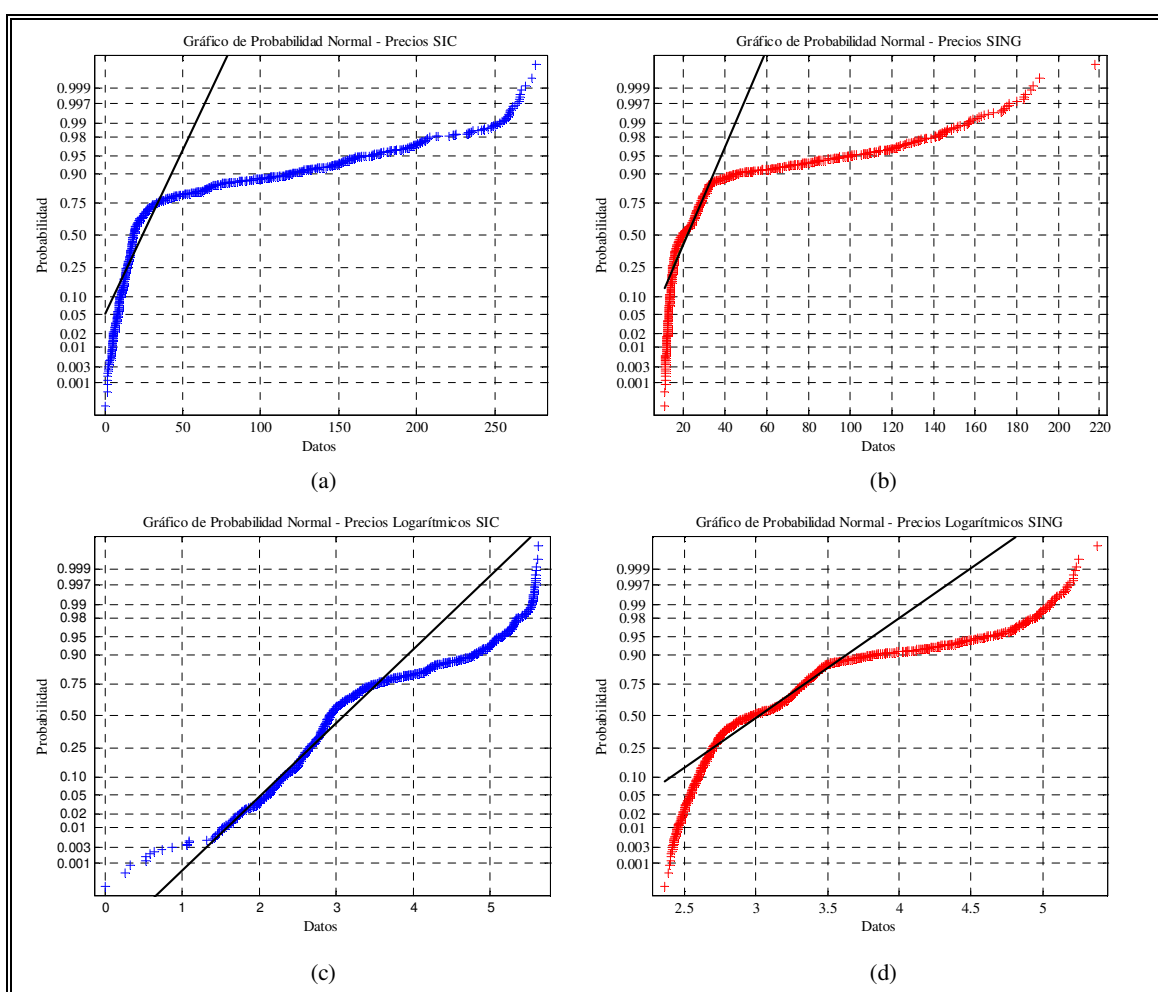


Figura 3-5: Gráficos de Probabilidad Normal Para Series de Precios Eléctricos Absolutos y Logarítmicos para SIC y SING.

El alejamiento de la distribución normal de las series es una propiedad relevante para la modelación de precios eléctricos, muchos modelos de precios suponen normalidad para ajustar los procesos estocásticos, por ejemplo, el tradicional modelo Browniano asume que los precios siguen una distribución lognormal lo que provoca que sea inapropiado utilizarlo para modelar precios de la electricidad.

La Tabla 3-1 presenta estadísticos descriptivos para las series estudiadas, diferenciando los periodos sin y con restricciones de gas natural. Se ha hecho esta diferenciación para dejar de manifiesto las claras diferencias de comportamiento en los precios desde que se iniciaron los recortes del hidrocarburo argentino.

En efecto, en el caso del SIC la media en el periodo con restricciones es más de cuatro veces la media en el periodo sin restricciones (69.83 contra 16.84) considerando una media de la serie total de 40.13. Asimismo, la media de precios con restricciones en el SING es casi tres veces la media en el periodo sin los recortes (44.68 contra 16.17).

Por su parte la diferencia entre la volatilidad del precio en términos de su desviación estándar es aún más dramática, la serie total del SIC tiene una desviación estándar de casi 52, pero si vemos sólo los datos en el periodo sin restricciones de gas natural, la volatilidad cae a 10.7, estadístico que se multiplica seis veces (66.5) en el periodo con restricciones del hidrocarburo. De igual forma, los precios del SING mantienen esta propiedad pero con valores de menor amplitud, la desviación estándar de la serie completa alcanza a 28.3, en el periodo sin recortes de gas natural la volatilidad es de 5.3 y con restricciones del hidrocarburo la desviación estándar es prácticamente siete veces más (36.6).

Las series de precios eléctricos se caracterizan por su gran dispersión, esto es, cuán alejados están los datos de la media de la muestra. En el caso chileno, ambas series históricas totales tienen altos coeficientes de variación (la razón entre la desviación estándar y la media) con 129 % en el SIC y 99 % para el SING.

Se observa un coeficiente de asimetría o *skew* positivo en las distribuciones empíricas, lo que indica que las series mantienen distribuciones asimétricas positivamente, es decir, los

precios por encima de la media tienen más probabilidad de ocurrir que los precios por debajo.

Tabla 3-1: Estadísticos descriptivos para precios spot del SIC y SING, para las series totales (01 Enero 2000 – 30 Septiembre 2007) y las series sin/con restricciones de gas natural (inicio restricciones 05 Mayo 2004).

Estadísticos Descriptivos	Serie Total	Sin Restricciones de Gas	Con Restricciones de Gas
		Natural	Natural
SIC			
Número de Observaciones	2830	1586	1244
Media	40.13	16.84	69.83
Mediana	18.38	15.70	35.22
Máximo	276.7	111.18	276.7
Mínimo	0	1.30	0
Desviación Estándar	51.95	10.68	66.49
Coefficiente de Variación	129%	63%	95%
Coefficiente de Asimetría	2.44	4.35	1.29
Coefficiente de Curtosis	5.50	25.23	0.63
SING			
Número de Observaciones	2830	1586	1244
Media	28.70	16.17	44.68
Mediana	19.33	15.09	28.66
Máximo	218.0	114.6	218.0
Mínimo	10.6	10.6	14.7
Desviación Estándar	28.34	5.30	36.55
Coefficiente de Variación	98.7%	32.8%	81.8%
Coefficiente de Asimetría	3.26	7.80	2.11
Coefficiente de Curtosis	10.97	104.39	3.56

Otra característica distributiva particular de las series de precios de electricidad es la leptocurtosis o coeficientes de curtosis por encima de tres, esto significa que las colas de la distribución empírica son más “anchas” que las que corresponderían a una distribución normal, en términos prácticos, la probabilidad de ocurrencia de precios excesivamente altos o bajos es mayor que en una distribución normal con la misma media y varianza.

3.3 Procesos Estocásticos para el Modelamiento de Precios

Los modelos desarrollados en finanzas, que caracterizan con procesos estocásticos la dinámica de los precios de *commodities*, se basan en ecuaciones diferenciales parciales estocásticas, las cuales dependen de propiedades relacionadas con procesos Markovianos difusos, en particular los llamados procesos de Wiener. A continuación se entrega una

introducción a los procesos estocásticos, y de los conceptos fundamentales para entender los desarrollos de modelos de precios de *commodities*, los procesos estocásticos de precios eléctricos y la posterior valorización de activos sobre este tipo de subyacentes.

3.3.1 Caminata Aleatoria y Procesos de Wiener

Un proceso estocástico representa una variable que evoluciona en alguna forma de manera aleatoria, puede ser en tiempo continuo o discreto, así una de las formas más simples es la caminata aleatoria en tiempo discreto, cuya dinámica se puede describir según la siguiente ecuación:

$$x_t = x_{t-1} + e_t \quad (3.1)$$

El proceso x_t es además de estado discreto³⁸ su valor inicial x_0 es conocido y en cada tiempo $t = 1, 2, 3, \dots$ toma un salto e_t de tamaño 1 hacia arriba o abajo con probabilidad $\frac{1}{2}$. Si se define una probabilidad p para el salto hacia arriba y $(1-p)$ hacia abajo, entonces la distribución de probabilidad de x_t está dada por la distribución binomial. La caminata aleatoria satisface la propiedad de Markov, es decir, la distribución de probabilidad de x_{t+1} depende solamente de x_t y no de lo que haya pasado antes de t , en otras palabras, un evento futuro depende del pasado sólo a través de lo sucedido en el presente.

Un proceso de Wiener (o Gauss-Wiener), también llamado movimiento Browniano³⁹ es un proceso estocástico con tres características básicas. En primer lugar, cumple con la propiedad de Markov, nuevamente esto implica que sólo la información actual es útil para pronosticar la trayectoria futura del proceso. En segundo lugar tiene incrementos independientes, esto significa que la distribución de probabilidad para un cambio en el

³⁸ Sólo puede tomar valores discretos, por ejemplo, si se fija $x_0 = 0$, entonces para los valores impares de t , los valores posibles de x_t son $(-t, \dots, -1, 1, \dots, t)$ y para los valores pares de t , los valores posibles serán $(-t, \dots, -2, 0, 2, \dots, t)$.

³⁹ El botánico Robert Brown observó y describió en 1827 el movimiento de diminutas partículas suspendidas en un líquido, resultado de los impactos aleatorios sucesivos entre partículas vecinas, de aquí el nombre de movimiento Browniano. En 1905, Albert Einstein propuso una teoría matemática para el movimiento Browniano, la cual fue desarrollada y formalizada por Norbert Wiener en 1923 (Dixit y Pindyck, 1994).

proceso sobre cualquier intervalo de tiempo es independiente de cualquier otro intervalo. Tercero, los cambios en el proceso sobre cualquier intervalo finito de tiempo distribuyen normal, con una varianza que se incrementa linealmente con el intervalo de tiempo.

Formalmente, si $z(t)$ es un proceso de Wiener, entonces cualquier cambio en z , Δz , en un intervalo de tiempo Δt , satisface las siguientes condiciones:

1. $\Delta z = e_t \sqrt{\Delta t}$ con e_t variable aleatoria con distribución normal, media cero y desviación estándar 1.
2. La variable aleatoria e_t no tiene correlación serial, es decir, si $0 \leq s_1 \leq t_1 \leq s_2 \leq t_2$ entonces, $e_{t_1} - e_{s_1}$ y $e_{t_2} - e_{s_2}$ son variables aleatorias independientes. Esto implica que los valores de Δz para dos intervalos de tiempo cualesquiera son independientes.

Si se deja que Δt sea infinitesimalmente pequeño, entonces el proceso de Wiener se representa según:

$$dz_t = e_t \sqrt{dt} \quad (3.2)$$

Ahora, generalizando la Ecuación (2.1) agregando un factor determinístico se puede definir el movimiento Browniano aritmético (MBA):

$$dS_t = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz_t \quad (3.3)$$

Donde dz es un incremento de un proceso de Wiener, μ es la tasa de crecimiento instantáneo de S_t y σ es la desviación estándar de la variable. Es necesario hacer notar que sobre cualquier intervalo de tiempo el cambio absoluto de S_t (o dS_t) distribuye normal. Este resultado es importante porque si se asume que el cambio en el precio de un activo presenta distribución normal, dicho precio podría tener valores negativos.

Ahora, si se supone que el cambio porcentual de S_t , (o $\frac{dS_t}{S_t}$), distribuye normal, es decir, el logaritmo del precio tiene distribución normal, se asume que el cambio absoluto de la

variable S_t distribuye lognormal evitando valores menores que cero. Con esta idea, es posible definir el movimiento Browniano geométrico (MBG):

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz_t \quad (3.4)$$

Si definimos la variable S_t como el precio spot de un activo, por ejemplo, el precio de una acción, entonces el cambio porcentual de S_t ($\frac{dS_t}{S_t}$) corresponde al retorno del precio, μ es la tasa de retorno anual asociado al precio del activo y σ es la desviación estándar anual de los retornos del activo la cual representa la volatilidad.

3.3.2 Modelamiento Estocástico de las Propiedades del Precio

El desarrollo de procesos estocásticos para el modelamiento de precios surge de la necesidad de incorporar cuantitativamente en el análisis la incertidumbre de los mercados financieros. La idea central es representar la dinámica esperada a través de procesos que dependen de parámetros dados por la historia de las series de la variable contingente.

a) Reversión a la Media

No todos los precios de activos pueden modelarse con un movimiento Browniano geométrico, como se dijo anteriormente, los precios de *commodities* como el cobre, petróleo, gas natural o electricidad pueden ser relacionados de alguna manera con sus costos marginales de producción de largo plazo, por lo tanto, en general presentan una tendencia de equilibrio de largo plazo. En este sentido, se utilizan procesos estocásticos con reversión a la media, el más simple es el llamado proceso de *Ornstein-Uhlenbeck* cuya dinámica sigue la siguiente ecuación para una variable de estado x_t :

$$dx_t = \kappa(\alpha - x_t) \cdot dt + \sigma \cdot dz_t \quad (3.5)$$

El factor κ corresponde a la velocidad de ajuste a la reversión y α es el nivel medio o valor esperado de largo plazo al cual se revierte el valor de x_t .

b) Inclusión de Saltos y Puntas

Algunas variables de estado dinámicas, como el precio spot de la electricidad, presentan saltos discretos infrecuentes de distintas intensidades en su comportamiento. Así, para modelar de forma más realista dicha dinámica se han desarrollado modelos que incluyen saltos producidos por un proceso de Poisson. Así, un proceso simple que incluye reversión a la media, volatilidad Browniana y saltos discretos sería una extensión de la ecuación 2.5 de la forma:

$$dx_t = \kappa(\alpha - x_t) \cdot dt + \sigma \cdot dz_t + \nu \cdot dq_t \quad (3.6)$$

Donde se representa la frecuencia de los saltos según el proceso de Poisson q_t y ν corresponde a la intensidad de los saltos.

c) Inclusión de Estacionalidad y Efectos Periódicos

La dinámica del precio de muchos activos tiene comportamientos que obligan a modelar procesos más sofisticados. La estacionalidad que se observa en algunos *commodities* como el precio del gas natural o en los precios de la electricidad puede ser incorporada vía factores estacionales con forma de variables *dummies* que representen las variaciones periódicas de los precios.

Otra forma de capturar la estacionalidad es a través de funciones trigonométricas, por ejemplo, dejando que el nivel de reversión a la media α en la ecuación 2.6 siga una función sinusoidal determinística con frecuencia y amplitud que caractericen la periodicidad.

3.4 Modelos de Precios Eléctricos

El modelamiento de los precios de la electricidad se hace relevante con la liberalización de los mercados eléctricos, a partir de la necesidad de estimar la evolución de la variable de estado que lleva el pulso de los mercados. De esta forma, han surgido diferentes esquemas para modelar los precios de la electricidad los cuales se pueden dividir entre los modelos de operación del sistema y los basados en procesos estocásticos derivados de modelos de precios de *commodities*.

En esta investigación se pone total énfasis al estudio y análisis de los modelos de precios eléctricos basados en modelos de *commodities*, sin embargo se utiliza un modelo basado en

la operación del sistema para caracterizar las expectativas de largo plazo de cada uno de los mercados eléctricos analizados.

3.4.1 Modelos de Precios de *Commodities*

El desarrollo de modelos de comportamiento de precios spot de *commodities* se basa en procesos estocásticos y se pueden clasificar según dos características, la estacionariedad o no de los modelos y el número de factores estocásticos utilizados (Milla, 2005). Un modelo estacionario se refiere a un proceso donde las propiedades estadísticas son constantes sobre periodos largos de tiempo, es decir, las perturbaciones son transitorias y no afectan el comportamiento de largo plazo de la variable, en cambio, en un proceso no-estacionario las propiedades estadísticas de la variable no son constantes y cambian en el tiempo según el nivel de las perturbaciones del proceso. La mayor parte de los modelos desarrollados para precios de *commodities* son no-estacionarios, lo cual evidencia la necesidad de trabajar con modelos que caractericen de forma más realista el comportamiento de los precios.

El número de factores estocásticos o variables de estado utilizados para caracterizar la dinámica de los precios de *commodities* depende de las características del activo analizado, en general, a mayor número de factores más realista es la modelación pero con ello aumenta el nivel de complejidad de los procesos involucrados.

Uno de los primeros trabajos en caracterizar el comportamiento del precio de un commodity es Brennan y Schwartz (1985) donde se modela el precio del cobre a través de un movimiento Browniano geométrico el cual es un proceso de un solo factor estocástico. La evidencia empírica e investigaciones ulteriores reconocen la presencia de una tendencia de largo plazo en los precios de *commodities* relacionada con los costos marginales de producción de dichos activos, en Gibson y Schwartz (1990) se desarrolla un modelo de dos factores estocásticos, donde el precio spot del petróleo sigue un movimiento Browniano geométrico, y el retorno por conveniencia⁴⁰ un proceso con reversión a la media del tipo

⁴⁰ Corresponde al costo de oportunidad que significa poseer un contrato futuro en vez de tener físicamente el activo subyacente.

Ornstein-Uhlenbeck. Luego, Schwartz (1997) extiende el modelo con un tercer factor estocástico que representa el precio medio de largo plazo a través de otro proceso con reversión a la media.

El artículo Schwartz y Smith (2000) presenta un modelo de dos factores estocásticos que incluye un factor de reversión a la media que permite modelar las fluctuaciones de corto plazo del precio spot de un *commodity* y un factor de equilibrio que captura la dinámica de largo plazo de los precios. En Cortazar y Schwartz (2003) se implementa un modelo de 3 factores para el precio futuro del petróleo, siendo más simple y parsimonioso que sus antecesores en la forma de estimar los parámetros de los datos de mercados de futuros.

Otro enfoque para el análisis de precios de *commodities*, es modelar directamente los precios de los contratos futuros o *forwards* transados en los mercados construyendo curvas aproximadas de precios basándose en la metodología HJM propuesta en el trabajo Heath, Jarrow y Morton (1992). Bajo este esquema de análisis, se describe la dinámica temporal de las curvas de precios *forward* utilizando procesos Brownianos multidimensionales para las variables de estado. El artículo Manoliu y Tompaidis (2002) presenta un modelo de dos factores para el precio de contratos futuros de un *commodity* energético, utilizando datos de series de precios de futuros de gas natural, incluye una variable de estado determinística para modelar la estacionalidad del comportamiento de los precios.

3.4.2 Análisis del Estado del Arte

Debido a las particulares características de los precios eléctricos, los modelos desarrollados tienen como objetivo ajustar el comportamiento dinámico o trayectoria de los precios y sus características estadísticas observadas. Así, en general, se trata de modelar el comportamiento dinámico con una tendencia promedio de largo plazo o reversión a la media, una componente aleatoria de volatilidad Browniana, una función que define alguna estacionalidad o efecto periódico y un factor que caracterice los saltos. De la misma forma, el modelo debe mantener las características estadísticas o momentos de las series de precios observadas: la media, la varianza, el *skew* o asimetría y la *curtosis* respectivas.

Cabe destacar, que los modelos de precios desarrollados en la literatura pocas veces incluyen las diferencias geográficas que resultan de la interacción con los sistemas de transmisión, debido a que dichas diferencias se deben a situaciones de congestión en los sistemas y dependen de características físicas del sistema cuyo análisis se realiza de mejor forma con modelos basados en la operación del sistema.

Así, en esta sección se pretende dar una visión de la literatura existente sobre análisis del comportamiento de precios de la electricidad, a pesar de que se trata de una línea de investigación bastante novedosa, existen a la fecha importantes trabajos basados en modelos financieros de precios de *commodities* extendidos para su utilización en la valorización de derivados financieros y reales con electricidad como subyacente. Cabe destacar que existen dos esquemas de análisis de los precios de la electricidad⁴¹, la primera se refiere al modelamiento directo de los precios spot eléctricos.

A continuación se entrega una lista con artículos destacados y trabajos académicos, incluyendo los supuestos básicos definidos y los aportes significativos de cada uno de las investigaciones.

- Deng (2000)

Es uno de los primeros trabajos en modelar precios de la electricidad con saltos, el autor propone 3 modelos de salto-difusión con reversión a la media, con casos de volatilidad determinística y estocástica. Los saltos en el precio se modelan introduciendo largos saltos positivos a través de un proceso de *Poisson* junto con una reversión a la media muy fuerte o de gran velocidad, es decir, el precio retorna rápidamente a su estado normal. Sin embargo, el modelo falla en estimar las trayectorias de precio producidas, ya que son muy diferentes a las vistas en mercados eléctricos.

- Lucia y Schwartz (2002)

⁴¹ Esquemas utilizados en el modelamiento de precios de *commodities* también.

El trabajo propone dos modelos de precios eléctricos, cada uno con el análogo para el logaritmo del precio⁴². El primer modelo caracteriza el precio spot a través de dos componentes, el primero se considera totalmente predecible y se representa como una función determinística conocida dependiente del tiempo $f(t)$, dicho componente caracteriza la regularidad en la evolución de los precios como alguna tendencia determinística o comportamiento periódico. El segundo término es un proceso estocástico estacionario con reversión a la media del tipo *Ornstein-Uhlenbeck* X_t , así las ecuaciones que modelan el precio se representan según las siguientes ecuaciones:

$$P_t = f(t) + X_t \quad (3.7)$$

$$dX_t = -\kappa X_t \cdot dt + \sigma \cdot dZ \quad (3.8)$$

Donde κ es la velocidad de ajuste a la reversión que representa la tasa de convergencia al precio de largo plazo, mientras más alto el valor de κ más rápida será la convergencia ($\kappa > 0$) y dZ es un incremento de movimiento Browniano estándar y representa el comportamiento aleatorio del precio. Así, la única fuente de incertidumbre del modelo proviene del comportamiento estocástico de X_t con lo cual se define como la variable de estado del modelo.

Siguiendo el desarrollo realizado en el artículo para encontrar el valor esperado del precio que sigue la dinámica expresada por el modelo anterior, el precio *forward* está determinado por la siguiente ecuación:

$$F_t(P_t, T) = f(t) + (P_t - f(t)) \cdot e^{-\kappa(T-t)} + \alpha \cdot (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \quad (3.9)$$

Donde el parámetro α representa las expectativas de largo plazo del mercado y se relaciona con el denominado precio de mercado por unidad de riesgo λ , asociado a la variable X_t , según la siguiente expresión:

$$\lambda = -\frac{\alpha \cdot \kappa}{\sigma} \quad (3.10)$$

⁴² El logaritmo del precio representa el retorno del precio spot.

El segundo modelo corresponde a uno con dos factores estocásticos, también se basa en el trabajo propuesto en Schwartz y Smith (2000), el cual modela el comportamiento del precio del petróleo con una componente de reversión a la media de corto plazo y un nivel de equilibrio de largo plazo. Así, el modelo se expande y describe según las siguientes ecuaciones:

$$P_t = f(t) + X_t + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

$$dX_t = -\kappa X_t \cdot dt + \sigma_x \cdot dZ_x \quad (3.12)$$

$$d\varepsilon_t = \mu_\varepsilon \cdot dt + \sigma_\varepsilon \cdot dZ_\varepsilon \quad (3.13)$$

$$dZ_x dZ_\varepsilon = \rho \cdot dt \quad (3.14)$$

La segunda variable de estado estocástica ε_t , sigue un proceso Browniano aritmético y representa el nivel de equilibrio de largo plazo. El parámetro μ_t es la tasa esperada de largo plazo a la cual se incrementa el nivel de equilibrio del precio spot. Los procesos de *Wiener* están correlacionados a través de la ecuación (3.14).

- Escribano, Peña y Villaplana (2002)

Proponen un modelo general que permite comparar los distintos comportamientos observados en mercados desregulados⁴³ y cuantificar el impacto de las diferentes características de los precios eléctricos (estacionalidad, reversión a la media, volatilidad y saltos) en cada mercado de forma individual. Los autores cuantifican la interacción entre saltos, comportamiento *GARCH*⁴⁴ de la volatilidad y reversión a la media a través de un modelo general con base en tiempo continuo, pero cuya aplicación es en tiempo discreto.

- Fleten y Lemming (2003)

⁴³ Aplican el modelo con datos de los mercados de Argentina, *Nord Pool*, Australia (*Victoria*), Nueva Zelanda (*Hayward*) y España.

⁴⁴ Comportamiento según un modelo econométrico de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, GARCH).

El artículo estima aproximaciones de curvas de precios *forward* utilizando una metodología que incluye la combinación de información basada en los resultados de modelos de operación de los sistemas eléctricos⁴⁵ y los datos de precios que entrega el mercado eléctrico respectivo. Los autores argumentan el uso de modelos de operación del sistema dado que la información de precios futuros y *forwards* de los mercados eléctricos son escasas y la existente es poco útil debido a la reducida o nula liquidez de dicho mercado.

- Knittel y Roberts (2005)

La investigación realiza un detallado análisis de los precios eléctricos de California, a través de observaciones horarias de los precios antes y durante la crisis que afectó el mercado eléctrico de dicho estado norteamericano.

A través del análisis estadístico de los datos, concluyen que cualquier modelo de precios eléctricos debe tomar en cuenta las siguientes características: reversión a la media, efectos horarios durante el día, efectos de la semana y fin de semana, efectos estacionales, variación temporal, “*clustering*” de la volatilidad y valores extremos.

Los autores desarrollan una serie de modelos de precios en el contexto del análisis estadístico realizado, utilizando como base un proceso de un factor estocástico con reversión a la media *Ornstein-Uhlenbeck*. Primero, extienden el modelo dejando a la variable que representa el nivel medio al cual revierte el precio dependiente del tiempo. El segundo lugar, transforman el proceso en uno de salto-difusión incluyendo un proceso de Poisson que caracteriza los saltos en los precios. Luego, refinan el modelo dejando que la intensidad del salto en el proceso de salto-difusión varíe temporalmente.

Los tres últimos modelos del trabajo, tienen una estructura en variable discreta de tipo ARMAX y EGARCH desarrollados bajo suposiciones más relajadas en la estructura de los

⁴⁵ En el artículo se refieren a modelos tipo *bottom-up*, que corresponde a una estrategia de procesamiento de información donde un sistema es descrito a través del enlace de subsistemas diseñados en detalle, logrando un modelo basado en el conocimiento refinado de las variables que afectan el sistema.

precios. El modelo ARMAX final incluye datos de temperatura lo cual permite tener una serie de precios que depende con más fuerza de la demanda estimada de electricidad.

Finalmente, los autores concluyen que debido a la alta dependencia en los movimientos de la demanda eléctrica, encontraron fuertes ciclos determinísticos que incluyen efectos periódicos horarios, diarios y estacionales en las series de precios. Recomiendan incorporar los efectos de *clustering* en la volatilidad y la autocorrelación de alto orden en los modelos de precios. Asimismo, destacan la presencia de un efecto de *leverage*⁴⁶ inverso en las series, donde los *shocks* de precios positivos incrementan la volatilidad más que los *shocks* negativos.

- Geman y Roncoroni (2006)

El artículo profundiza los trabajos anteriores desarrollando un sofisticado proceso que incluye una elaborada representación de los saltos en la estructura dinámica del modelo de precios spot de la electricidad. Los autores basan su análisis en la característica física de la electricidad, la cual produce saltos en los precios debido a la inelaticidad de la demanda ante contingencias en el sistema eléctrico por fallas en el sistema de transmisión o salidas intempestivas de generadores.

En este sentido, definen un salto en el precio spot como un *cluster* de *shocks* hacia arriba de relativo gran tamaño con respecto a las fluctuaciones normales del precio producido en un periodo de tiempo, seguido por un retorno agudo a un nivel normal del precio. Así, representan los saltos en términos del tiempo de ocurrencia, el tamaño y su dirección.

Realizan la calibración del modelo con datos de 750 precios promedio diarios de los tres más grandes mercados eléctricos norteamericanos: *COB* (*California Oregon Border*), *PJM* (*Pennsylvania-New Jersey-Maryland*) y *ECAR* (*East Center Area Reliability*).

⁴⁶ Como efecto *leverage* o apalancamiento se refiere a la respuesta asimétrica de la volatilidad ante *shocks* positivos o negativos en los precios de activos.

3.5 Estimación de Parámetros del Modelo de Precios

En la siguiente sección se implementará una estimación simple de los parámetros de un modelo con reversión a la media, a través de una regresión por mínimos cuadrados ordinarios y los datos de series históricas de precios del SIC y SING.

El modelo de un factor estocástico ha sido utilizado entre otros autores, en Schwartz (1997) para precios de *commodities* (petróleo, cobre y oro); en Lucia y Schwartz (2002) para precios eléctricos con datos del *Nord Pool*; el primer modelo propuesto en Escribano, Peña y Villaplana (2002) corresponde también a uno de un factor estocástico, el cual aplican para estimar parámetros de los mercados eléctricos de Argentina, Australia (*Victoria*), España, el *Nord Pool* y Nueva Zelanda; finalmente, Knittel y Roberts (2005) utiliza el modelo como *benchmark* para el análisis de modelos con mayor nivel de sofisticación y datos del mercado eléctrico de California.

El modelo elegido es simple, sin embargo, tiene la característica de modelar correctamente la reversión a la media típica de precios de *commodities*, así es posible encontrar aproximaciones coherentes para valorizar activos donde la componente de largo plazo es el factor crítico de impacto en el valor del proyecto.

Sin duda, el estudio, aplicación y elaboración de modelos más sofisticados que incluyan y perfeccionen las características dinámicas y las propiedades estadísticas de los precios de la electricidad es una importante fuente para futuras investigaciones.

3.5.1 Procedimiento de Estimación

La naturaleza de las series históricas de precios eléctricos evidentemente es discreta, por lo tanto, el proceso continuo debe ser discretizado para poder estimar sus parámetros. La ecuación incluye una función determinística $f(t)$, la cual se fija como la tendencia de largo plazo del precio \bar{P} que representa el nivel medio histórico en el modelo, así el proceso continuo de precios de un factor estocástico queda según la siguiente expresión:

$$P_t = \bar{P} + X_t \quad (3.15)$$

$$dX_t = -\kappa X_t \cdot dt + \sigma \cdot dZ \quad (3.16)$$

Reordenando la ecuación (3.15) y reemplazando en (3.16) se tiene:

$$X_t = P_t - \bar{P} \quad (3.17)$$

$$d(P_t - \bar{P}) = -\kappa(P_t - \bar{P}) \cdot dt + \sigma \cdot dZ$$

Así, el proceso queda como:

$$dP_t = \kappa(\bar{P} - P_t) \cdot dt + \sigma \cdot dZ \quad (3.18)$$

El proceso resultante es el llamado de *Ornstein – Uhlenbeck* con reversión a la media y nivel medio de largo plazo \bar{P} , cuyo modelo en tiempo discreto es uno autorregresivo de primer orden AR(1) con la estructura siguiente (Schwartz, 1997):

$$p_t = \bar{P}(1 - e^{-\kappa}) + e^{-\kappa} p_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.19)$$

Con $t = 1, 2, \dots, N$, donde las innovaciones ε_t son variables aleatorias i.i.d. normal con media cero y la siguiente estructura de varianza:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa}) \quad (3.20)$$

Luego, es posible estimar los parámetros del proceso a través de la regresión siguiente por mínimos cuadrados ordinarios y las series de datos históricos, considerando los rezagos del precio p_t como variables explicativas⁴⁷:

$$p_t = a + (1 + b) \cdot p_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.21)$$

Así, se obtienen los parámetros a partir de las siguientes expresiones:

$$\bar{P} = -\frac{\hat{a}}{\hat{b}} \quad (3.22)$$

$$\hat{\kappa} = -\ln(1 + \hat{b}) \quad (3.23)$$

⁴⁷ Procedimiento basado en aproximación según Dixit y Pindyck (1994) Capítulo 3. Sin embargo, se incluye corrección en la fórmula para estimar desviación estándar.

$$\sigma = \sigma_{\xi} \sqrt{\frac{2 \cdot \ln(1 + \hat{b})}{(1 + \hat{b})^2 - 1}} \quad (3.24)$$

3.5.2 Resultados de la Estimación con Serie Completa

Los resultados obtenidos de la estimación del modelo de un factor estocástico sirven como datos de entrada para el modelo de opciones reales implementado en el siguiente capítulo. Sin perjuicio de lo anterior, es preciso señalar que los resultados de las estimaciones no pretenden ser, de manera alguna de carácter absoluto, teniendo en cuenta que dichos parámetros actuarán como caso base, acompañados de sensibilizaciones para mostrar el impacto que cada uno tiene en la dinámica del algoritmo de valorización de opciones implementado.

En la Tabla 3-2 se presenta los resultados de la estimación de parámetros para cada uno de los sistemas eléctricos estudiados, SIC y SING. A través de los valores obtenidos para el estadístico- t de ambas regresiones, se rechaza la hipótesis nula de $1 + b = 1$ lo que indica en particular que los valores obtenidos para los coeficientes de reversión a la media κ son significativos. Se presenta el error estándar de la regresión σ_{ϵ} para cada una de las series; los estadísticos R^2 cercanos a uno permiten considerar un ajuste razonable de la regresión; por último, el estadístico *Durbin-Watson*, con valores cercanos a dos en ambos casos verifica la independencia de los residuos de la regresión y la menor autocorrelación de las series.

Tabla 3-2: Parámetros estimados con series históricas completas (01 Enero 2000 – 30 Septiembre 2007).

Parámetros de Regresión	SIC (serie completa)		SING (serie completa)	
	Estimación	estadístico-t	Estimación	estadístico-t
a	0.503	2.62	2.275	7.62
b	0.989	337.06	0.922	124.30
σ_ε	8.097		11.147	
R^2	0.976		0.845	
DW	2.317		2.520	
σ	8.142		11.601	
κ	0.011		0.081	
\bar{P}	44.840		29.279	

Es importante aclarar que los parámetros κ y σ , se presentan en valores diarios. Sin embargo, el valor de κ puede ser expresado en términos anuales (así como en distintos términos temporales) según:

$$\kappa_{anual} = \kappa_{dia} \cdot 365 \quad (3.25)$$

De esta forma, el SIC tiene κ anual estimado de 4.015 y el SING de 29.565, asimismo, la volatilidad dada por la desviación estándar, se expresa en términos anuales de acuerdo a:

$$\sigma_{anual} = \sigma_{dia} \cdot \sqrt{365} \quad (3.26)$$

Por lo tanto, la volatilidad anual obtenida es de 155.55 [US\$/MWh] y 221.637 [US\$/MWh] para el SIC y SING respectivamente.

Los resultados de la estimación de parámetros con las series completas, indican una mayor volatilidad del SING, sin embargo, dicho sistema obtiene un coeficiente de reversión a la media diaria extremadamente alta, mayor que el SIC. Este resultado indica que los precios del norte, a pesar de tener una mayor amplitud de volatilidad, retornan más rápido al precio de largo plazo definido para el mercado. La menor volatilidad en el SIC se puede explicar por el hecho de ser un sistema hidrotérmico que tiene la capacidad de almacenar agua y suavizar los *shocks* que producen los saltos en los precios spot. Por otra parte, el parámetro

que representa el nivel medio de largo plazo histórico se encuentra cercano a la media aritmética real de las series de precios estudiadas (ver Tabla 3-1).

Es importante dejar claramente definido el significado del parámetro que representa la tasa de convergencia al precio de largo plazo, o coeficiente de reversión a la media κ . En otras palabras, define la velocidad con la cual el precio se estabiliza al precio de largo plazo, así se puede definir el tiempo medio η en que el precio demora en “volver a medio camino” a dicha estabilización:

$$\eta = \frac{\ln(2)}{\kappa} \quad (3.27)$$

Si κ se expresa en términos diarios, η corresponde al número medio de días que demora el precio en volver a la mitad del camino después de un salto o *shock* al nivel de reversión, en este caso, al precio de largo plazo. En la Figura 3-6 se gráfica η versus κ diario, donde se observa claramente que mientras mayor sea el valor de κ menor será el tiempo medio de retorno.

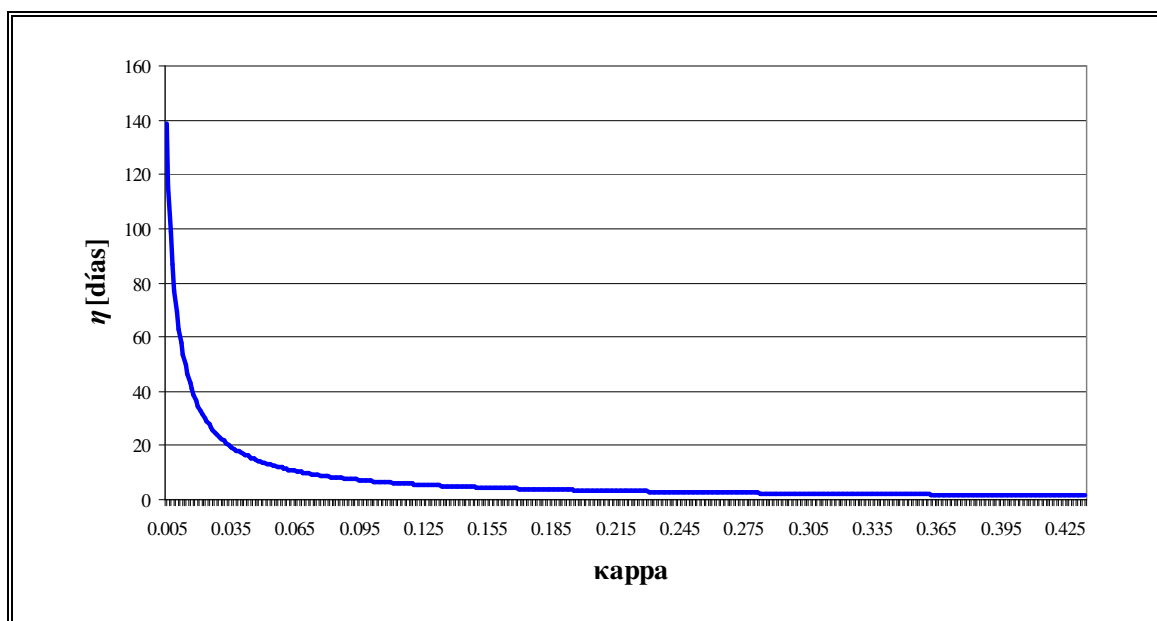


Figura 3-6: Tiempo medio de retorno a mitad de camino al nivel de reversión η versus κ .

La Tabla 3-3 presenta el tiempo η según los valores de κ estimados, comparando con resultados de investigaciones que han utilizado el modelo de precios de un factor estocástico y reversión a la media para otros sistemas eléctricos.

Se observa que la estimación para el *Nord Pool* (Lucia y Schwartz, 2002) obtiene una velocidad semejante a la obtenida para el SIC y ambas resultan con las menores tasas de convergencia. Según Lucia y Schwartz (2002) el bajo valor de κ se explica por la importante participación de energía hidroeléctrica en el *Nord Pool* lo que permite suavizar el comportamiento de los precios cuando ocurren saltos o situaciones de contingencias. Asimismo, verifican que los efectos estacionales influyen en el valor estimado para la tasa de convergencia. Por lo tanto, es posible inferir una situación similar para el SIC, donde la existencia de una importante participación de energía hidroeléctrica y los efectos estacionales pueden explicar la estimación del valor para κ estimado.

Los valores del parámetro κ para Argentina y España fueron obtenidos del trabajo Escribano, Peña y Villaplana (2002) y en el caso de California se utilizó el dato de Knittel y Roberts (2005). En los tres casos resultó una fuerte velocidad de reversión, asimismo la estimación para el SING entregó un κ mayor que en el SIC, que permite señalar que el precio en dicho sistema demora en promedio 9 días en revertir a medio camino del nivel o tendencia de largo plazo.

Tabla 3-3: Comparación del valor de κ estimado con resultados de investigaciones del estado del arte.

Series Históricas	κ diario	η (días)	Periodo de la muestra
SIC (completa)	0.011	61	Enero 2000 - Septiembre 2007
SING (completa)	0.081	9	Enero 2000 - Septiembre 2007
Nord Pool	0.010	69	Enero 1993 - Diciembre 1999
Argentina	0.390	2	Enero 1995 - Noviembre 2000
España	0.400	2	Enero 1998 - Diciembre 2000
California	0.391	2	Abril 1998 - Abril 2000

El procedimiento de estimación implementado es simple y eventualmente puede ser mejorado en varios aspectos, por ejemplo, en Lucia y Schwartz (2002) la estimación del

modelo de un factor estocástico se realiza a través de métodos no-lineales de mínimos cuadrados, además, incluyen la estimación de los parámetros de las funciones que modelan la estacionalidad de los precios. En Schwartz (1997), se utiliza una metodología más sofisticada basada en filtros de *Kalman* para estimar los parámetros, finalmente en Knittel y Roberts (2005) estiman los parámetros mediante un procedimiento econométrico conocido como máxima verosimilitud condicional.

3.5.3 Resultados de la Estimación con Series Truncadas

Con el objetivo de analizar el modelo de precios con diferentes características de las series utilizadas y extender el desempeño del procedimiento de estimación se procedió a truncar las series de precios de acuerdo a dos criterios:

- (a) Por la fecha de inicio de las restricciones de gas natural argentino. (05 Mayo 2004)
- (b) Serie sin los datos del año 2007.

En la Tabla 3-4 se presenta el resultado para la primera serie truncada (a.1) que corresponde a la muestra de datos entre el 01 de Enero de 2000 y el 04 de mayo de 2004, esto es, la historia sin restricciones de gas natural argentino. El objetivo del truncamiento (a.1) es considerar la dinámica de los mercados eléctricos sin el impacto que produjo sobre los precios, las restricciones del hidrocarburo del vecino país. De la misma forma, la Tabla 3-5 presenta los resultados de la estimación con la serie truncada (a.2), que deja fuera los datos antes del inicio de las restricciones.

Se observan notables diferencias entre los valores de los parámetros estimados, la serie (a.1) obtiene una volatilidad menor que la serie completa y de la serie (a.2) en ambos sistemas eléctricos, situación evidente dado los grandes saltos de precio producidos en el periodo con restricciones. El parámetro κ es mayor en la serie (a.1), lo que indica una mayor velocidad en retornar al nivel medio en dicha serie, situación explicable debido a la mínima presencia de saltos extremos en la serie truncada. Por otra parte, el nivel medio histórico en la serie truncada (a.2) es superior casi en un factor de cinco sobre la serie (a.1),

situación igualmente evidenciada por los altos precios del periodo con limitación en las importaciones de gas natural.

Tabla 3-4: Parámetros estimados con series históricas truncadas: (a.1) Serie SIN restricciones de gas natural (01 Enero 2000 – 04 Mayo 2004).

Parámetros de Regresión	SIC (serie truncada a.1)		SING (serie truncada a.1)	
	Estimación	estadístico-t	Estimación	estadístico-t
a	2.276	9.05	9.195	23.82
b	0.865	68.58	0.432	19.02
σ_ε	5.360		4.785	
R^2	0.748		0.186	
DW	2.351		2.069	
σ	5.754		6.877	
K	0.145		0.840	
\bar{P}	16.862		16.177	

Tabla 3-5: Parámetros estimados con series históricas truncadas: (a.2) Serie CON restricciones de gas natural (05 Mayo 2004 – 30 Septiembre 2007).

Parámetros de Regresión	SIC (serie truncada a.2)		SING (serie truncada a.2)	
	Estimación	estadístico-t	Estimación	estadístico-t
a	0.945	2.19	4.206	6.03
b	0.988	220.50	0.908	74.96
σ_ε	10.496		15.556	
R^2	0.975		0.819	
DW	2.253		2.492	
σ	10.559		16.313	
K	0.012		0.097	
\bar{P}	79.488		45.674	

Finalmente, se truncaron las series eliminando el año 2007 de la muestra debido a su particular comportamiento con respecto a los demás años de las series (b). En la Figura 3-7 se grafica la evolución mensual de la muestra completa de costos marginales reales para ambos sistemas eléctricos: i) SIC y ii) SING. Se observa claramente la notable diferencia

entre el comportamiento del año 2007 (a lo menos hasta Septiembre) y los demás años de las series.

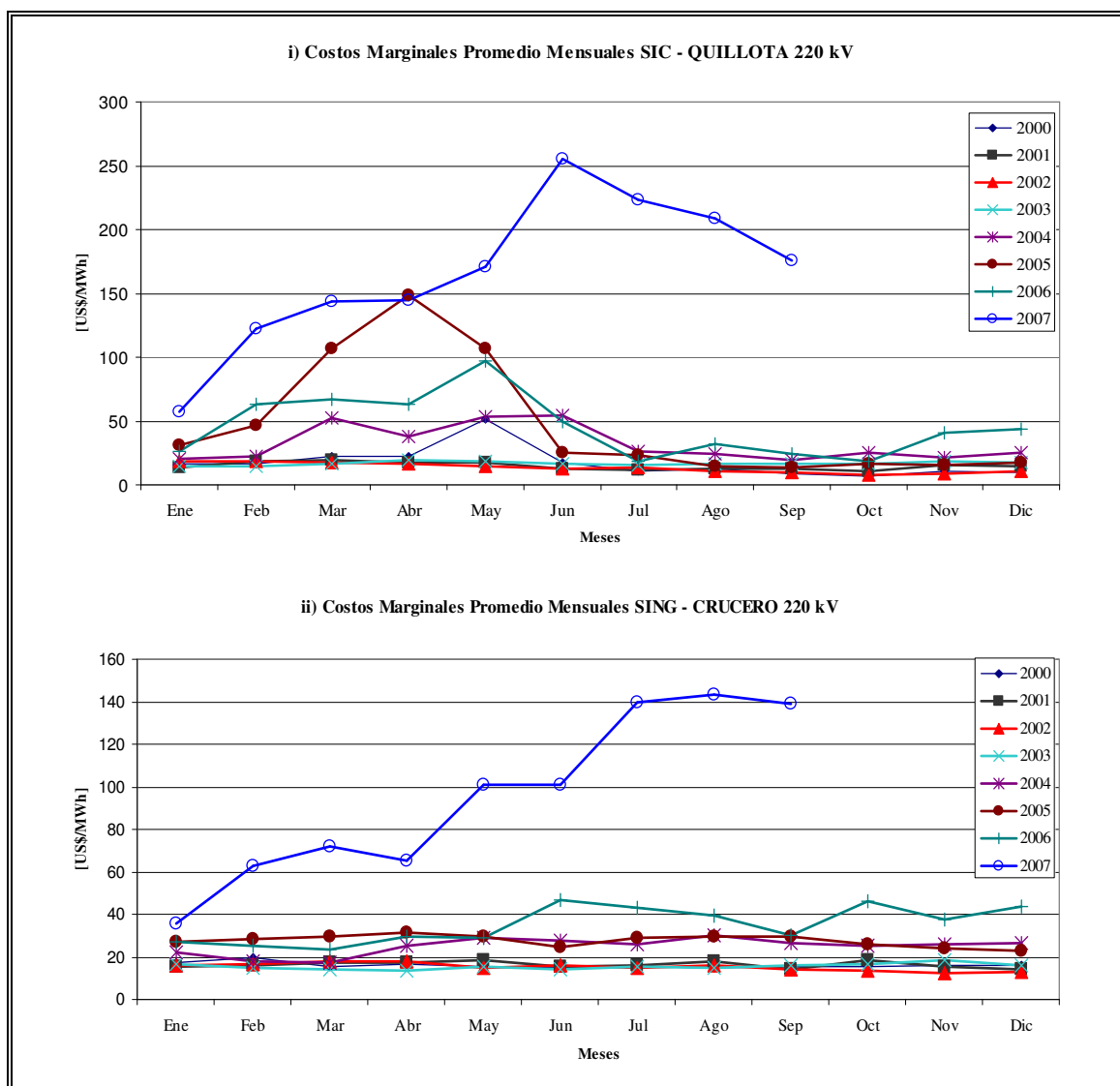


Figura 3-7: Promedio mensual de los costos marginales reales, i) SIC – Quillota 220 kV y ii) SING – Crucero 220 kV.

En particular, se observa una tendencia al alza de los costos marginales mensuales en el periodo comprendido entre Enero y Junio de los últimos 4 años (2004, 2005, 2006 y 2007)

pero una estabilización a la baja desde Julio de cada año (valores menores a 50 [US\$/MWh]), no así en el año 2007, cuyos precios mensuales se han mantenido por sobre los 100 [US\$/MWh] prácticamente durante todo el año.

La Tabla 3-6 presenta los resultados para la serie truncada (b), los resultados son intuitivos porque se eliminaron los datos con los mayores de la muestra. Menor volatilidad que la serie completa, mayor velocidad para revertir a la media y menor nivel medio histórico de largo plazo.

Tabla 3-6: Parámetros estimados con series históricas truncadas: b) Sin datos del año 2007 (01 Enero 2000 – 31 Diciembre 2006).

Parámetros de Regresión	SIC (serie truncada b)		SING (serie truncada b)	
	Estimación	estadístico-t	Estimación	estadístico-t
a	0.920	4.78	5.075	16.42
b	0.966	187.87	0.765	59.96
σ_ε	6.861		7.182	
R^2	0.933		0.585	
DW	2.313		2.313	
σ	6.981		8.164	
κ	0.035		0.268	
\bar{P}	26.783		21.563	

3.5.4 Determinación del Parámetro ALFA (α)

La estimación del parámetro α , el cual refleja la expectativa del mercado de largo plazo, se realiza utilizando el modelo de simulación de la operación de largo plazo *OSE2000* para ambos sistemas en estudio. Es importante señalar, que un ejercicio de estimación de dicho parámetro se realiza con información histórica de contratos *forward*, donde se obtienen curvas de precios de contratos de distintas fechas y con distintos periodos de madurez o vencimiento, es decir, la información del mercado refleja las expectativas reales de comportamiento de los precios futuros.

Cabe mencionar, que en mercados con mayor liquidez de instrumentos de largo plazo, o con mayor información histórica de precios de contratos *forward*, se utilizan técnicas de

estimación basadas en sistemas dinámicos de pronóstico de variables de estado, como los filtros de *Kalman* (Schwartz, 1997; Schwartz y Smith, 2000 y Manoliu y Tompaidis (2004)) para calibrar modelos generalmente de naturaleza multifactorial.

El mercado eléctrico chileno es altamente incompleto en términos financieros, de nula liquidez, donde los contratos son resultado de negociaciones bilaterales o licitaciones públicas donde difícilmente (en la práctica, imposible) se pueden cerrar posiciones o liquidar instrumentos. Así, es necesario tener en cuenta que el procedimiento de estimación a continuación, intenta ser una aproximación consistente para lograr aplicar de forma coherente las técnicas estudiadas en esta investigación.

La naturaleza de los precios obtenidos de modelos de operación del sistema eléctrico es la optimización del despacho de las centrales, por lo tanto, se puede decir que son precios optimizados, a diferencia de la información que pueda entregar un mercado de futuros⁴⁸. Sin embargo, en un mercado eléctrico con la estructura del chileno, con un despacho centralizado y sin un mercado líquido de contratos de largo plazo, los precios que resultan de los modelos de operación se pueden considerar ciertamente como las expectativas que los agentes del mercado poseen de la evolución de los precios de largo plazo, por supuesto, con distintas perspectivas y escenarios esperados, que se reflejan en los datos de entrada que puedan utilizar.

Siguiendo el desarrollo realizado en Lucia y Schwartz (2002), recordando la ecuación (3.9) del precio *forward* para un activo con un precio spot P que sigue un proceso de un factor estocástico con reversión a la media, y suponiendo que la función $f(t)$ que define la componente determinística del modelo, es la tendencia o nivel del precio histórico de largo plazo, dado por:

$$f(t) = \bar{P} \tag{3.27}$$

Se tiene que el precio *forward* del precio spot en t es:

⁴⁸ Los precios futuros entregan la información instantánea del riesgo y expectativas sobre la evolución de largo plazo de los mercados.

$$F_t(P_t, T) = \bar{P} + (P_t - \bar{P}) \cdot e^{-\kappa(T-t)} + \alpha \cdot (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \quad (3.28)$$

Es clave dejar claramente definido el concepto de precio *forward*, el cual corresponde al valor esperado del precio spot visto en un tiempo determinado, para un periodo definido. En términos prácticos, es el precio con el cual un agente del mercado eléctrico observa en el tiempo t , el precio para un contrato de largo plazo de T años⁴⁹ dado el precio spot en t .

Por lo tanto, el procedimiento propuesto considera construir los precios de contratos a diez años plazo por ejemplo, utilizando los costos marginales esperados promedio anuales resultantes de las simulaciones, a través de un procedimiento simple de media móvil.

Por lo tanto, suponiendo que un modelo de precios basado en la operación del sistema nos entrega la información más coherente posible sobre las expectativas de comportamiento de largo plazo, es posible construir curvas de precios *forward* suponiendo que el precio de un contrato de duración $T = T_2 - T_1$, es el promedio de los precios esperados determinados por la operación óptima esperada de largo plazo en cada uno de los sistemas, así el precio de dicho contrato depende de la siguiente expresión:

$$\tilde{F}_t(E^*(P_t), T_1, T_2) = \frac{1}{T_2 - T_1} \sum_{t=T_1}^{T_2} E^*(P_t) \quad (3.29)$$

Donde

T_1 : Tiempo de inicio del contrato

T_2 : Tiempo de finalización del contrato

$E^*(P_t)$: Valor esperado del precio spot medio del año t (costo marginal esperado anual), obtenido de la operación óptima de largo plazo del sistema.

Así, se logra obtener un valor de α para cada uno de los precios *forward*, despejando la ecuación (3.28):

⁴⁹ En general, los contratos de largo plazo de electricidad son sobre periodos anuales, sin embargo en mercados más sofisticados existen instrumentos con duraciones mensuales o incluso diarias.

$$\alpha_t = \frac{\tilde{F}_t - \bar{P} - (P_t - \bar{P}) \cdot e^{-\kappa(T-t)}}{(1 - e^{-\kappa(T-t)})} \quad (3.30)$$

Luego, el valor estimado α es la media aritmética de cada uno de los valores de α_t determinados.

Como se dijo anteriormente, el parámetro ALFA (α) representa las expectativas del mercado de largo plazo, por lo tanto, junto con el nivel o tendencia media histórica de los precios spot del mercado estimada de las series históricas \bar{P} , componen el precio de largo plazo del mercado, entonces:

$$P_{LP} = \bar{P} + \alpha \quad (3.31)$$

Esta definición es relevante para analizar el valor de los proyectos de inversión en generación eléctrica que serán evaluados con el esquema de opciones reales. Esto se debe a la dependencia del precio de un contrato de suministro de largo plazo sobre los ingresos de una central generadora que basa su comercialización en la contratación de la generación de la planta.

3.5.5 Escenarios de Comportamiento de Largo Plazo

La información de largo plazo de los mercados eléctricos estudiados se obtuvo a través de simulaciones con un modelo de operación de largo plazo, de acuerdo a diferentes escenarios de evolución del mercado. En particular se analizarán 2 escenarios de comportamiento: 1) Escenario Comisión Nacional de Energía (CNE) y 2) Escenario Mejor Expectativa del Mercado (MEM).

El escenario CNE utiliza la base de datos que la autoridad regulatoria entrega en la fijación tarifaria semestral para cada uno de los sistemas eléctricos analizados, en esta investigación se utiliza la última fijación tarifaria disponible a la fecha, la de Octubre de 2007. El segundo escenario utilizado, llamado Mejor Expectativa del Mercado (MEM), se ha construido con el apoyo de la experiencia de consultores del mercado energético chileno para los dos sistemas eléctricos estudiados (SIC y SING).

No es objetivo de la presente investigación estudiar las propiedades del modelo de operación utilizado para generar el valor de los precios que caracterizan el mercado de largo plazo, tampoco analizar las diferencias entre ambos escenarios que sin duda existen, en el ANEXO A se incluyen los costos marginales esperados anuales resultantes de las simulaciones con el modelo OSE2000 utilizados para construir las series de precios de contratos. Los resultados para estimar el parámetro α se muestran en la Tabla 3-7 para el escenario CNE y en Tabla 3-8 para el escenario MEM.

Tabla 3-7: Precios *forward* de 10 años y parámetro α estimado para el escenario CNE para el SIC y SING (valores en US\$/MWh).

CNE	SIC		SING	
Año	\bar{F}_t	α_t	\bar{F}_t	α_t
2007	89.62	44.78	91.61	62.33
2008	81.50	36.66	92.18	62.90
2009	71.45	26.61	82.35	53.07
2010	62.08	17.24	71.46	42.18
2011	57.52	12.68	62.44	33.17
2012	55.61	10.77	52.96	23.68
2013	55.03	10.19	49.53	20.25
2014	55.51	10.67	49.71	20.43
2015	55.56	10.72	49.81	20.53
2016	55.17	10.30	50.00	20.72
T = 10 Años	$\bar{\alpha}$	19.06	$\bar{\alpha}$	35.93

Tabla 3-8: Precios *forward* de 10 años y parámetro α estimado para el escenario MEM para el SIC y SING (valores en US\$/MWh).

MEM	SIC		SING	
Año	\tilde{F}_t	α_t	\tilde{F}_t	α_t
2007	78.49	33.65	84.90	55.62
2008	74.24	29.40	87.18	57.90
2009	69.06	24.22	85.02	55.74
2010	64.28	19.44	82.93	53.65
2011	62.41	17.57	83.73	54.45
2012	60.73	15.89	84.43	55.15
2013	60.49	15.65	84.98	55.70
2014	60.46	15.62	85.21	55.93
2015	60.21	15.37	85.05	55.77
2016	60.26	15.39	84.73	55.45
T = 10 Años	$\hat{\alpha}$	20.22	$\hat{\alpha}$	55.54

El escenario CNE no se puede considerar como transparente sobre las expectativas del mercado, porque está construido sobre la base de proyecciones definidas por una minimización del costo total del sistema. De esta forma, supone un plan de expansión indicativo (o recomendado) de obras en transmisión y generación que no necesariamente supone la expectativa real de los agentes que participan en el mercado eléctrico.

El escenario MEM se puede considerar más transparente sobre las expectativas de largo plazo del mercado eléctrico⁵⁰ ya que está construido de forma “objetiva”, desde un punto de vista que no introduce la distorsión que pueden generar las expectativas puntuales asociadas a las asimetrías de información propias de un mercado incompleto. Sin contradecir el fundamento anterior, la definición del escenario MEM es “subjetiva” en el sentido de ser una mirada particular de la evolución de los precios de los sistemas estudiados, sin embargo, logra ser transparente al recoger la información del mercado eléctrico y emular un “equilibrio de mercado”.

⁵⁰ Expectativas del mercado a la fecha de ejecución de las simulaciones. El mercado eléctrico chileno se encuentra en un periodo de incertidumbre que genera gran dinamismo sobre las expectativas, por lo tanto, muy probablemente puedan cambiar dichas expectativas.

3.6 Conclusiones del Capítulo

El análisis empírico de las series demostró que los precios spot de ambos mercados eléctricos mantienen las propiedades típicas de precios eléctricos en términos de su dinámica: alta volatilidad, reversión a la media, saltos y situaciones de estacionalidad, y en términos de sus propiedades estadísticas: no estacionariedad, distribución empírica lejos de la normal, asimetría positiva y leptocurtosis.

La estimación de un modelo de precios de un factor estocástico con reversión a la media, con las series históricas de precios spot diarios, demostró que los precios del SING poseen una mayor volatilidad de precios y reversión a la media en comparación con los precios del SIC, lo que se entiende por la naturaleza de dependencia hidrotérmica del SIC, donde es posible “amortiguar” eventos contingentes con la regulación y despacho de centrales hidráulicas.

A pesar de la simpleza del modelo de precios estimado se logró obtener parámetros coherentes para ser utilizados como datos de entrada para la implementación del algoritmo de opciones reales.

Se logró integrar un esquema financiero de análisis (modelo de precios de un factor estocástico) con un esquema basado en la operación del sistema eléctrico, mediante la estimación de un parámetro definido por las expectativas de largo plazo del mercado eléctrico.

Finalmente, el análisis de las series y la estimación de parámetros demostraron el impacto que tienen las restricciones de gas natural argentino en el comportamiento dinámico de los precios eléctricos en los sistemas estudiados.

4 OPCIONES REALES Y EVALUACIÓN DE INVERSIONES EN GENERACIÓN ELÉCTRICA

El presente capítulo desarrolla la teoría de opciones reales desde un punto de vista descriptivo y analítico, enfocándose en su aplicabilidad en la evaluación de inversiones en generación eléctrica.

En primer lugar, se revisan los conceptos básicos y los principales supuestos sobre los cuales se desarrolla la teoría, se describen los modelos y aplicaciones tradicionales, además se presentan las metodologías de valorización y los algoritmos de solución.

Luego, se analiza la valorización de activos en generación eléctrica y los supuestos básicos de aplicabilidad del análisis de opciones reales, a través de la caracterización de la estructura dinámica de la decisión de inversión en generación eléctrica, identificando las opciones y el nivel de flexibilidad en la evaluación. Asimismo, se analiza el estado del arte existente en la literatura sobre valorización de activos en generación eléctrica a través de la teoría de opciones reales.

Además, se entrega el detalle de la implementación del procedimiento numérico de árboles trinomiales incluyendo el desarrollo del algoritmo paso a paso y un ejemplo simple de aplicación.

4.1 Conceptos Básicos sobre Opciones Reales

El enfoque de evaluación con opciones reales se basa en un análisis dinámico de inversiones, un proyecto de inversión se mira como una opción, porque un inversionista tiene la oportunidad pero no la obligación de tomar una decisión sobre un proyecto en un momento dado. En esencia, se trata de valorizar las flexibilidades que poseen los proyectos de inversión dado que agregan valor en la evaluación.

Por otra parte, la fuerte dependencia de variables inciertas críticas en la evaluación de proyectos de inversión, la irreversibilidad de las inversiones y las fluctuaciones de los mercados suponen la utilización de metodologías que consideren de mejor forma dichas

características. Situación que no cumplen los métodos determinísticos basados en métodos de flujos de caja descontados.

4.1.1 Opciones Financieras

El desarrollo de la teoría de opciones reales está estrechamente ligado con la teoría de opciones financieras. En efecto, la base conceptual, los métodos de valorización y algoritmos de solución de las opciones reales se basan muchas veces en los avances de las investigaciones sobre valorización de activos derivados financieros.

Las opciones financieras son decisiones contingentes a la realización de un evento bajo condiciones inciertas, las cuales entregan la posibilidad de tomar una decisión en el momento que se ha despejado dicha incertidumbre, permitiendo a sus poseedores aprovechar los escenarios favorables y al mismo tiempo resguardarse de eventos negativos. Esta capacidad se representa mediante flujos de caja no lineales convexos, la Figura 4-1 ilustra la forma de dichos flujos para el caso de una posición larga⁵¹ sobre una opción de compra (*call*) y una opción de venta (*put*).

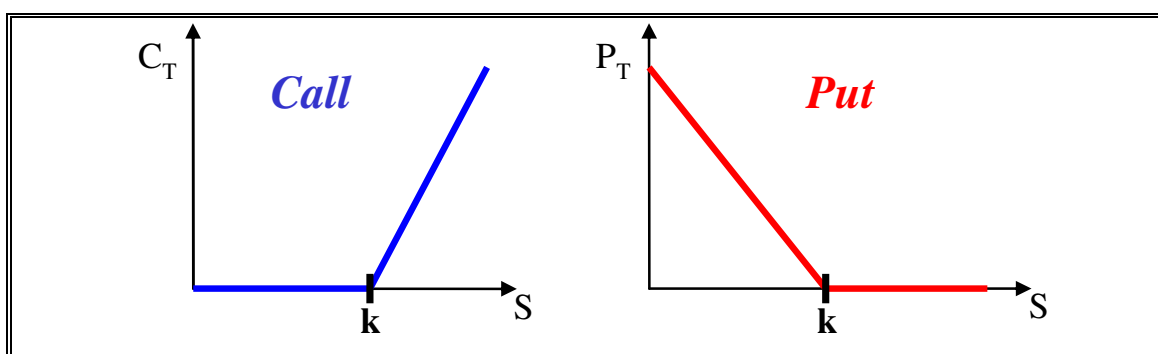


Figura 4-1: Caracterización de Flujos de Pago para Opciones Financieras.

Tener una posición larga sobre una *call*, entrega el derecho a comprar el activo subyacente S pagando el precio de ejercicio k , el flujo de caja de la opción al vencimiento es:

⁵¹ En finanzas una posición larga supone la compra de un activo, de la misma forma, una posición corta supone la venta de un activo.

$$C_t = \text{Max}[S_t - k, 0] \quad (4.1)$$

Por lo tanto, las ganancias no están limitadas (dependen del valor de S), pero las pérdidas son cero. Asimismo, una posición larga sobre una *put*, entrega el derecho a vender el activo subyacente S , recibiendo el precio de ejercicio k (tal cual un seguro por un bien inmueble), el flujo de la opción es:

$$P_t = \text{Max}[k - S_t, 0] \quad (4.2)$$

De la misma forma, las ganancias de la *put* dependen de cuán bajo el precio de S esté a la fecha de expiración de la opción y la pérdida en cualquier caso es cero.

La similitud entre los flujos de caja de los proyectos de inversión y los flujos de las opciones financieras se puede ilustrar a través de un ejemplo. Supóngase que un inversionista tiene la oportunidad de invertir en un proyecto en recursos naturales, posee el permiso de explotación de una mina de cobre o de explorar un pozo de petróleo. En este caso los activos reales son la mina y el pozo, cuyos subyacentes son el cobre y el petróleo respectivamente. Los permisos tienen fechas de vencimiento, por lo tanto, el inversionista tiene el derecho pero no la obligación de recibir los flujos de caja V en el tiempo T , pagando un precio de ejercicio I correspondiente al costo de inversión. Así, tener la oportunidad de inversión es análogo a suponer una posición larga sobre una *call*, lo cual está dado por la siguiente ecuación:

$$F_t = \text{Max}[V_t - I, 0] \quad (4.3)$$

Donde F_t corresponde al valor de la oportunidad de inversión, el cual se maximiza de acuerdo a la evolución del valor de V_t antes del vencimiento.

Al igual que las opciones financieras, las opciones reales pueden clasificarse como europeas o americanas. Las opciones europeas sólo pueden ejercerse en una determinada fecha de vencimiento, es decir, el poseedor de este tipo de activos sólo puede tomar la decisión una vez completado el tiempo hasta el vencimiento de la opción. En cambio, los activos de carácter americano entregan el derecho de ser ejercidos en cualquier momento durante el periodo antes de la fecha de expiración, en otras palabras, en cada oportunidad

de ejercicio, el poseedor de la opción compara el beneficio de ejercer inmediatamente con el pago esperado de continuar.

4.1.2 Valor de la Flexibilidad de una Inversión

Las flexibilidades inherentes en las diferentes etapas de los proyectos de inversión dan origen a las opciones reales disponibles en la evaluación de inversiones, dentro de las cuales se tiene: la opción de esperar el momento óptimo de inversión (*timing*), la opción de invertir secuencialmente, las opciones de aumentar o reducir la capacidad de producción, la opción de parar o reanudar las operaciones, las opciones de intercambio de insumos productivos, la opción de abandonar un proyecto, etc.

El valor de la flexibilidad de esperar el momento óptimo de inversión se relaciona directamente con la idea de opción americana, por ejemplo, en la Figura 4-2 se ilustra el valor de la opción de esperar el momento de tomar la decisión de invertir comparado con el valor de invertir inmediatamente según el VAN del proyecto. Así, el valor de la oportunidad de la inversión será:

$$\text{Valor oportunidad} = \text{VAN}_{\text{estático}} + \text{Valor Flexibilidad} \quad (4.4)$$

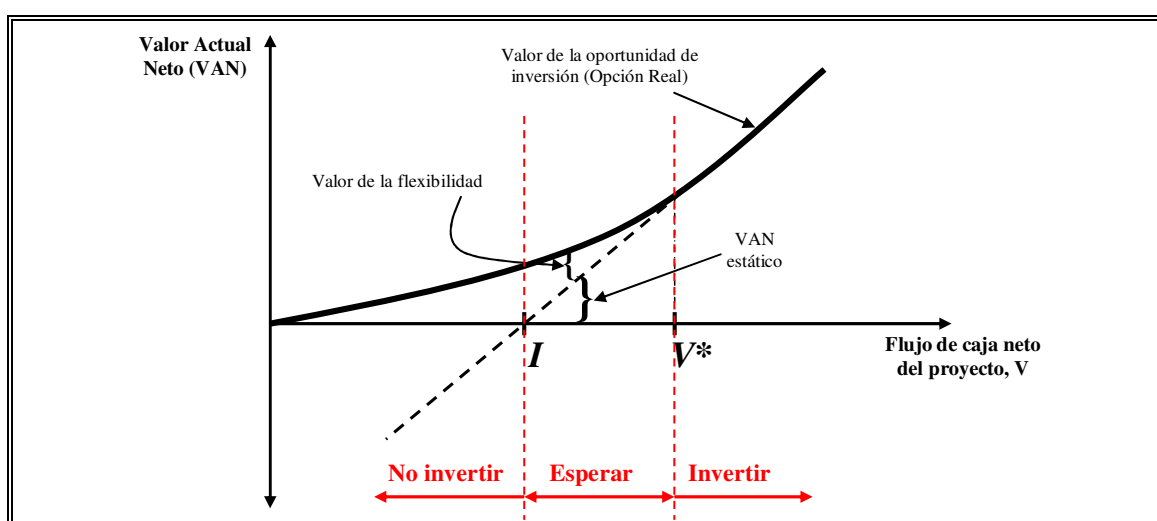


Figura 4-2: Representación del valor de oportunidad de un proyecto de inversión.

Según el criterio tradicional del VAN, es óptimo invertir en una inversión toda vez que el VAN sea positivo, es decir, cuando el flujo de caja neto V excede el costo de inversión I . Sin embargo, el valor presente de los flujos de caja de un proyecto es considerado incierto porque depende de variables de estado que evolucionan bajo incertidumbre, por ejemplo, el precio de la electricidad. Así el inversionista tiene la posibilidad de esperar el momento óptimo para invertir, el cual se representa por un umbral o valor crítico V^* donde la inversión se hace óptima. Según el enfoque de opciones reales, en V^* el valor de invertir (ejercer la opción inmediatamente) es más beneficioso que el valor esperado de continuar sin invertir (sin ejercer la opción).

4.1.3 Revisión de Aplicaciones Clásicas

La evaluación de inversiones en recursos naturales fue una de las primeras aplicaciones de la metodología de opciones reales, en efecto, uno de los trabajos pioneros en el tema es el artículo Brennan y Schwartz (1985) el cual considera las opciones de apertura, cierre y abandono de las operaciones de una mina de cobre cuyo activo subyacente es el precio del cobre modelado a través de un movimiento Browniano geométrico. La valorización es por arbitraje y considera un portafolio formado por el valor de una mina de cobre y contratos futuros de cobre. El trabajo estudia una mina de cobre con reservas infinitas lo que permite encontrar una solución analítica. Luego, se evalúa el yacimiento con reservas conocidas lo que no permite una solución analítica, por lo tanto, se utilizan métodos numéricos de diferencias finitas para su resolución. El artículo analiza además contratos de suministro de largo plazo a precio fijo para el cobre, dejando variable la tasa de compra⁵² para el comprador del *commodity*.

El artículo McDonald y Siegel (1985) desarrolla una metodología que evalúa proyectos de inversión riesgosos con la opción de cerrar la producción temporalmente, toda vez que los costos variables superen los ingresos. El modelo supone un proceso estocástico para el precio de venta de la producción según un movimiento Browniano geométrico.

⁵² Se asume que el contrato permite al comprador variar la tasa entre un límite inferior y uno superior.

Otro de los trabajos clásicos de opciones reales es el artículo McDonald y Siegel (1986), el cual estudia el momento óptimo de invertir en un proyecto irreversible bajo incertidumbre. Se propone una formulación explícita del valor de la opción de esperar para invertir y de la política o regla óptima de inversión, cuando el costo de inversión en un momento cualquiera (antes del vencimiento) y el valor actualizado neto de los flujos de caja (VAN) siguen un movimiento Browniano geométrico. El trabajo incluye la posibilidad de que el proceso que define el VAN del proyecto pueda tener un salto discreto a cero de acuerdo a un proceso de Poisson, lo que permite modelar la pérdida de la oportunidad de inversión cuando ocurre dicho evento Poisson⁵³.

En Majd y Pindyck (1987) se estudia la opción de construcción secuencial de un proyecto de inversión irreversible con un largo tiempo de construcción⁵⁴, considerando que las decisiones de continuar las etapas dependen de ciertas tasas de gastos y tiempo⁵⁵. El proyecto se puede definir como una opción compuesta, donde en cada etapa existe la opción de “comprar” la siguiente. Así se construye una metodología que determina una regla de inversión secuencial que depende del valor subyacente del proyecto completo, asumiendo que evoluciona de acuerdo a un movimiento Browniano geométrico.

Los proyectos de exploración y desarrollo en pozos de hidrocarburos corresponden al campo de evaluación de inversiones en recursos naturales. El artículo Cortazar y Schwartz (1998) valoriza un pozo petrolero y determina el momento óptimo de inversión, asumiendo un proceso estocástico de dos factores para el precio del petróleo⁵⁶, lo que permite

⁵³ Esto puede ocurrir en mercados altamente competitivos, donde los proyectos pierden valor si la competencia invierte antes, o si existe un avance tecnológico tal que la inversión ya no sea competitiva. Por ejemplo, proyectos de investigación tecnológica o desarrollo de fármacos.

⁵⁴ Proyectos de grandes dimensiones como complejos industriales, petroquímicos, centrales nucleares o megahidráulicas.

⁵⁵ Por ejemplo, un proyecto con un costo total de US\$ 5 millones puede tardar 5 años de construcción, con una tasa de gasto máxima de US\$ 1 millón anual.

⁵⁶ Modelo de precios propuesto en Gibson y Schwartz (1990) y Schwartz (1997) donde el primer factor estocástico es el precio del commodity y el segundo el retorno por conveniencia.

encontrar una solución cerrada para los precios futuros. Los autores utilizan el concepto de equivalente cierto, definiendo el precio spot en el futuro como el precio de los futuros de petróleo, de modo de poder descontar los flujos de caja con la tasa libre de riesgo.

4.2 Métodos de Valorización y Algoritmos de Solución

Las metodologías de valorización y los algoritmos de solución de opciones reales se basan en los desarrollos respectivos de evaluación de derivados financieros. Sin embargo, los proyectos de inversión en activos reales presentan una estructura de opciones mucho más compleja que los activos financieros, en efecto, la directa aplicación de la teoría para evaluar opciones reales se realiza bajo la definición de diversos supuestos que manejan la complejidad en ecuaciones y algoritmos.

4.2.1 Argumento de No Arbitraje y Valorización Neutral al Riesgo

Los conceptos de arbitraje y neutralidad al riesgo son claves en la teoría de valorización de activos derivados financieros y reales. El concepto de valorización por arbitraje o argumento de no arbitraje indica que, en mercados completos⁵⁷, siempre que sea posible construir un portafolio libre de riesgo a través de instrumentos perfectamente correlacionados su retorno debe ser la tasa libre de riesgo, de otra forma, existirían oportunidades de arbitraje para inversionistas que transen dicha cartera obligando al ajuste de los precios.

El argumento de no arbitraje se aplica en el análisis de activos contingentes⁵⁸ (*Contingent Claims Analysis*), el cual consiste en crear un portafolio artificial de activos que se transen en mercados financieros que replique exactamente el flujo de caja incierto del proyecto de inversión. La idea detrás es el concepto de equivalentes ciertos, el cual precisa que si el ajuste por riesgo se realiza en el subyacente, no es necesario calcular un premio por riesgo,

⁵⁷ Mercado donde existe una actividad significativa de transacciones de activos derivados de alta liquidez, es decir, donde sea fácilmente entrar y cerrar posiciones para cualquier tipo de contrato derivado.

⁵⁸ Para una detallada descripción de los conceptos de argumentos de no arbitraje, valorización neutral al riesgo y análisis de activos contingentes ver Dixit y Pindyck (1994) y Hull (2003).

con lo cual la tasa de descuento es la tasa libre de riesgo. Por ejemplo, en el caso de flujos de caja asociados a precios de *commodities* que poseen un mercado financiero activo, los equivalentes ciertos pueden ser los precios de los contratos futuros sobre dichos activos.

De acuerdo al concepto detrás de la valorización neutral al riesgo, se puede asumir que el mundo es neutral al riesgo, es decir, los inversionistas son indiferentes al riesgo, por lo tanto, no exigen un premio por riesgo, con lo cual es posible construir portafolios libres de riesgo. Bajo esta suposición, se utilizan procesos estocásticos neutrales al riesgo para describir la dinámica de las variables de estado subyacentes y descontar los flujos de caja con una tasa libre de riesgo.

El uso del análisis de activos contingentes para valorizar opciones reales supone la existencia de mercados financieros activos y de gran liquidez de forma que los precios futuros reflejen la información necesaria para modelar la incertidumbre. Sin embargo, existen situaciones donde las variables subyacentes tienen características que no se encuentran en mercados financieros o cuyos mercados son incompletos. Para estos casos, es posible utilizar una metodología alternativa desarrollada en Cox, Ingersoll y Ross (1985), la cual consiste en estimar el llamado precio de mercado del riesgo que ajuste la tasa de crecimiento instantánea esperada (*drift*) de los procesos.

4.2.2 Deducción de la Ecuación Diferencial del Valor de una Opción

Para entender de mejor forma como se aplican los conceptos de argumentos de no arbitraje y de valorización neutral al riesgo, se procede a deducir la ecuación diferencial parcial que define el valor de una opción escrita sobre un activo subyacente S que no paga dividendos.

Sea S una variable aleatoria que caracteriza el precio de un activo cuyo proceso dinámico sigue un movimiento Browniano geométrico de la forma:

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot d\tilde{w} \quad (4.5)$$

Sea $F(S, T)$ el valor de una opción sobre S que expira en T , aplicando el Lema de Ito desarrollado en el ANEXO B, se tiene la siguiente ecuación diferencial parcial para F :

$$dF = F_S \cdot dS + F_T \cdot dT + \frac{1}{2} F_{SS} (dS)^2 \quad (4.6)$$

Se debe hacer notar que el diferencial del tiempo de expiración dT se mueve en dirección contraria al diferencial que define la evolución temporal del activo subyacente dt , por lo tanto:

$$dT = -dt \quad (4.7)$$

Además, recordando la deducción del Lema de Ito en el capítulo anterior se tiene que:

$$(dS)^2 = S^2 \sigma^2 dt \quad (4.8)$$

Así, reemplazando las ecuaciones 3.5, 3.7 y 3.8 en 3.6 resulta:

$$dF = F_S (S \mu dt + S \sigma d\tilde{w}) - F_T dt + \frac{1}{2} F_{SS} (S^2 \sigma^2 dt) \quad (4.9)$$

Reagrupando los términos determinísticos y estocásticos, y dividiendo por F se obtiene:

$$\frac{dF}{F} = \underbrace{\left(\frac{F_S S \mu - F_T + \frac{1}{2} F_{SS} S^2 \sigma^2}{F} \right)}_{\mu_F} dt + \underbrace{\frac{F_S S \sigma}{F}}_{\sigma_F} d\tilde{w} \quad (4.10)$$

Se debe hacer notar que el retorno de la opción F está perfectamente correlacionado con el retorno del subyacente S . Así, se construye un portafolio libre de riesgo con x_1 unidades invertidas en S y x_2 invertido en F . Suponiendo un retorno dy para el portafolio se tiene la siguiente ecuación:

$$dy = x_1 \frac{dS}{S} + x_2 \frac{dF}{F} \quad (4.11)$$

Se impone la condición de que el portafolio no tenga riesgo, por lo tanto, las componentes estocásticas de los procesos del portafolio deben ser iguales a cero:

$$x_1 \sigma d\tilde{w} + x_2 \sigma_F d\tilde{w} = 0 \quad (4.12)$$

Entonces resulta la relación,

$$\frac{x_1}{x_2} = -\frac{\sigma_F}{\sigma} \quad (4.13)$$

Luego se debe imponer la condición de no arbitraje para el portafolio, con lo cual, el retorno del portafolio debe ser la tasa libre de riesgo:

$$(x_1 \mu + x_2 \mu_F) dt = (x_1 + x_2) r dt \quad (4.14)$$

Así podemos definir la ecuación,

$$x_1(\mu - r) + x_2(\mu_F - r) = 0, \text{ reordenando queda: } \frac{x_1}{x_2} = -\left(\frac{\mu_F - r}{\mu - r}\right) \quad (4.15)$$

Igualando las ecuaciones (4.14) y (4.15) resulta:

$$\frac{(\mu - r)}{\sigma} = \frac{(\mu_F - r)}{\sigma_F} \quad (4.16)$$

El resultado anterior se conoce como el precio de mercado del riesgo λ y representa el precio de la volatilidad del subyacente. Para una noción más intuitiva de dicho parámetro (Hull, 2003), se puede reordenar la expresión 3.16 como:

$$\mu - r = \lambda \sigma \quad (4.17)$$

El parámetro σ se puede entender como la cantidad de riesgo presente en el activo S (volatilidad), en el lado derecho de la ecuación anterior multiplica al precio del riesgo de mercado λ . El lado izquierdo representa el retorno esperado en exceso por sobre la tasa libre de riesgo necesario para compensar el riesgo, por lo tanto, la ecuación (4.17) análoga al CAPM⁵⁹ que relaciona el retorno esperado de un activo con su riesgo sistemático.

⁵⁹ El CAPM entrega una expresión que relaciona el retorno esperado de un activo r_x , con su riesgo sistemático β como $r_x = r_f + \beta(r_m - r_f)$, donde r_f es la tasa libre de riesgo, r_m es el retorno sobre todo el mercado y $\beta = \rho_{x,m} \frac{\sigma_x}{\sigma_m}$ es una medida del riesgo sistemático (no-diversificable) del activo.

Reemplazando μ_F y σ_F de la ecuación (4.10) en la relación (4.16) se obtiene la ecuación diferencial de *Black & Scholes* para valorizar una opción europea sobre un activo cuyo precio sigue un movimiento Browniano geométrico:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + rS F_S - F_T - rF = 0 \quad (4.18)$$

Se deben fijar las condiciones de borde para resolver la ecuación, si F representa una opción de compra (*call*), entonces:

$$F(S,0) = \text{Max}\{S - k, 0\} \quad (4.19)$$

Además, el movimiento Browniano geométrico se absorbe cuando llega a cero, por lo tanto, si $S = 0$ el derivado no puede tener valor, fijándose la siguiente condición de borde:

$$F(0,T) = 0 \quad (4.20)$$

Es importante destacar que la ecuación diferencial sólo depende de parámetros constantes σ y r , además toda la incertidumbre se genera por la dinámica de S y la tasa instantánea de retorno asociada al subyacente μ no aparece en la ecuación.

4.2.3 Características Comunes en la Valorización de Activos Americanos

Las metodologías de valorización dependen del tipo de opción que se está evaluando, en general, las opciones europeas resultan más simples que las americanas. En efecto, para las opciones de carácter americano o bermudiano⁶⁰ es necesario estimar una política óptima de ejercicio, la que se obtiene de forma recursiva desde el momento final al inicial. Encontrar esta estrategia óptima corresponde a un problema de programación dinámica, con lo cual todos los algoritmos de valorización de opciones americanas comparten la característica de trabajar hacia atrás en el tiempo para descifrarla.

Los algoritmos desarrollados para evaluar activos americanos poseen características comunes que se asocian a través de elementos claves (Urzúa, 2004), los cuales se

⁶⁰ Se conocen como opciones de tipo bermudiano aquellas que sólo pueden ejercerse en ciertos instantes de tiempo antes del vencimiento.

identifican como: el *valor de estado*, el *valor de transición* y el *valor de nodo* de una opción americana. El primer elemento es el valor de ejercer inmediatamente la opción (invertir inmediatamente) en una oportunidad de ejercicio; el segundo elemento es el valor de transición el cual corresponde al valor esperado de continuar sin ejercer la opción (valor de esperar); y el tercer elemento es el valor de nodo que corresponde al valor asignado a través del algoritmo a la opción en cada nodo según decisiones de ejercicio óptimo. En general, el valor de nodo surge de tomar el máximo entre el valor de estado y el valor de transición, es decir, la decisión de ejercer inmediatamente o esperar.

Siguiendo el análisis realizado en Urzúa (2004), los algoritmos de valorización de opciones americanas comparten las siguientes características comunes⁶¹:

1. Se define el dominio de solución cuya dimensión depende de las variables de estado del problema respectivo, en dicho dominio se calculan a priori los valores de estado de la opción.
2. Se requiere definir el valor de transición para determinar las decisiones óptimas en cada oportunidad de ejercicio.

Se utiliza programación dinámica para determinar de forma recursiva las decisiones que maximizan el valor de la opción⁶², desde la condición de borde hasta el valor inicial. Los valores determinados en todo el dominio de solución corresponden a los valores de nodo.

4.2.4 Soluciones Analíticas Cerradas

La más conocida solución analítica cerrada de valorización de opciones es la fórmula de *Black & Scholes* con sus modificaciones y extensiones posteriores. Es el resultado del

⁶¹ Los algoritmos analizados en Urzúa (2004) son los árboles binomiales y las diferencias finitas ambos basados en métodos numéricos; el algoritmo basado en simulación de montecarlo propuesto en Barraquand y Martineau (1995) y el algoritmo *LSM (Least Square Montecarlo)* desarrollado en Longstaff y Schwartz (2001).

⁶² El concepto de óptimo se relaciona con el Principio de Optimalidad de Bellman propio de la programación dinámica.

trabajo pionero en el área de valorización de opciones, el artículo Black y Scholes (1973). La deducción de la fórmula de *Black & Scholes* postula que el retorno de las opciones se encuentra perfectamente correlacionado con el retorno de sus activos subyacentes. Las ecuaciones 3.21 y 3.22 presentan la formulación que valoriza una opción de compra europea sobre una acción cuyo precio sigue un movimiento Browniano geométrico:

$$C(S, T) = S \cdot N(h) - k \cdot e^{-rT} \cdot N(h - \sigma\sqrt{T}) \quad (4.24)$$

$$h = \frac{\ln\left(\frac{S}{k}\right) + r \cdot T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2} \sigma\sqrt{T} \quad (4.25)$$

Donde $C(S, T)$ es el valor de la opción europea de compra, S el precio del activo subyacente sobre el cual está escrita la opción con k el precio de ejercicio, r corresponde a la tasa libre de riesgo y T el tiempo de madurez o vencimiento de la opción. Como se planteó en el Capítulo 3, el movimiento Browniano geométrico se basa en la distribución normal de los retornos logarítmicos ejercido por el proceso de Wiener, por lo tanto, en la formulación de *Black & Scholes* se tiene que $N(h)$ es la distribución normal acumulativa.

En el caso de opciones de carácter americano las soluciones analíticas cerradas no existen, sólo existe en el caso de una opción de venta de duración infinita. En el artículo Brennan y Schwartz (1985) se propone una solución analítica para una opción real sobre una mina de cobre cuyo precio sigue un movimiento Browniano geométrico, considerando reservas físicas infinitas, en otras palabras, una opción real americana perpetua.

4.2.5 Soluciones vía Métodos Numéricos

Compensando la escasez de fórmulas cerradas para valorizar opciones, se han desarrollado metodologías basadas en métodos numéricos, las cuales consisten en la discretización del espacio de estados de las variables estocásticas o de las ecuaciones diferenciales respectivas. Los métodos numéricos más tradicionales corresponden a soluciones vía estructuras de árboles (binomiales, trinomiales o multinomiales) y las diferencias finitas.

i) Estructuras de árboles

Una de los más conocidos métodos numéricos para la valorización de activos derivados y reales son los árboles binomiales, propuestos en el artículo Cox, Ross y Rubinstein (1979), entrega un enfoque simple e intuitivo para evaluar opciones europeas y americanas⁶³. El enfoque binomial supone la representación de la incertidumbre en cada estado del espacio a través de dos estados futuros posibles, cuya definición debe ser lo más cercana posible al comportamiento del subyacente. El modelo asume que en cada estado el valor del subyacente se puede incrementar en un factor u con probabilidad p y decrecer en d con probabilidad $(1-p)$ y así sucesivamente dentro de todo el dominio de solución.

La precisión de las soluciones depende de la cantidad de oportunidades de ejercicio (periodos de tiempo) y de la complejidad de la estructura de ramificación, en la Figura 4-3 se ilustra la estructura del dominio de solución para un árbol binomial con cinco oportunidades de ejercicio.

Junto con establecer el proceso estocástico que representa la evolución del subyacente y el dominio de solución, se deben definir las probabilidades y valores que caracterizan las transiciones de estados en cada nodo del árbol.

⁶³ La revisión que sigue apunta a la solución de opciones americanas, dada la mayor complejidad en la valorización de dicho tipo de activos.

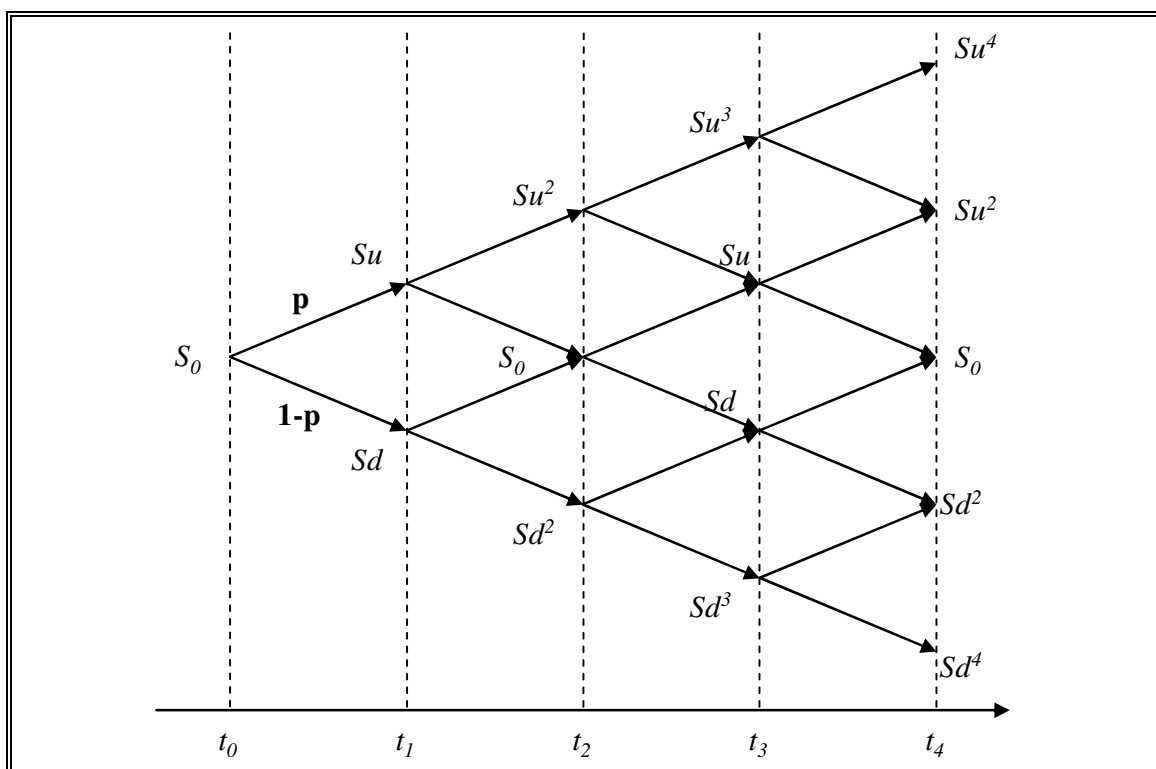


Figura 4-3: Estructura del dominio de solución para un árbol binomial con cinco oportunidades de ejercicio.

La definición de las probabilidades se realiza evaluando por arbitraje y ajustando por riesgo⁶⁴, con lo cual las probabilidades ajustadas por riesgo dependen sólo de la tasa libre de riesgo r y de los factores de volatilidad históricas u y d , teniendo que:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (4.26)$$

Donde, los factores de volatilidad dependen de la desviación estándar del activo subyacente según las siguientes ecuaciones:

⁶⁴ El ajuste por riesgo permite que el valor de la opción no dependa de las probabilidades “reales” de que el precio suba o baje y tampoco del retorno esperado del activo subyacente. En este sentido, las probabilidades ajustadas por riesgo no tienen un significado tangible y no se relacionan con alguna probabilidad de ocurrencia de un evento real.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (4.27)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (4.28)$$

$$d = \frac{1}{u} \quad (4.29)$$

En virtud del análisis de metodologías de solución de opciones americanas realizado en Urzúa (2004), se define el valor de estado para cada nodo determinado a partir del dominio de solución, el cual representa el valor intrínseco⁶⁵ de la opción según la siguiente ecuación:

$$V_{i,j}^{estado} = \text{Max}(S_0 u^j d^{i-j} - k, 0) \quad (4.21)$$

El índice i recorre las oportunidades de ejercicio en el eje del tiempo, j recorre los nodos para cada oportunidad de ejercicio. El valor de transición en cada nodo (o valor de continuar), se determina como el valor esperado ajustado por riesgo de los valores de nodo de la opción:

$$V_{i,j}^{transición} = [p \cdot V_{N,j+1} + (1-p) \cdot V_{N,j}] \cdot e^{-r\Delta t} \quad (4.22)$$

Luego el valor de la opción se resuelve iterativamente hacia atrás partiendo del momento para el cual se conoce el valor de la opción, es decir, desde la última oportunidad de ejercicio hasta la inicial, comparando en cada nodo según la siguiente expresión:

$$V_{i,j} = \text{Max}\{V_{i,j}^{estado}, V_{i,j}^{transición}\} \quad (4.23)$$

Así, se genera un problema de programación dinámica el cual resuelve para cada nodo según el valor de transición de los nodos posteriores.

El artículo Trigeorgis (1991) propone una transformación logarítmica del método binomial para valorizar opciones reales, permitiendo la evaluación de múltiples opciones con interacción entre ellas, mejorando la efectividad y consistencia del algoritmo.

⁶⁵ Corresponde al pago que se percibe por ejercer la opción.

Se han desarrollado algoritmos basados en árboles con más de dos posibilidades de movimiento, los trinomiales y multinomiales, e incluso estructuras con dos factores estocásticos que generan ramificaciones más complejas y sofisticadas soluciones. El desarrollo de las estructuras de árboles trinomiales se basa en los trabajos Hull y White (1994 y 1996) que modelan trayectorias estocásticas de curvas de tasas de interés. Los árboles trinomiales poseen una estructura de ramificación más compleja que los binomiales, y se han desarrollado procedimientos para incorporar procesos estocásticos con reversión a la media con el objetivo de representar de mejor manera la evolución de la dinámica de las variables subyacentes.

ii) Diferencias Finitas

Un método numérico alternativo a las estructuras de árboles son las diferencias finitas, introducidas en Brennan y Schwartz (1977), cuyo procedimiento consiste en aproximar directamente las ecuaciones diferenciales parciales a través de la discretización de las derivadas. La definición del dominio de solución se realiza a través de una malla rectangular a partir de la discretización de las variables de estado de la opción.

De forma análoga a las estructuras de árboles se definen los valores de estado para cada punto de la malla discreta, y se deducen los valores de transición como resultado de la discretización de las derivadas, de acuerdo a la partición realizada en el espacio de estados.

Los valores de nodo (para cada punto de la malla) se resuelven desde la última oportunidad de ejercicio, obtenida de la condición de borde de la ecuación, retrocediendo hasta el nodo inicial.

4.2.6 Soluciones vía Simulación de Montecarlo y Algoritmos Híbridos

Los métodos numéricos representados por las estructuras de árboles y las diferencias finitas comparten el problema denominado “maldición de la dimensionalidad” (Gravet, 2003 y Urzúa, 2005) el cual precisa que la complejidad de resolución de las opciones aumenta exponencialmente con el número de dimensiones del problema. En este sentido, para problemas con más dimensiones estocásticas, es decir, con dos o más factores estocásticos como variables de estado, se deben implementar métodos basados en

simulación de montecarlo o algoritmos híbridos que combinan la simulación con otros procedimientos.

La simulación de montecarlo genera trayectorias de los precios o de las variables de estado hacia adelante en el tiempo, por lo que inicialmente no se consideró para la evaluación de opciones americanas debido a la naturaleza de resolución hacia atrás de este tipo de derivados. Pero la introducción de algoritmos híbridos que combinan la simulación con procedimientos de programación dinámica han resuelto dicho problema existiendo a la fecha diversos algoritmos que resuelven eficientemente la valorización de opciones americanas multidimensionales como la metodología desarrollada en Barraquand y Martineau (1995) o el algoritmo *LSM (Least Square Montecarlo)* desarrollado en Longstaff y Schwartz (2001).

El método *LSM* combina la simulación de montecarlo con métodos estadísticos de regresión, aprovechando la información obtenida por las simulaciones para estimar un valor de continuar sin ejercer la opción a través de una regresión por mínimos cuadrados, así comparando con el valor de ejercicio inmediato, es posible determinar una estrategia óptima de ejercicio para cada trayectoria de simulación.

4.3 Aplicación de Opciones Reales en la Evaluación de Inversiones en Generación Eléctrica

En la dinámica evolución de los mercados energéticos modernos, donde las decisiones de inversión en generación eléctrica son irreversibles con consecuencias de largo plazo, las incertidumbres son determinantes críticas en el comportamiento de los inversionistas. Desde este punto de vista, la evaluación de activos en generación eléctrica requiere métodos que incorporen dicha incertidumbre y la flexibilidad en las decisiones. Así, la aplicación del análisis de opciones reales se perfila como una metodología atractiva para apoyar de forma efectiva la toma de decisiones de inversión.

Sin embargo, existen diferencias fundamentales entre las oportunidades de inversión en generación eléctrica y las aplicaciones tradicionales de opciones reales, por lo tanto, se deben incorporar en la teoría las propiedades específicas de la industria eléctrica, comparar

las características comunes con otros desarrollos y determinar los supuestos sobre los cuales diseñar el análisis.

4.3.1 Flexibilidad y Opciones en Inversiones de Generación Eléctrica

Analizar la aplicabilidad del análisis de opciones reales en la valorización de activos de generación eléctrica requiere en primer lugar identificar el nivel de flexibilidad existente y los tipos de opciones que pueden ser aprovechadas por los tomadores de decisión. En efecto, los proyectos de inversión en generación eléctrica son una colección de múltiples opciones que interactúan y definen las decisiones finales de asignación del capital en varias etapas.

Para proyectos tipo *Greenfield* se pueden identificar algunos ejemplos típicos de etapas en el desarrollo de un proyecto que incluye los estudios preliminares, análisis del mercado, exploración, aprobación ambiental y construcción, además de la posterior operación y mantenimiento; por otra parte, los proyectos sobre instalaciones existentes tienen etapas más reducidas pero mantienen una estructura similar.

Es posible clasificar la flexibilidad dentro de un proyecto de inversión que define opciones para cada una: las flexibilidades sobre el proyecto y las flexibilidades en la operación del proyecto.

i) Flexibilidades sobre el Proyecto

Las decisiones que son tomadas ex – ante del inicio de operación de los proyectos de generación, se pueden considerar como aquellas que determinan la decisión de invertir o no. En general, en proyectos *Greenfield* es posible identificar y valorizar una diversa cantidad de opciones involucradas en la decisión de inversión, de la misma forma, proyectos sobre instalaciones operativas requieren una evaluación distinta pero que no dejan de tener oportunidades que deben ser cuantificadas

– *Opción de Esperar*: en mercados competitivos, retrasar la realización de una inversión puede dar lugar a una gran pérdida competitiva y de eventual valor del proyecto, sin embargo, en mercados con fuerte incertidumbre es lógico tener en cuenta retrasar o

posponer las inversiones, particularmente si son irreversibles, así los gerentes pueden contar con mayor información que despeje dichas incertidumbres o esperar mejores condiciones del entorno. En este sentido, evaluar la opción de esperar el momento óptimo de inversión es crucial en la toma de decisiones.

En mercados eléctricos las señales que entrega el sector son claves en las decisiones de asignación de capital y en la medida que se despejan ciertas incertidumbres o se obtiene mejor información es posible actuar de una u otra forma. En este sentido, las variables de decisión son diversas, el precio de la electricidad de largo plazo, los escenarios de abastecimiento de combustibles, el comportamiento de los competidores y reguladores, etc⁶⁶.

– *Opción Secuencial*: en general, las inversiones en plantas eléctricas involucran decisiones secuenciales, donde las decisiones dependen del resultado de las primeras etapas del proyecto, de acuerdo a variables de decisión específicas. Por ejemplo, la producción de energía geotérmica incluye tres etapas claramente establecidas, exploración del campo geotérmico, inversión (perforación y construcción) y operación, similar a las etapas de proyectos sobre yacimientos de hidrocarburos.

– *Opción de Expansión*: el aumento de la escala de producción de energía es una de las oportunidades de inversión comunes en plantas de generación. La instalación de unidades adicionales, dispositivos de aprovechamiento térmico o mejoramiento y reacondicionamiento de tecnologías existentes son ejemplos de opciones de expansión.

– *Opción de Abandonar*: la flexibilidad de vender los activos y abandonar el negocio es una opción que siempre debe ser evaluada en mercados competitivos. El aumento de los costos de producción, caídas en los precios de la electricidad, el ingreso de tecnologías más eficientes, ejercicio de poder de mercado y regulaciones o decisiones gubernamentales pueden gatillar la liquidación de activos generadores.

⁶⁶ Para una revisión de los factores que influyen en las decisiones revisar Capítulo 2.

– *Opción Tecnológica*: las oportunidades de inversión en generación eléctrica también requieren de la evaluación y comparación de diferentes tecnologías. En este sentido, la elección de combustibles o la modularidad y tamaño de las plantas térmicas; en el caso de las hidroeléctricas, el nivel de los embalses, capacidades de regulación o tamaño de bocatomas y túneles son flexibilidades que pueden ser aprovechadas en la evaluación.

ii) Flexibilidad en la Operación

Una vez que los proyectos de generación eléctrica están en marcha, existen flexibilidades involucradas en la operación de las plantas dadas por la evolución de los escenarios de incertidumbre o por eventos inesperados que obligan a la evaluación de las opciones consideradas.

– *Opción de Cambio de Insumos de Producción*: algunas tecnologías de generación térmica poseen la flexibilidad de conversión de combustibles, esto les permite manejar el uso de combustibles según la dinámica del costo/abastecimiento del insumo. En general, las turbinas de gas y las centrales de ciclo combinado (o ciclos abiertos) pueden incluir la capacidad de realizar *switching* de gas natural/diesel en tiempos muy cortos (horas) con lo cual se cubren de eventuales contingencias en el abastecimiento de los hidrocarburos.

– *Opción en el Despacho*: las tecnologías de generación con altos costos variables de operación operan en situaciones de demanda de punta, por lo tanto, poseen bajos factores de planta. En efecto, dicha tecnología se valoriza generalmente por capacidad, más que por venta de energía. Sin embargo, las plantas que pueden responder rápidamente a los incrementos en la demanda con rampas de encendido/apagado de corta duración poseen una clara flexibilidad operacional que puede ser valorizada como una opción sobre la operación lo que aumenta el valor de los activos.

– *Opción de Cierre Temporal*: en ciertas circunstancias, los gerentes pueden tomar la decisión de cerrar temporalmente la operación de una planta de generación, esperando mejores escenarios de precios o situaciones coyunturales en los mercados eléctricos.

4.3.2 Supuestos para la Aplicación de Opciones Reales en Generación Eléctrica

El principio teórico sobre el cual se basa el análisis de opciones reales, lo define como un esquema de evaluación de inversiones cuyo objetivo es modelar de mejor forma la incertidumbre en las decisiones y la flexibilidad de los proyectos de inversión. Pero sea cual sea el modelo de valorización y algoritmo de solución elegidos, se deben conocer cuales son los supuestos que se cumplen o no para encontrar una aplicación eficiente.

En esta sección se discuten los supuestos claves para entender como la teoría de opciones reales puede ser aplicada en la valorización de activos de generación eléctrica, la electricidad como activo subyacente y lo incompleto, en términos financieros, del mercado eléctrico.

– Electricidad como activo subyacente

La naturaleza física de la electricidad no posibilita la capacidad de almacenar el activo subyacente y su transporte está restringido por la capacidad de los sistemas de transmisión (fenómeno local) lo que implica que no se pueden usar inventarios del activo para replicar un portafolio⁶⁷ y utilizar arbitraje en la valorización. Por lo tanto, no es posible crear un portafolio sin riesgo a partir de los precios spot de la electricidad, con lo cual es necesario utilizar activos derivados sobre el subyacente para valorizar las plantas eléctricas como contratos futuros y *forwards*.

En relación a los argumentos de no arbitraje, se puede definir técnicamente que el valor de los activos de generación debe poder ser replicado en el mercado; en otras palabras, debe existir cierta combinación lineal de activos transables que tengan el mismo flujo de caja en cualquier estado. El principal desafío, no es que se pueda construir dicho portafolio convenientemente, sino que se pueda estimar el valor del activo subyacente de manera que sea consistente con el valor de mercado de otros activos. Esta idea se relaciona

⁶⁷ En otras palabras, no es posible la cobertura de posiciones con la electricidad como subyacente.

directamente con lo que se trata de hacer cuando se utiliza el análisis de los flujos de caja descontados y el *CAPM*.

En mercados eléctricos con amplia presencia de generación hidroeléctrica es posible que centrales con embalses de regulación interanual puedan ejercer oportunidades de arbitraje, dada la capacidad de almacenar energía eléctrica “potencial” con lo cual es posible “comprar barato” en situaciones de excedencia y “vender caro” en periodos de déficit.

– Mercado eléctrico incompleto

Una observación fundamental a tomar en cuenta en la aplicación del análisis de opciones reales en la valorización de generación eléctrica es el nivel de desarrollo del mercado en el cual se toman las decisiones de inversión. En un mercado eléctrico completo, totalmente integrado financiera y operacionalmente, con un nivel avanzado de eficiencia y transparencia en las condiciones económicas y contractuales, junto con una capacidad de liquidación de posiciones aceptable, es posible aplicar sin problemas los conceptos de valorización por argumentos de no arbitraje. Encontrar equivalentes ciertos basados en contratos de futuros o *forwards* para valorizar los activos derivados reales, debería ser una tarea sencilla dejando la dificultad en la precisión de los modelos de comportamiento de los activos subyacentes respectivos y en la resolución con métodos avanzados para obtener evaluaciones eficientes.

Uno de los mercados más cercanos a las características nombradas es el mercado eléctrico de los países nórdicos (*Nord Pool*), sin embargo, a pesar de tener un mercado de contratos derivados eléctricos activo los niveles de liquidez no son lo suficientemente eficientes para aplicar la teoría pura.

La existencia de precios eficientes de *forwards*/futuros, es decir, obtenidos como información en un mercado líquido, refleja el comportamiento “real” del mercado en términos de demanda, oferta y riesgo. Los precios *forwards* muestran directamente el valor de mercado actual de los contratos y son el valor esperado ajustado por riesgo de los precios spot.

Ignorar el comportamiento de largo plazo del sistema y solo basarse en la información spot del mercado puede llevar fácilmente a estimaciones inconsistentes con el principio de no arbitraje, es decir, las estimaciones de los valores de activos reales puede diferir de los valores mostrados por las curvas de *forwards*.

Bajo este punto de vista, la aplicación de la teoría de opciones reales en la evaluación de inversiones de generación eléctrica se puede ver restringida dada la incompletitud financiera de los mercados eléctricos. Sin embargo, se han realizado investigaciones que han aplicado de forma efectiva la teoría en la evaluación de generación eléctrica considerando supuestos básicos de aplicación y teniendo en cuenta que el análisis de opciones reales pretende servir como un esquema de evaluación donde se cuantifica el impacto de las incertidumbres en el valor de los activos generadores.

4.3.3 Análisis del Estado del Arte

La literatura sobre opciones reales aplicadas a la valorización de activos generadores es relativamente novedosa. En un principio, se aplicaron directamente los conceptos de la teoría pero en los últimos años, los desarrollos se han centrado en encontrar aplicaciones eficientes considerando las particulares características de los mercados eléctricos.

En la presente sección se contextualiza cada uno de los trabajos seleccionados para esta revisión, siguiendo el desarrollo y el objetivo de cada uno de los análisis aplicados, se identifican los activos subyacentes modelados, los procesos estocásticos involucrados y las técnicas de valorización utilizadas. Además, se discute la novedad de las aplicaciones y se realizan comparaciones para lograr una visión general completa de la línea de investigación.

Se puede identificar tres enfoques utilizados para aplicar las técnicas de análisis de opciones reales en la literatura revisada: la valorización de la flexibilidad en la operación de las centrales, los ejercicios de planificación de inversiones y efectos regulatorios, y la evaluación de tecnologías en generación. Sin embargo, el objetivo común de todas las aplicaciones es proponer metodologías de evaluación de inversiones que tomen en consideración de una u otra forma la incertidumbre de los mercados eléctricos.

i) Valorización de la Flexibilidad en la Operación

Una de las primeras aplicaciones propuestas para aplicar opciones reales desarrolla la idea de aprovechar la flexibilidad de las centrales que operan en la punta del sistema. Así, se define el concepto de *Spark Spread* como variable subyacente y se encuentra el valor de un activo generador realizando la analogía entre la decisión de operar la planta y la decisión de ejercer una serie de opciones europeas.

- Deng, Johnson y Sogomonian (2001)

Este trabajo desarrolla y aplica una de las primeras metodologías para valorizar activos de generación a través de opciones reales donde el activo subyacente se basa en el *Spark Spread*. Dicha variable corresponde a la diferencia entre el precio spot de la electricidad (S_E) y el precio del combustible (S_G) usado para generar de acuerdo a una tasa de eficiencia de combustibles⁶⁸ (K_H) según se muestra en la siguiente expresión:

$$Spark\ Spread = S_E - K_H \cdot S_G \quad (4.30)$$

La idea central es que en mercados competitivos, las centrales generadoras con $S > 0$ son despachadas, es decir, aquellas plantas cuyo costo de operación es menor que el costo marginal de corto plazo del sistema o precio spot del mercado operan, recibiendo ingresos por energía. Por lo tanto, el derecho de operar para un activo generador eléctrico con tasa de eficiencia h que utiliza el combustible C está dado por el valor de la opción sobre el *Spark Spread*. En este sentido, el valor de un activo generador es equivalente a definir una serie de opciones europeas de compra, cuyo pago al vencimiento T está dado por:

$$C(S_E^T, S_G^T, K_H, T) = Max[S_E^T - K_H \cdot S_G^T, 0] \quad (4.31)$$

Donde los precios siguen procesos estocásticos con reversión a la media continuos, así se calcula el valor del activo generador estimando el valor del derecho a operar durante toda la vida útil del activo (T) integrando el valor de la opción *Spark Spread* sobre T como:

⁶⁸ Representa el consumo específico de las centrales generadoras cuyas unidades son [Ton/MWh] o [MBtu/MWh] según corresponda.

$$V_{gen} = \int_0^T C(t) dt \quad (4.32)$$

La metodología asume restricciones de rampa⁶⁹ relajadas, costos de operación (encendido y apagado de turbinas) y de mantenimiento constantes. Para valorizar el activo de generación se utilizan argumentos de no arbitraje replicando el valor de los derivados con contratos futuros de electricidad y combustibles, aplicando la formulación de Black & Scholes para resolver las opciones.

La aplicación del modelo demuestra que métodos basados en flujos de caja descontados, subestiman en al menos un factor de cuatro el valor de centrales eléctricas. En Deng (2005) se extiende el trabajo incorporando un modelo que incluye en su dinámica los saltos y puntas de los precios spot eléctricos.

- Fraye y Uludere (2001)

Bajo el mismo esquema de análisis del activo subyacente formado por el *Spark Spread* en Deng et al. (2001), el artículo evalúa y compara el valor de dos activos de generación, una turbina de gas que opera en punta y una central a carbón operando en base.

El artículo destaca la flexibilidad operacional de las centrales de punta⁷⁰, las cuales pueden reaccionar rápidamente a las alzas de precios de la electricidad y operar en punta, dicha flexibilidad incrementa considerablemente el valor de los activos generadores con características similares.

La metodología utiliza información de mercados eléctricos y de *commodities* para estimar curvas de precios futuros y las volatilidades del subyacente, si la información no existe se realizan predicciones independientes o aproximaciones a los valores de mercado.

El trabajo aplica una fórmula de *Black & Scholes* ajustada para encontrar el valor de la serie de opciones europeas sobre el *Spark Spread* que representan la operación horaria de

⁶⁹ Tiempo de respuesta de un generador eléctrico para encender o apagar las unidades.

⁷⁰ Turbinas generadoras que operan con bajos factores de planta, dependen de las puntas en los precios de la electricidad para obtener ingresos por concepto de energía.

la central durante la vida útil de los proyectos. Finalmente demuestra que el valor de activos de generación como mínimo se duplica si se toman en cuenta las flexibilidades operacionales.

- Tseng y Barz (2002)

Este trabajo extiende el análisis basado en el *Spark Spread*, cambiando el perfil de aplicación financiero de las anteriores investigaciones hacia un esquema que incluye una mayor representación técnica y de costos operacionales en el cálculo. El objetivo de la evaluación es encontrar un procedimiento óptimo de operación para obtener el mejor y más realista valor del activo y así mejorar las estrategias de cobertura asegurando la rentabilidad del generador. En efecto, el artículo presenta un modelo de optimización estocástico multi-estado de corto plazo que incluye restricciones de predespacho⁷¹ y funciones de costo, cuyo objetivo es maximizar el valor de las plantas generadoras.

El activo subyacente es el *Spark Spread* formado por la diferencia entre los precios de la electricidad y combustible, los cuales se modelan a través de dos procesos estocásticos de Ito. Cada uno de los modelos estocásticos presenta características de reversión a la media y una distribución estacional lognormal incorporada a través de una función periódica de largo plazo. La valorización de las opciones reales es resuelta vía simulación de montecarlo, encontrando la estrategia óptima de operación vía programación dinámica.

ii) Planificación de Inversiones y Efectos Regulatorios

El segundo enfoque de la teoría de opciones reales en generación eléctrica se centra en la planificación de inversiones en mercados eléctricos y el análisis de los efectos regulatorios de las decisiones de inversión. Se aplican metodologías tradicionales de opciones reales sin el desarrollo de modelos de precios eléctricos específicos y se desarrollan sofisticados modelos de optimización de largo plazo basados en programación dinámica estocástica, entre otras aplicaciones.

⁷¹ Las restricciones de predespacho incluyen tiempos mínimos, rampas y costos de partida/apagado, capacidad máxima y mínima en la operación.

- Teisberg (1994)

El artículo es uno de los primeros en valorizar activos de generación eléctrica a través de un modelo de valorización de opciones, el análisis no toma en cuenta restricciones técnicas del sistema de potencia, sin embargo, su enfoque se basa en los efectos de las políticas regulatorias sobre la decisión de inversión. De esta forma, el activo subyacente es el valor de mercado del proyecto el cual evoluciona estocásticamente en el tiempo siguiendo un movimiento Browniano geométrico, considerando que la aleatoriedad del valor es influenciada por las condiciones del mercado y el ambiente regulatorio.

El desarrollo de las soluciones se influencia en los trabajos de Brennan y Schwartz (1985) y Majd y Pindyck (1987), utilizando argumentos de no arbitraje a través de activos contingentes. Para valorizar el proyecto se aproxima la dinámica del subyacente vía soluciones numéricas a través de árboles binomiales. Así, se analizan los periodos de construcción con distintas tecnologías, estimando valores críticos para iniciar los proyectos y valorando la flexibilidad de retrasar o abandonar la construcción.

- Moreira, Rocha y David (2004)

El trabajo evalúa la competitividad de la generación térmica en el mercado brasileño, el cual está ampliamente dominado por la generación hidroeléctrica. Se desarrolla un análisis sobre el nivel de atractivo, los costos de expansión y operación, junto con el efecto regulatorio de las inversiones en centrales termoeléctricas utilizando un modelo de despacho óptimo centralizado y un análisis basado en el enfoque de opciones reales.

La incertidumbre en el modelo se incluye a través de un proceso estocástico discreto con reversión a la media para determinar los precios del gas natural, estimando el proceso con series históricas de precios de petróleo crudo⁷² en Brasil. Además, se modela la demanda eléctrica a través de una caminata aleatoria con un tasa de crecimiento positiva, cuya estimación se realiza a través de series históricas de demanda.

⁷² Utiliza series de precios de petróleo debido a la inexistencia de datos históricos de precios de gas natural en Brasil.

El enfoque de opciones reales se propone como un análisis de estrategias de inversión, donde el planificador puede tomar decisiones de acuerdo a la evolución de las incertidumbres a lo largo del horizonte de planificación. En este sentido, la variable de decisión es el VAN de los proyectos, donde los flujos de caja se construyen a través de los resultados de operación según el modelo de despacho centralizado.

No se realiza una valorización de opciones en el sentido estricto, i.e. no se utilizan argumentos de no arbitraje o valorización neutral al riesgo, pero si se desarrolla un esquema donde las decisiones son tomadas de acuerdo a la evolución estocástica de variables de estado.

- Takizawa y Suzuki (2004)

El artículo analiza el efecto que produce la regulación de precios en las decisiones de inversión en centrales nucleares, teniendo como hipótesis el hecho que bajo esquemas regulatorios existen incentivos para invertir en generación nuclear, situación que se revierte en condiciones de libre competencia de los mercados eléctricos. Dicho efecto se demuestra utilizando opciones reales, el análisis sugiere que bajo condiciones de libre competencia, el análisis de opciones reales indica que existen mayores limitaciones para invertir en plantas nucleares.

El análisis de opciones reales es llevado a cabo según dos tipos de modelación, la primera utiliza un proceso estocástico simple de Wiener para los costos variables y argumentos de no arbitraje en la valorización de la opción, así se obtienen valores críticos del subyacente donde es óptimo invertir.

El segundo análisis aplica un modelo basado en el artículo Cortazar, Schwartz y Salinas (1998)⁷³ considerando los costos variables (precio del combustible y costos de O&M) y el precio de la electricidad como movimientos Brownianos geométricos y relacionándolos

⁷³ El trabajo evalúa las inversiones en tecnologías ambientales para industrias donde los costos variables de producción afectan los precios de venta, proponiendo un modelo de opciones reales donde el precio del producto final en una fundición de cobre depende proporcionalmente del precio de la materia prima.

proporcionalmente a través de una ecuación lineal. Así, se definen las ecuaciones diferenciales asociadas con el valor de la opción de invertir y el valor del proyecto con las respectivas condiciones de borde.

- Botterud, Ilic y Wangenstein (2005)

La investigación tiene como objetivo la planificación óptima de inversiones en generación eléctrica, realizando análisis en el caso de esquemas de decisión centralizados y descentralizados. Se propone un esquema de análisis de opciones reales utilizando modelos de programación dinámica estocástica para encontrar estrategias óptimas de inversión, incluyendo la incertidumbre a través de un proceso Markoviano para la demanda.

El modelamiento incluye características de carga del sistema, pagos por capacidad y la demanda encontrando precios óptimos de inversión, evaluando el momento óptimo de inversión para centrales de punta y de base y realizando comparaciones para ambos casos de esquemas de decisión.

- iii) Valorización de Tecnologías

La siguiente visión para aplicar la teoría de opciones reales, es la evaluación de inversiones en diferentes tecnologías de generación y se concentra en obtener valores críticos donde las inversiones se hacen óptimas, encontrando políticas óptimas de inversión y comparando el valor de dichas tecnologías.

- Pindyck (1993)

El artículo analiza la inversión en una central eléctrica nuclear en función de la incertidumbre técnica y regulatoria que afecta los costos asociados a la finalización del proyecto. Se estudia el tiempo de parada óptimo (*optimal stopping*) y se determina una regla óptima de inversión, comparando el efecto de cada una de las fuentes de incertidumbre del proyecto.

En términos metodológicos, el trabajo sigue la línea del modelo de inversiones irreversibles de McDonald y Siegel (1986) y el estudio de inversión secuencial según una

tasa máxima de inversión según Majd y Pindyck (1987), pero considerando al costo de completar el proyecto como la variable aleatoria del modelo.

- Murto y Nese (2003)

Desde otra perspectiva de análisis el artículo evalúa la competitividad de dos tecnologías de generación, la que utiliza combustibles fósiles y la biomasa. Además, basándose en la irreversibilidad de la decisión de inversión y las diferentes estructuras de costos de cada una de las tecnologías, se analiza el momento óptimo de inversión. Se modela la incertidumbre del precio del combustible fósil a través de un movimiento Browniano geométrico y se deja constante el costo de biomasa.

La solución se basa en encontrar dos valores críticos que gatillan o no las inversiones, la idea es que si el precio de combustible fósil cae bajo un valor crítico inferior, es óptimo invertir en la central de combustible fósil, si sobrepasa un valor crítico superior se hace óptimo invertir en la central de biomasa y si se encuentra entre ambos valores críticos es óptimo esperar.

El trabajo utiliza valorización neutral al riesgo para replicar las fluctuaciones del activo subyacente, calculando el valor de mercado de una central térmica de combustible fósil operativa, se determina el valor de la opción de invertir en un proyecto con las mismas características y encuentra los valores críticos que determinan la estrategia óptima de inversión.

- Fleten y Näsäkkälä (2006)

Evalúa inversiones en generación eléctrica utilizando un modelo de valorización de opciones reales basado en el *Spark Spread*, cuya dinámica se modela a través de un proceso de dos factores similar al modelo de precios de *commodities* de Schwartz y Smith (2000). La calibración del modelo se realiza utilizando la técnica de estimación basada en el Filtro de Kalman con datos históricos de precios *forward* de gas natural y electricidad con vencimientos cortos para obtener la dinámica de corto plazo del subyacente y vencimientos largos para incorporar la incertidumbre de largo plazo en el modelo.

Además de analizar el momento óptimo de inversión, se incluye la flexibilidad operacional y la posibilidad de abandono de las inversiones. El trabajo evalúa inversiones en centrales de ciclo combinado de gas natural, estimando valores para la operación en base y en punta, incluyendo costos por emisiones de CO₂.

Otras publicaciones en la misma línea de trabajo son Näsäkkälä y Fleten (2005) y Fleten, Maribu y Wangensteen (2007). El primer artículo analiza y compara las tecnologías generación en base y en punta, encontrando valores críticos donde las inversiones para cada una de las tecnologías se hacen óptimas; el segundo artículo se centra en el análisis de energías renovables, su impacto en la demanda eléctrica actuando como generación distribuida y la incertidumbre en los precios eléctricos.

En la Figura 4-4 se resumen comparativamente las características de los enfoques de aplicación de opciones reales en la evaluación de inversiones en generación eléctrica. En esta Tesis se aborda el análisis de opciones reales desde el tercer punto de vista de la literatura, la valorización de tecnologías. En este sentido, se busca encontrar el valor de la oportunidad del proyecto, es decir, el momento óptimo para invertir en términos de los valores críticos donde el valor del proyecto es óptimo.

Aplicación de Opciones Reales en la Evaluación de Inversiones en Generación Eléctrica			
Características	Valorización de la flexibilidad en la operación	Planificación de inversiones y efectos regulatorios	Valorización de tecnologías
Enfoque de modelamiento	Analogía entre operar central y ejercer opción, enfoque técnico	Aplicación directa de teoría y modelos de optimización de LP	Esfuerzo en utilizar algoritmos ad-hoc. Evalúa y busca inversiones óptimas
Activo de generación	Centrales de punta	Centrales de base genéricas	Diferentes tecnologías
Opción evaluada	Serie de opciones europeas	Opción americana/bermudiana	Opción americana/bermudiana
Variable subyacente	Spark Spread $(S_E - k \cdot S_C)$	Valor del proyecto Demanda eléctrica Precio electricidad	Spark Spread Precio electricidad Precio combustibles
Proceso de variable subyacente	Browniano aritmético Ornstein-Uhlenbeck	Browniano geométrico Modelos de Markov Ornstein-Uhlenbeck	Browniano aritmético Browniano geométrico Ornstein-Uhlenbeck Modelos Multifactoriales
Algoritmos de solución	Fórmula Black-Scholes Simulación de Montecarlo Programación dinámica estocástica	Métodos Numéricos Simulación de Montecarlo Programación dinámica estocástica Ecuación de Bellman	Métodos Numéricos Simulación de Montecarlo Algoritmos híbridos

Figura 4-4: Características y comparación de los enfoques de aplicación de opciones reales en la evaluación de inversiones en generación eléctrica.

4.4 Implementación del Procedimiento Numérico Trinomial para Evaluar Inversiones en Generación Eléctrica

En la siguiente sección se implementa un procedimiento de métodos numéricos basado en el algoritmo de árboles trinomiales para encontrar el valor de la oportunidad de invertir en un proyecto de generación eléctrica. El esquema de la implementación tiene como énfasis la evaluación bajo incertidumbre de los activos generadores, donde la variable de estado subyacente es el precio de la electricidad en términos del valor del proyecto.

La elección del algoritmo se basa en lo intuitivo de su estructura, lo que permite un mejor entendimiento del mecanismo de valorización de opciones reales, junto con la capacidad para modelar un proceso de un factor estocástico con reversión a la media.

4.4.1 Estructura del Valor Presente de los Flujos de Caja

Se considera una estructura simplificada de los flujos de caja, en el sentido de caracterizar el valor presente (*VP*) según el margen comercial anual de la central, sin detalles que

puedan originar problemas de consistencia⁷⁴. Recordando que los elementos de dicho margen están definidos según la siguiente estructura (ver sección 2.4.5),

$$MC_t = (IENE_t + IPot_t) - (CV_t + CF_t + PT_t + PR_t)$$

Podemos suponer que la central generadora contrata el 100% de su generación anual y no participa en el mercado spot, es decir, no existen costos de pagos por retiro y tampoco recibe ingresos de ventas por excedentes:

$$\Rightarrow PR_t = 0 \text{ y } \sum_{\tau=1}^H (E_{\tau,t}^e \cdot P_{\tau,t}^s) = 0$$

Así el margen comercial se reduce a,

$$MC_t = E_t^c \cdot P_t^c + A_t \quad (4.33)$$

Con,

$$A_t = IPot_t - (CV_t + CF_t + PT_t) \quad (4.34)$$

Por lo tanto, la variabilidad del margen comercial anual dependerá del precio del contrato de largo plazo con el cual se vende la energía. Si suponemos que dicho precio lo define el precio *forward* dado por la dinámica del proceso de precios spot dado por:

$$P_t^c = F_{t,\tau}(P_\tau) \quad (4.35)$$

Entonces se tiene que el margen lo define dicho precio *forward*:

$$MC_t(P_\tau) = E_t \cdot F_{t,\tau}(P_\tau) + A_t \quad (4.36)$$

Con E_t la energía total generada en el año t y el precio *forward* dado por la ecuación (3.28)⁷⁵, por lo tanto, el valor presente de los flujos de caja está dado por la siguiente ecuación:

⁷⁴ El objetivo es analizar las inversiones bajo incertidumbre, caracterizando una metodología como apoyo a las decisiones de inversionistas, en este sentido es consistente el nivel de profundidad elegido para los flujos de caja. Conocer los valores exactos de los proyectos requiere de estudios específicos y detallados para obtener datos y parámetros en la evaluación.

$$VP(P_t) = \int_{t+t_c}^{t+T_p} (E_t \cdot F_{t,\tau}(P_t, \tau) + A_t) \cdot e^{-r(\tau-t)} d\tau \quad (4.37)$$

Insertando (4.36) en (4.37) y desarrollando la integral definida se obtiene el valor presente de los flujos de caja:

$$VP(P_t) = E_t \cdot (P_t - (\bar{P} + \alpha)) \cdot \beta_1 + (E_t \cdot (\bar{P} + \alpha) + A_t) \cdot \beta_2 \quad (4.38)$$

Con:

$$\beta_1 = \frac{(e^{-(r+\kappa)t_c} - e^{-(r+\kappa)T_p})}{r + \kappa} \quad \text{y} \quad \beta_2 = \frac{(e^{-r t_c} - e^{-r T_p})}{r}$$

Se puede interpretar la ecuación anterior de forma muy intuitiva; sólo la primera componente de la ecuación (4.38) (que se pondera por β_1) depende del precio spot en t , por lo tanto, si el valor de κ es muy grande, se tendrá que $\beta_1 \rightarrow 0$ así, el valor presente tenderá a ser sólo la segunda componente de la ecuación cuyo valor depende de las componentes que definen el precio de largo plazo ($\bar{P} + \alpha$). En términos prácticos esto significa que si existe una fuerte reversión a la media en los precios del mercado (κ diario cercano a la unidad), es la componente de largo plazo la que define el valor del proyecto. En cambio, si κ es muy pequeño (κ diario cercano a cero) el precio spot tendrá un mayor impacto, porque los precios no convergerían rápidamente al precio de largo plazo.

4.4.2 Algoritmo Trinomial

El procedimiento numérico de árboles trinomiales supone que en cada nodo del dominio de solución el valor del subyacente tiene tres posibles caminos a seguir: subir, mantener el valor o bajar, por lo tanto, se deben definir tres probabilidades de transición, p_u , p_m y p_d respectivamente. Además, si se modela un proceso con reversión a la media, se generan tres estructuras de ramificación alternativas. En la Figura 4-5 se ilustra una estructura característica de árbol trinomial para cinco oportunidades de ejercicio.

⁷⁵ Se debe tener especial cuidado con el subíndice temporal de las ecuaciones, recordando que el precio *forward* en el periodo t $F_{t,\tau}(P_t)$ depende del precio spot P_t (revisar ecuación 3.28).

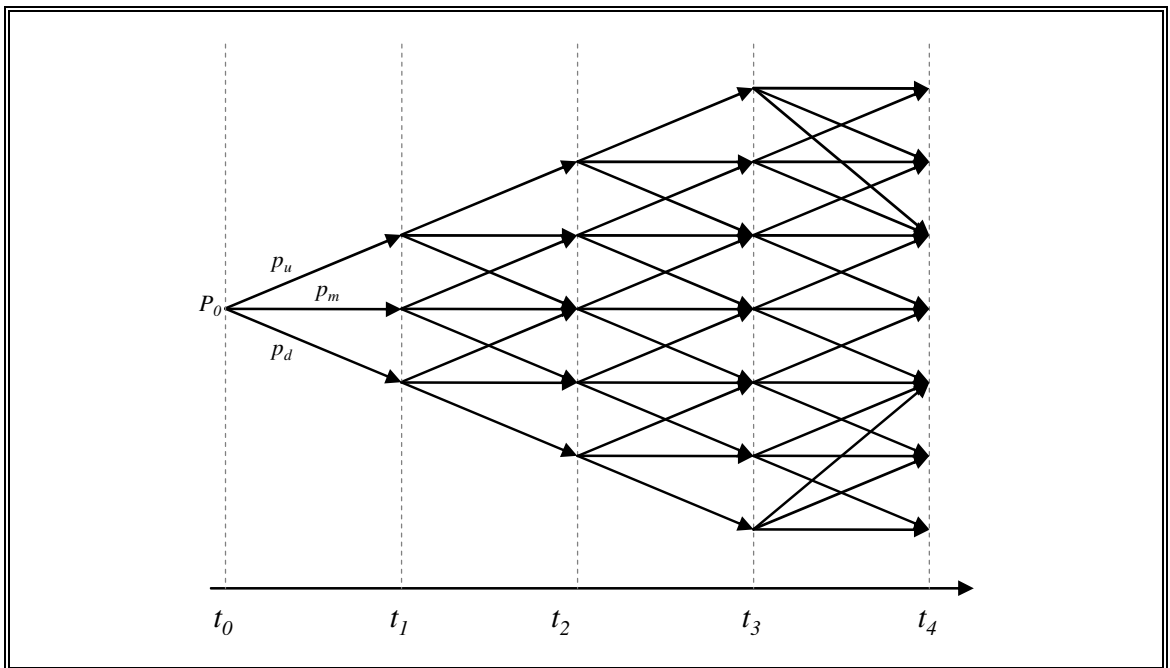


Figura 4-5: Estructura del dominio de solución para un árbol trinomial con cinco oportunidades de ejercicio.

En el artículo Hull y White (1994) se propone un procedimiento general para construir árboles trinomiales para representar procesos de un factor estocástico con reversión a la media tipo *Ornstein-Uhlenbeck*. La Figura 4-6 presenta el diagrama de flujo del algoritmo descrito, cuyo procedimiento general considera tres etapas.

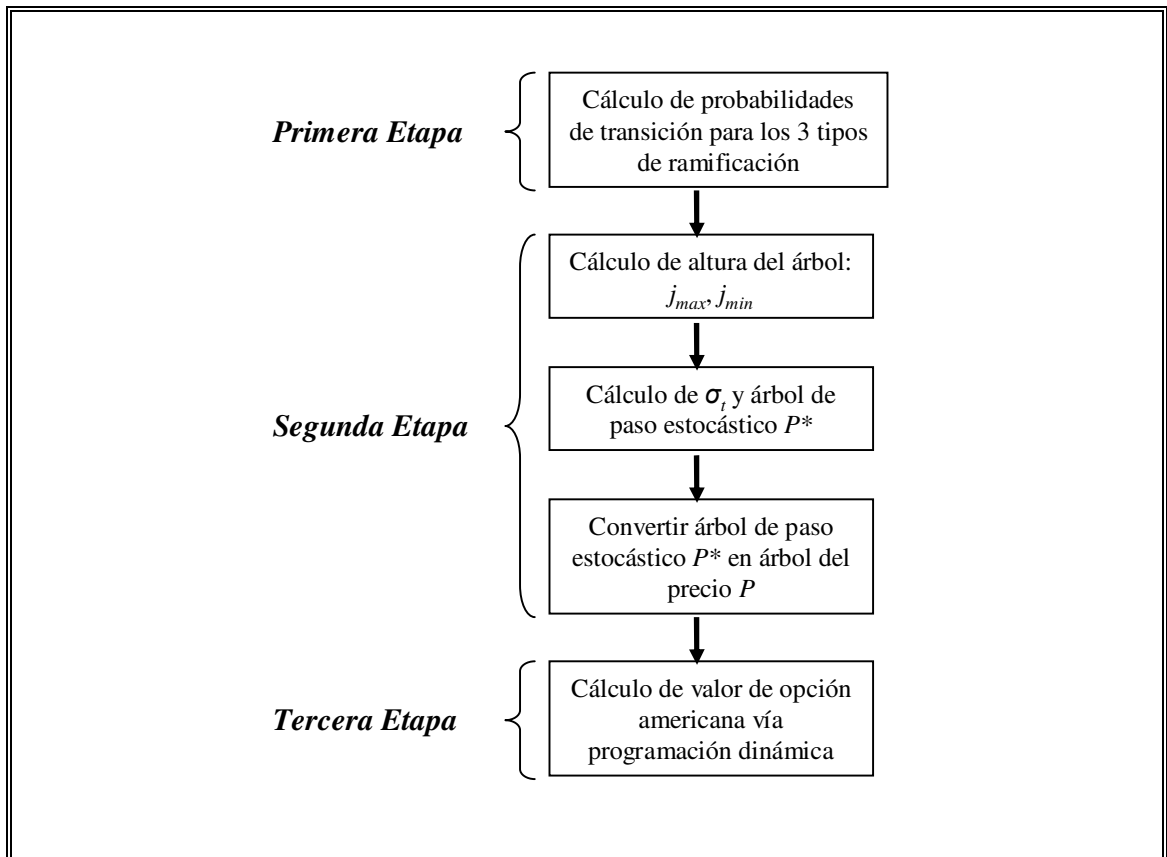


Figura 4-6: Diagrama de flujo del algoritmo trinomial.

Primera Etapa: Cálculo de probabilidades de transición

En la primera etapa del algoritmo se definen las probabilidades de transición según la característica de ramificación en cada nodo (i,j) del árbol. La Figura 4-7 muestra las alternativas de ramas posibles, la forma (a) es el caso sin límite superior o inferior, la rama (b) incluye la posibilidad de estado en un límite superior j_{max} , donde la transición se realiza manteniendo el valor de nodo o a través de dos estados inferiores, de forma análoga la rama (c) ilustra el caso con límite inferior j_{min} .

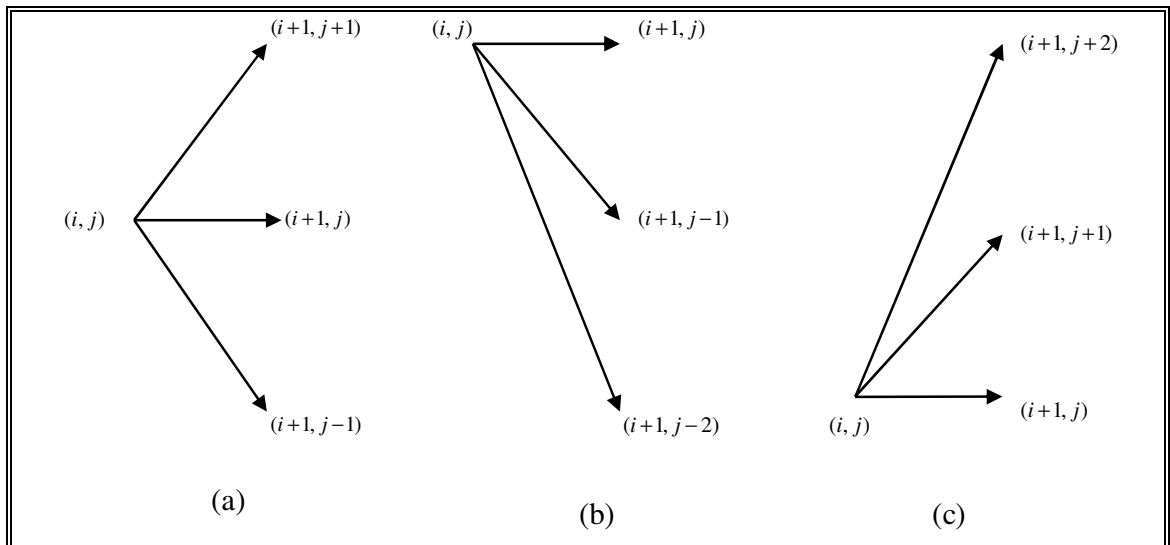


Figura 4-7: Alternativas de ramificación trinomial para un proceso con reversión a la media. (a) Nodo sin límite, (b) nodo límite máximo y (c) nodo límite mínimo.

La definición de las probabilidades de transición se realiza según Hull y White (1994), donde se propone que dichas probabilidades para cada tipo de nodo representado, deben satisfacer las ecuaciones de valor esperado, varianza y la ley de probabilidades totales respectivamente⁷⁶ que dependen de la velocidad de reversión del proceso κ y del periodo entre cada cambio de estado δt . Así, las probabilidades de transición para un nodo que no es uno tipo límite máximo o mínimo (a) son:

$$\begin{aligned}
 p_u &= \frac{1}{6} + \frac{\kappa^2 j^2 \delta t^2 - \kappa j \delta t}{2} \\
 p_m &= \frac{2}{3} - \kappa^2 j^2 \delta t^2 \\
 p_d &= 1 - p_u - p_m
 \end{aligned}
 \tag{4.39}$$

De forma similar, para la ramificación límite superior (b) se tiene:

⁷⁶ Para el detalle y demostración de solución de las ecuaciones ver Hull y White (1994) y Hull (2003).

$$\begin{aligned}
p_u &= \frac{7}{6} + \frac{\kappa^2 j^2 \delta t^2 - 3\kappa j \delta t}{2} \\
p_m &= -\frac{1}{3} - \kappa^2 j^2 \delta t^2 + 2\kappa j \delta t \\
p_d &= 1 - p_u - p_m
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Finalmente, las probabilidades en la rama con límite inferior son:

$$\begin{aligned}
p_u &= \frac{1}{6} + \frac{\kappa^2 j^2 \delta t^2 + \kappa j \delta t}{2} \\
p_m &= -\frac{1}{3} - \kappa^2 j^2 \delta t^2 - 2\kappa j \delta t \\
p_d &= 1 - p_u - p_m
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Segunda Etapa: Definición de la estructura del árbol y la dinámica de precios

La segunda etapa del procedimiento consiste en construir la trayectoria del árbol trinomial que define la dinámica de los precios. A su vez, dicha etapa consta de dos pasos, en el primero se construye una trayectoria inicial sobre una variable estocástica P^* cuyo valor inicial se define como cero y cuya dinámica sigue un proceso con reversión a la media según la expresión:

$$dP^* = -\kappa P^* dt + \sigma dz \tag{4.42}$$

La variable $P^*(t + \delta t) - P^*(t)$ distribuye normal con media $-\kappa P^* \delta t$ y varianza $\sigma^2 \delta t$. Se define el salto discreto dependiente de la desviación estándar de la variable subyacente que definirá los saltos de transición como:

$$\delta P = \sigma \sqrt{3 \delta t} \tag{4.43}$$

Luego se define la dinámica en cada nodo (i, j) , donde $t = i \delta t$ y $P^* = j \delta t$, el índice i es un valor entero positivo que indica la profundidad temporal del árbol y el índice j es un entero positivo o negativo que indica los pasos en altura de la variable subyacente.

Se deben definir los límites máximo y mínimo para j , según Hull y White (1994) si $\kappa > 0$ la trayectoria de la variable de estado seguirá la ramificación tipo (a) hasta un límite máximo o mínimo definido por la siguiente ecuación:

$$j_{\max} = -j_{\min} = \left[\frac{0.184}{\kappa \delta t} \right] \quad (4.44)$$

El segundo paso del procedimiento descrito consiste en convertir el árbol trinomial para P^* en un árbol para la variable subyacente P , desplazando en el tiempo los nodos definidos en el primer paso. Por lo tanto, las variables se relacionan a través de una función en el tiempo como:

$$\alpha(t) = P(t) - P^*(t) \quad (4.45)$$

Ahora, conocidas las ecuaciones que definen los procesos para P^* y P , ecuaciones (4.42) y (4.45), se tiene que:

$$d\alpha = [\theta(t) - \kappa\alpha(t)]dt \quad (4.46)$$

La expresión (4.46) corresponde a una ecuación diferencial ordinaria cuya solución está dada por:

$$\alpha(t) = F(0, t) + \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-\kappa t}) \quad (4.47)$$

Así, se puede construir el árbol trinomial para la variable subyacente P a partir del valor de P^* en idt más el valor de α en el mismo instante de tiempo, manteniendo las mismas probabilidades, según la siguiente expresión:

$$P_t = P_t^* + F(0, t) \quad (4.48)$$

Tercera Etapa: Cálculo del valor de la opción real vía programación dinámica

La tercera etapa del algoritmo consiste en utilizar programación dinámica para encontrar el valor de la opción real. En primer lugar, se define el valor de estado para cada uno de los nodos (i, j) del árbol trinomial según:

$$V_{i,j}^{estado} = \text{Max}[VP_{i,j} - I] \quad (4.49)$$

En términos prácticos, el valor de estado representa el VAN del proyecto en cada nodo de acuerdo a la ecuación de valor presente de los flujos (ecuación 4.38) y la inversión. Luego,

se determina desde el último periodo hacia atrás (*backward*), la estrategia óptima de inversión⁷⁷, calculando el valor de transición de cada nodo (ecuación 4.50) y el valor de nodo respectivo (ecuación 4.51), de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$V_{i,j_k}^{transición} = [p_{u_k} \cdot V_{i+1,j_k+1}^{nodo} + p_{m_k} \cdot V_{i+1,j_k}^{nodo} + p_{d_k} \cdot V_{i+1,j_k-1}^{nodo}] \cdot e^{-r\Delta t} \quad (4.50)$$

$$V_{i,j}^{nodo} = \text{Max}\{V_{i,j}^{estado}, V_{i,j}^{transición}\} \quad (4.51)$$

Es importante recordar que los nodos pueden tener tres tipos diferentes de ramificación (ver Figura 4-7), en las ecuaciones se indica con el subíndice $k = a, b$ ó c .

El valor de transición representa el valor de esperar en cada nodo, es decir, dentro de la decisión de inversión, significa no invertir ahora y esperar al siguiente periodo cuando se está en esa posición. Se debe hacer notar que el valor de transición incluye un ponderador por la tasa de descuento respectiva dado que los valores pertenecen al periodo siguiente en el cálculo.

Luego, el valor de nodo define la estrategia óptima, porque se maximiza entre invertir inmediatamente, dado por el valor de estado (en el nodo respectivo) y el valor de esperar, definido por el valor de transición. En el último periodo el valor de nodo es conocido, porque el valor de esperar es cero (vence la oportunidad de inversión o expira la opción), por lo tanto, se define como una condición de borde dada por la expresión:

$$V_{i_{max},j}^{nodo} = \text{Max}\{V_{i_{max},j}^{estado}, 0\} \quad (4.52)$$

Así, optimizando dinámicamente hacia atrás para cada nodo de la estructura trinomial, se encuentra el valor de nodo en el inicio del periodo de cálculo que es el valor de la oportunidad de la inversión.

En la siguiente sección se desarrolla en detalle un ejemplo de aplicación, así se tendrá mayor claridad de la mecánica del algoritmo trinomial implementado.

⁷⁷ La idea detrás de la definición de estrategias óptimas en la programación dinámica es el Principio de Optimalidad de *Bellman* (revisar Dixit y Pindyck (1994) Ch. 4).

4.4.3 Ejemplo de Aplicación

En esta sección se desarrolla un ejemplo de aplicación con el objetivo de mostrar la mecánica del procedimiento, además de la consistencia y los alcances del algoritmo trinomial. En la Tabla 4-1 se presentan los parámetros del ejemplo base, cuyos valores han sido elegidos de forma arbitraria, pero coherentes para un mercado eléctrico competitivo.

Tabla 4-1: Parámetros del Ejemplo Base.

Parámetros de Precios Ejemplo Base		
Precio Inicial	100	[US\$/MWh]
Nivel Medio LP	45	[US\$/MWh]
Kappa Anual	0.17	s.u.
Sigma Anual	20	[US\$/MWh]
Alfa	25	[US\$/MWh]
Precio de Largo Plazo	70	[US\$/MWh]
Parámetros del Proyecto Ejemplo Base		
Inversión	350	[MMUS\$]
Potencia	200	[MW]
Factor de Planta	0.9	pu
Costo Var Anual	50	[MMUS\$-año]
Costo Fijo Anual	15	[MMUS\$-año]
Vida Útil	24	[Años]
Plazo Construcción	2	[Años]
Vencimiento Opción	3	[Años]
Oportunidades Ejercicio	3	[Años]
Tasa Descuento	10	[%]

Cabe destacar que la suma entre el nivel medio histórico de largo plazo del mercado (45 US\$/MWh) que se estima con series de precios, sumado al parámetro α (25 US\$/MWh) que representa la expectativa del precio en el mercado *forward* por sobre (o por debajo, si es el caso) el nivel medio histórico, se puede interpretar como el precio de largo plazo del mercado (para el ejemplo es de 70 US\$/MWh). Los parámetros κ y σ corresponden a valores en términos anuales para este ejemplo y elegidos de baja amplitud debido a lo reducido del periodo de simulación⁷⁸.

⁷⁸ Con valores muy altos de κ y eligiendo pocos periodos de ejercicio, las probabilidades de transición pueden no cumplir la Ley de Probabilidades Totales ($p_u + p_m + p_d \neq 1$).

Por otra parte, los datos del proyecto son números aproximados de una central carbonera de 200 MW. Se supone que la opción de invertir tiene una duración de tres años, es decir, en tres años se pierde la oportunidad si no se ejecuta la inversión, además se definen tres oportunidades para invertir (una en cada año). En términos financieros, se trata de una opción tipo bermudiana con tres oportunidades de ejercicio, un vencimiento de tres años y un precio de ejercicio igual al valor de la inversión ($I = 350$ MMUS\$).

Además, se supone que la generadora contrata toda y exactamente su energía anual, con un factor de planta fijo y no se considera pago por potencia.

Primera Etapa: Cálculo de probabilidades de transición

La primera etapa del algoritmo trinomial consiste en calcular las probabilidades de transición según las ecuaciones dadas en la sección anterior, de este modo, el resultado para el ejemplo base se muestra en la Tabla 4-2. A modo de interpretación de la tabla, para el nodo inicial (0,0) se tiene que la probabilidad de que el valor suba en el siguiente periodo es $p_u = 0.1667$, en el nodo (1,-1) la probabilidad de que el valor se mantenga es $p_m = 0.6956$ y en el nodo (2,2) la probabilidad que el valor baje es $p_d = 0.0545$ ⁷⁹.

Tabla 4-2: Probabilidades de transición obtenidas para el ejemplo base.

Probs de Transición Ejemplo Base			
Nodo (i,j)	p_u	p_m	p_d
(0,0)	0.1667	0.6667	0.1667
(1,1)	0.0961	0.6956	0.2083
(1,0)	0.1667	0.6667	0.1667
(1,-1)	0.2661	0.6956	0.0383
(2,2)	0.7145	0.2311	0.0545
(2,1)	0.0961	0.6956	0.2083
(2,0)	0.1667	0.6667	0.1667
(2,-1)	0.2661	0.6956	0.0383
(2,-2)	0.0545	0.2311	0.7145

⁷⁹ Luego se verá que se trata de un nodo tipo límite superior, donde dicha probabilidad se considera cuando la variable de estado cae dos nodos en la transición (ver Figura 4-7b.)

Segunda Etapa: Definición de estructura del árbol y dinámica de precios

A continuación se calcula el tamaño del árbol y la estructura definida por la volatilidad del proceso, así se obtienen los saltos discretos que dará el precio en cada transición de estado. Luego, se obtiene la ramificación definida por la dinámica de los precios cuyos valores se presentan en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3: Precios resultantes para cada nodo en el ejemplo base.

Precios Spot para cada Nodo [US/MWh]				
(i,j)	0	1	2	3
2			155.14	151.80
1		127.20	123.25	119.91
0	100	95.31	91.35	88.01
-1		63.42	59.46	56.12
-2			27.56	24.23

En la Figura 4-8 se ilustra la estructura del árbol generado⁸⁰. Se observa que la malla de precios tiende a la baja dado por el precio de largo plazo del ejemplo, situación característica de un proceso con reversión a la media, asimismo la dinámica resultante, estabiliza la ramificación en el segundo periodo, así el nodo (2,2) resulta ser uno tipo límite máximo y el nodo (2,-2) resulta ser de tipo límite mínimo.

⁸⁰ La ilustración es un dibujo y representa una estructura aproximada para la ramificación resultante de la dinámica del precio.

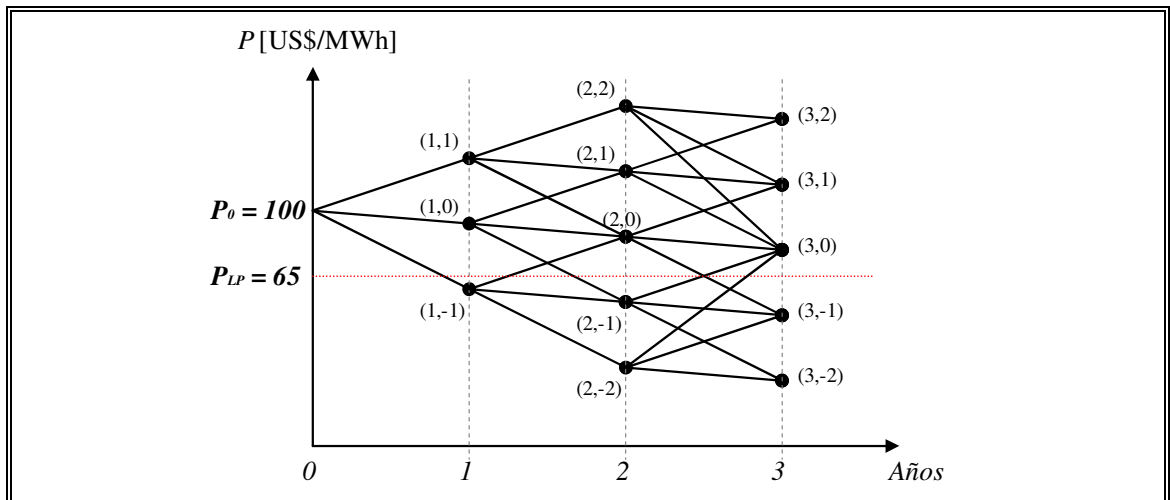


Figura 4-8: Ilustración de la estructura de ramificación para el ejemplo base.

Tercera Etapa: Cálculo del valor de la opción real vía programación dinámica

Una vez definida la dinámica del precio para cada nodo en las respectivas oportunidades de ejercicio, el algoritmo calcula el valor de la oportunidad de inversión (opción real) a través de programación dinámica. En primer lugar, se calcula el valor de estado del proyecto (ecuación 4.49) para cada nodo del árbol, también llamado valor de ejercer la opción inmediatamente, es decir, el VAN del proyecto de acuerdo a la ecuación del valor presente (ecuación 4.38) y el valor de la inversión $I = 350$ [MMUS\$]. En la Tabla 4-4 se muestran dichos valores, encontrándose valores de estado negativos, evidentemente, esto significa que dado los precios en dichos nodos, el VAN resultante es menor que cero.

Tabla 4-4: Valor de estado del proyecto para cada nodo del ejemplo base.

Valor de Estado para cada Nodo [MMUS\$]				
(i,j)	0	1	2	3
2			294.226	282.178
1		193.395	179.114	167.066
0	95.209	78.282	64.001	51.953
-1		-36.830	-51.111	-63.159
-2			-166.224	-178.272

Luego, se inicia el proceso de cálculo de la estrategia óptima de decisión hacia atrás (*backward*) desde el último periodo (tercer periodo en este caso) en que se conoce el valor de nodo respectivo (condición de borde: ecuación 4.52). En la Tabla 4-5 se muestran los valores de nodo calculados, por ejemplo, para el nodo (3,-1) se tiene:

$$V_{3,-1}^{nodo} = \text{Max}\{-63.159, 0\} = 0 \text{ [MMUS\$]}$$

Por supuesto, la decisión en (3,-1) es no invertir. Una vez determinados todos los valores de nodo del último periodo, se ejecuta el procedimiento en el periodo anterior, donde se deben calcular los valores de transición respectivos (ecuación 4.50). A modo de ejemplo, el valor de transición en el nodo (2,-2) será (observar que dicho nodo corresponde a uno tipo límite inferior):

$$V_{2,-2_c}^{transición} = [0.0545 \cdot 51.953 + 0.2311 \cdot 0 + 0.7145 \cdot 0] \cdot \frac{1}{1.1} = 2.572 \text{ [MMUS\$]}$$

El valor de nodo resulta:

$$V_{2,-2}^{nodo} = \text{Max}\{-166.224, 2.572\} = 2.572 \text{ [MMUS\$]}$$

De esta forma, la decisión en (2,-2) es esperar. Desarrollando el procedimiento para todos los nodos del segundo periodo, se retrocede al primer periodo para realizar el mismo cálculo. Finalmente, en el nodo inicial (0,0), se calcula el valor de transición:

$$V_{0,0_a}^{transición} = [0.1667 \cdot 193.395 + 0.6667 \cdot 78.282 + 0.1667 \cdot 23.521] \cdot \frac{1}{1.1} = 80.319 \text{ [MMUS\$]}$$

Así, el valor de nodo que corresponde al valor de la oportunidad de inversión del proyecto, resulta:

$$V_{0,0}^{nodo} = \text{Max}\{88.319, 95.209\} = 95.209 \text{ [MMUS\$]}$$

De esta manera, la decisión óptima para este ejemplo es invertir inmediatamente.

Tabla 4-5: Valor de nodo del proyecto del ejemplo base.

Valor de Nodo [MMUS\$]				
(i,j)	0	1	2	3
2			294.226	282.178
1		193.395	179.114	167.066
0	95.209	78.282	64.001	51.953
-1		23.521	12.569	0.000
-2			2.572	0.000

La Figura 4-9 grafica el valor de ejercer inmediatamente (línea recta) y el valor de la oportunidad de inversión (curva convexa) versus el parámetro α , para el caso base (0) y dos casos más (1 y 2) donde se varía la volatilidad de los precios en términos de la desviación estándar (parámetro σ), además en la Tabla 4-6 se presentan los principales resultados numéricos del ejemplo.

En primer lugar, para el caso base se observa que el valor óptimo de la inversión se produce con un valor crítico de $\alpha^* = 17.685$ [US\$/MWh] menor que el parámetro base ($\alpha = 25$ [US\$/MWh]), por lo tanto, recordando el valor del nivel medio histórico de largo plazo definido para el ejemplo ($\bar{P} = 45$ [US\$/MWh]) el proyecto es óptimo para un precio crítico de largo plazo $P_{LP}^* = 62.685$ [US\$/MWh] con un valor óptimo del proyecto de 35.963 [MMUS\$]. Cabe hacer notar que el valor de ejercer inmediatamente (VAN estático) es positivo desde $\alpha = 13.245$ [US\$/MWh], lo que permite decir que según la evaluación estática del proyecto (sin considerar la incertidumbre) el VAN es positivo en $P_{LP} = 58.245$ [US\$/MWh].

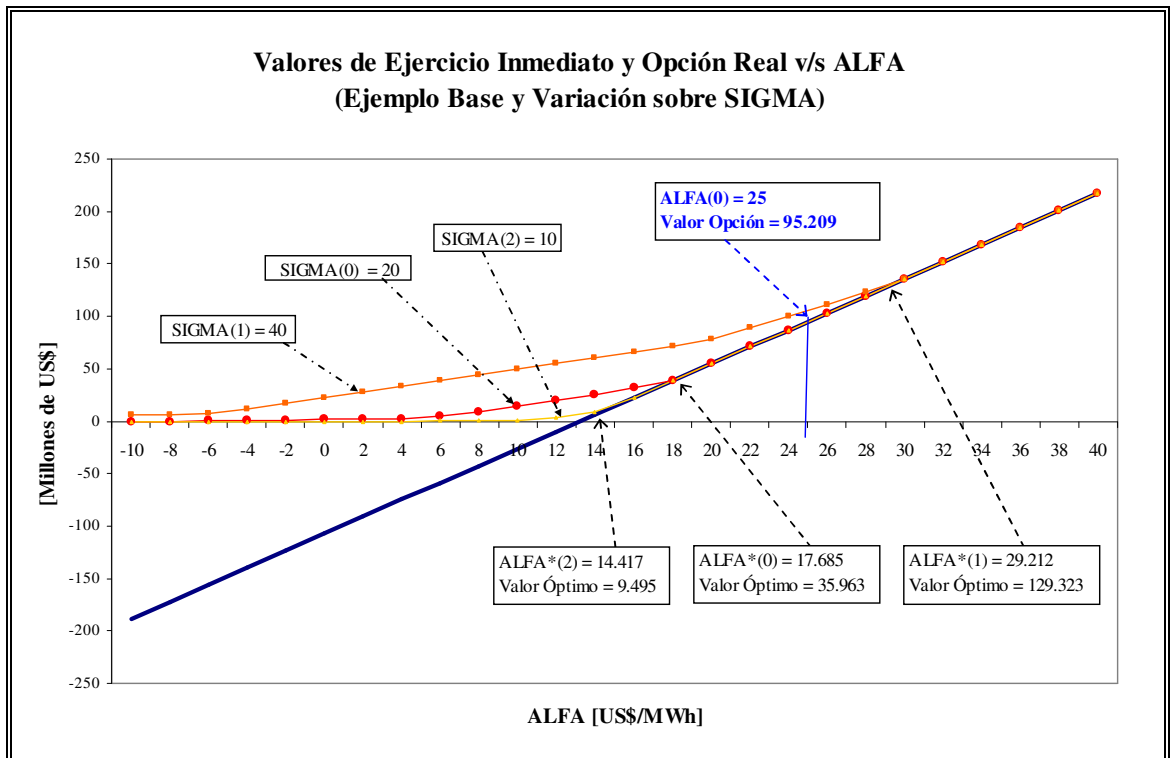


Figura 4-9: Valor de ejercicio inmediato y opción real v/s ALFA para el ejemplo base y variaciones sobre la desviación estándar σ .

La forma estratégica de interpretar los resultados obtenidos, considera que si se toma en cuenta la flexibilidad de decidir el momento cuando invertir, dada la incertidumbre provocada por la evolución de los precios, se pueden inferir las siguientes apreciaciones:

- No se debe invertir en el proyecto evaluado (caso base) si el precio de largo plazo (P_{LP}) está por debajo de 37.808 [US\$/MWh] (ALFA límite mínimo: $\alpha = -7.192$ [US\$/MWh]).
- Con un precio menor al precio crítico de largo plazo $P_{LP}^* = 62.685$ [US\$/MWh], la decisión es esperar, luego por sobre dicho precio la recomendación es invertir.
- El valor crítico de la oportunidad de inversión es 35.963 [MMUS\$], sin embargo, dado los parámetros del proyecto, se supone que “hoy” $P_{LP} = 70$ [US\$/MWh], con

lo cual el valor de la opción de invertir es 95.209 [MMUS\$], por lo tanto, la decisión recomendada es invertir inmediatamente.

Tabla 4-6: Resultados ejemplo base y casos de variación en volatilidad.

Ejemplo	Base	Caso 1	Caso 2
SIGMA [US\$/MWh]	20	40	10
Valor Opción [MMUS\$]	95.209	106.124	95.209
ALFA* [US\$/MWh]	17.685	29.212	14.417
ALFA Lim Min [US\$/MWh]	-7.192	-32.381	5.41
Valor Crítico Opción [MMUS\$]	35.963	129.323	9.495
Precio LP* [US\$/MWh]	62.685	74.212	59.417
Menor Precio LP [US\$/MWh]	37.808	12.619	50.410

Desde el punto de vista de las variaciones en la volatilidad, se puede concluir que el comportamiento del valor de la oportunidad de invertir es consecuente con la teoría de opciones reales. Esto significa, que la incertidumbre agrega valor al proyecto, con $\sigma = 40$ [US\$/MWh] (caso 1) el valor de la opción es 106.124 [MMUS\$], sin embargo el precio crítico igualmente es mayor 74.212 [US\$/MWh]. Con lo cual se deduce que si los precios presentan mayor volatilidad, se recomienda tomar la decisión de invertir con precios más altos, pero se conseguirá un mayor valor de la inversión.

Con el ejemplo desarrollado se ha intentado mostrar de forma intuitiva el mecanismo de operación del esquema de opciones reales, se ha dejado en evidencia el potencial del análisis cuyos resultados claramente logran dar una visión distinta en la evaluación de activos de generación eléctrica, y eventualmente pueden entregar un apoyo en la toma de decisiones de inversión.

En el siguiente capítulo se aplica la evaluación de opciones reales para proyectos de inversión con diferentes tecnologías de generación en los dos principales mercados eléctricos del país (SIC y SING), manteniendo el esquema de análisis del ejemplo anterior.

5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA EN EL MERCADO ENERGÉTICO CHILENO

La aplicación de la metodología de análisis de inversiones se realiza en el mercado energético chileno, en particular en los mercados eléctricos definidos por los dos principales sistemas del país (SIC y SING). Las diferencias estructurales de ambos mercados, permiten estudiar y mostrar el desempeño de la metodología propuesta para evaluar inversiones en mercados con distintas dinámicas de comportamiento.

En primer lugar, se dejan claramente establecidos los supuestos bajo los cuales se ha diseñado el análisis desarrollado junto con las características de los proyectos de inversión evaluados. Luego se aplica el algoritmo trinomial sobre los casos bases escogidos para los sistemas eléctricos estudiados, utilizando la estimación de parámetros con las series históricas completas y el escenario de largo plazo Mejor Expectativa de Mercado.

Finalmente, se ejecuta un análisis de la metodología realizándose estáticas comparativas sobre la volatilidad de precios en términos de la desviación estándar del proceso de precios y la tasa de reversión a la media definida por el parámetro κ .

5.1 Supuestos para la Aplicación de la Metodología

La aplicación del enfoque de opciones reales en el análisis de inversiones en el mercado energético chileno se realiza bajo supuestos que deben ser considerados para lograr un análisis consistente y obtener resultados coherentes. Sin perjuicio de lo anterior, se ha privilegiado un análisis sobre las principales variables y propiedades de los modelos relacionados directamente con la investigación.

En este sentido, se ha elegido no realizar una búsqueda estrictamente rigurosa de las características y los parámetros de las tecnologías evaluadas, en este sentido, se ha considerado valores conocidos y de información pública que cumplen con la consistencia señalada. El fundamento del esquema, es que las empresas generadoras o inversionistas interesados en participar en el negocio de generación eléctrica poseen información asimétrica de costos y parámetros de las tecnologías evaluadas, no obstante la metodología propuesta es totalmente flexible para incorporar dicha información.

5.1.1 Características de las Inversiones Analizadas

Los proyectos de generación evaluados para aplicar la metodología, corresponden a potenciales tecnologías de expansión en el mercado energético del país. Se trata básicamente de centrales alimentadas con combustibles fósiles (carbón, gas natural y petróleo diesel) cuyos principales parámetros se muestran en la Tabla 5-1.

La inversión total incluye el costo de desarrollo de las tecnologías analizadas junto con aproximaciones gruesas de inversiones en infraestructura de abastecimiento de combustibles, en muelles, planta de gas y logística diesel según corresponda. De forma tradicional, los costos variables se descomponen en costos variables combustibles y costos variables no combustibles. Finalmente, los costos fijos incluyen aproximaciones para la anualidad de los costos de operación, mantenimiento y administración (COMA) y los pagos por uso de los sistemas de transmisión.

Tabla 5-1: Características de los proyectos de inversión en tecnologías de generación eléctrica evaluados.

Parámetros	Unidades	Carbón A	Carbón B	CCGNL	FAGNL	CAGNL	TDiesel
Capacidad	MW	400	200	350	35	120	50
Factor de Planta	pu	0.9	0.9	0.52	0.227	0.08	0.05
Inversión Central por kW	US\$/kW	1400	1600	520	265	400	500
Inversión Central	MMUS\$	560.00	320.00	182.00	9.28	48.00	25.00
Inversión Infraestructura	MMUS\$	30.0	30.0	50.0	2.6	3.0	3.0
Total Inversión	MMUS\$	590.00	350.00	232.00	11.88	51.00	28.00
Cosumo Específico	Ton/MWh	0.344	0.344	6.18	8.328	8.328	0.24
Precio Combustible	US\$/Ton(MBtu)	80.00	80.00	8.23	8.23	8.23	603.52
Costo Variable Combustible	US\$/MWh	27.52	27.52	50.86	68.54	68.54	144.84
Costo Variable No-Combustible	US\$/MWh	3.0	3.0	2.5	2.5	2.5	7.9
Costo Variable	US\$/MWh	30.52	30.52	53.36	71.04	71.04	152.73
Costo Variable Anual	MMUS\$/año	96.25	48.12	85.08	4.94	5.97	3.34
Anualidad COMA	MMUS\$/año	12	12	4.12	0.22	1.1	0.5
Pagos de Transmisión	MMUS\$/año	8	8	1.5	0.15	0.75	0.2
Costo Fijo Anual	MMUS\$/año	20	20	5.62	0.37	1.85	0.7
Vida Útil	años	24	24	24	24	24	24
Plazo Construcción	meses	36	36	24	24	12	12

Queda en evidencia que el proyecto de fuegos adicionales con gas natural licuado (FAGNL) está condicionado a la existencia del proyecto de ciclo combinado (CCGNL). Se ha considerado que los parámetros de las tecnologías de generación no varían de un

sistema a otro, es decir, no existe variación en los costos según la localización de las centrales.

De acuerdo al margen comercial de las inversiones en generación eléctrica (ver sección 2.4.5), en el mercado eléctrico chileno, las centrales de generación obtienen ingresos básicamente por energía y potencia.

5.1.2 Principales Supuestos

Para ejecutar la aplicación de la metodología de inversiones bajo incertidumbre desarrollada, se definirán supuestos de comercialización y análisis que tienen como objetivo construir una estructura simple y transparente de evaluación en las variables contingentes a los conceptos relacionados directamente con la investigación.

Bajo este concepto, se procederá en la aplicación bajo los siguientes supuestos:

- Se ha elegido utilizar un factor de planta promedio fijo, es decir, las tecnologías presentan una generación esperada anual conocida, esto permite trabajar con una variable cierta que evidentemente, en mercados eléctricos depende del despacho esperado de la central de generación.
- Las centrales generadoras contratan exacta y completamente su generación anual, es decir, no participan del mercado spot. Lo que permite considerar la total dependencia de los ingresos en los precios de largo plazo en el momento de ejercer la opción de invertir.
- Los ingresos por potencia son por concepto de suficiencia simple, es decir, dependen de un precio fijo definido en 8 [US\$/kW/mes] y un factor de suficiencia fijo de 0.7 para todas las tecnologías.
- Se considera que la principal incertidumbre del mercado es el precio de la electricidad que impacta en el valor del proyecto y la oportunidad de inversión, así el análisis se ejecuta rigurosamente bajo dicho concepto. Por este motivo se han elegido los parámetros α , κ y σ como críticos en el análisis, porque el primero

representa las expectativas del mercado de largo plazo, el segundo la estabilidad de la dinámica del precio y el tercero la volatilidad del precio spot.

- Se considera una tasa de descuento fija de 10 % anual para todos los proyectos de inversión, esta definición es relevante (revisar discusión en sección 4.3.2) porque permite modelar el riesgo por la incertidumbre sobre los precios de la electricidad en los flujos de caja del proyecto.
- Se utilizarán como base los parámetros estimados con las series completas de precios (ver sección 3.5.2), junto con los valores del parámetro α asociado al escenario de Mejor Expectativa de Mercado (MEM, ver sección 3.5.5).
- No se considera impactos macroeconómicos en el valor de los proyectos, ni efectos tributarios.

5.2 Aplicación en el Sistema Interconectado Central

En el Sistema Interconectado Central se analizan seis tecnologías de generación definidas en la sección anterior, para esto se presentan los parámetros para el SIC, los resultados encontrados y un análisis de enfoque estratégico sobre las decisiones de inversión recomendadas.

5.2.1 Parámetros para el SIC

Los valores definidos para el SIC se presentan en la Tabla 5-2. El precio spot inicial corresponde al costo marginal promedio mensual de octubre de 2007, determinado por el CDEC-SIC. El resto de los parámetros señalados fueron estimados en el Capítulo 3 del presente documento (corresponden a la estimación con las series completas), incluyendo el escenario de Mejor Expectativa de Mercado (MEM) para el parámetro α que define las expectativas del mercado, con lo cual se establece un precio de largo plazo del mercado $P_{LP} = 65.06$ [US\$/MWh]. Cabe señalar, que los valores de κ y σ están expresados en términos anuales.

Tabla 5-2: Parámetros de precios para el Sistema Interconectado Central.

Parámetros SIC		
Precio Spot Inicial*	153.75	[US\$/MWh]
Nivel Medio LP	44.84	[US\$/MWh]
Kappa Anual	4.02	s.u.
Sigma Anual	155.55	[US\$/MWh]
Alfa	20.22	[US\$/MWh]
Precio de Largo Plazo	65.06	[US\$/MWh]

*Costo marginal promedio mensual Octubre 2007

El escenario base es simulado con un vencimiento de tres años para la opción de invertir, con 36 oportunidades de ejercicio para cada tecnología, es decir, la inversión se puede ejecutar (i.e. la opción se puede ejercer) en cada mes del periodo antes del vencimiento.

5.2.2 Resultados y Recomendaciones para Proyectos en el SIC

En la Tabla 5-3 se presentan los resultados para cada una de las tecnologías evaluadas; se muestra el valor de ejercicio inmediato, el valor de la opción de invertir y la estrategia recomendada.

Tabla 5-3: Resultados para proyectos en el SIC, con un vencimiento de 3 años y 36 oportunidades de ejercicio.

Proyectos SIC	Potencia Neta [MW]	Inversión [MMUS\$]	Valor Ejercer Hoy [MMUS\$]	Valor Opción [MMUS\$]	Decisión Estratégica
CARBÓN A	400	590.00	192.24	192.24	Invertir
CARBÓN B	200	350.00	-26.38	12.19	Esperar
CCGNL	350	232.00	40.72	51.45	Esperar
FAGNL	35	11.88	-0.19	1.09	Esperar
CAGNL	120	51.00	-4.00	1.02	Esperar
TDIESEL	50	28.00	-21.86	0.00	No Invertir

En primer lugar, se establece la decisión estratégica recomendada para la central de carbón A (400 MW), el valor de la oportunidad de inversión es 192.24 [MMUS\$], igual que el valor de invertir inmediatamente, por lo tanto, la decisión recomendada es invertir hoy. En

cambio, la carbonera B (200 MW) tiene un $VAN_{estático}$ negativo si se decide la inversión de inmediato, sin embargo, considerando la flexibilidad del proyecto el valor de la oportunidad de inversión es positivo e igual a 12.19 [MMUS\$], con lo cual se recomienda esperar. De la misma forma, las tecnologías alimentadas con GNL alcanzan un mayor valor si la decisión de invertir se proroga, en particular, los FAGNL y CAGNL resultan con un $VAN_{estático}$ negativo. Una estrategia distinta se recomienda para la turbina Diesel, la cual no alcanza a tener un valor positivo, de este modo la decisión es no invertir.

Los gráficos mostrados en la Figura 5-1, muestran las curvas definidas por los valores de ejercicio inmediato (líneas rectas) y el valor de la opción de inversión (curvas convexas) versus el comportamiento del parámetro α de los proyectos Carbón A, Carbón B y CCGNL.

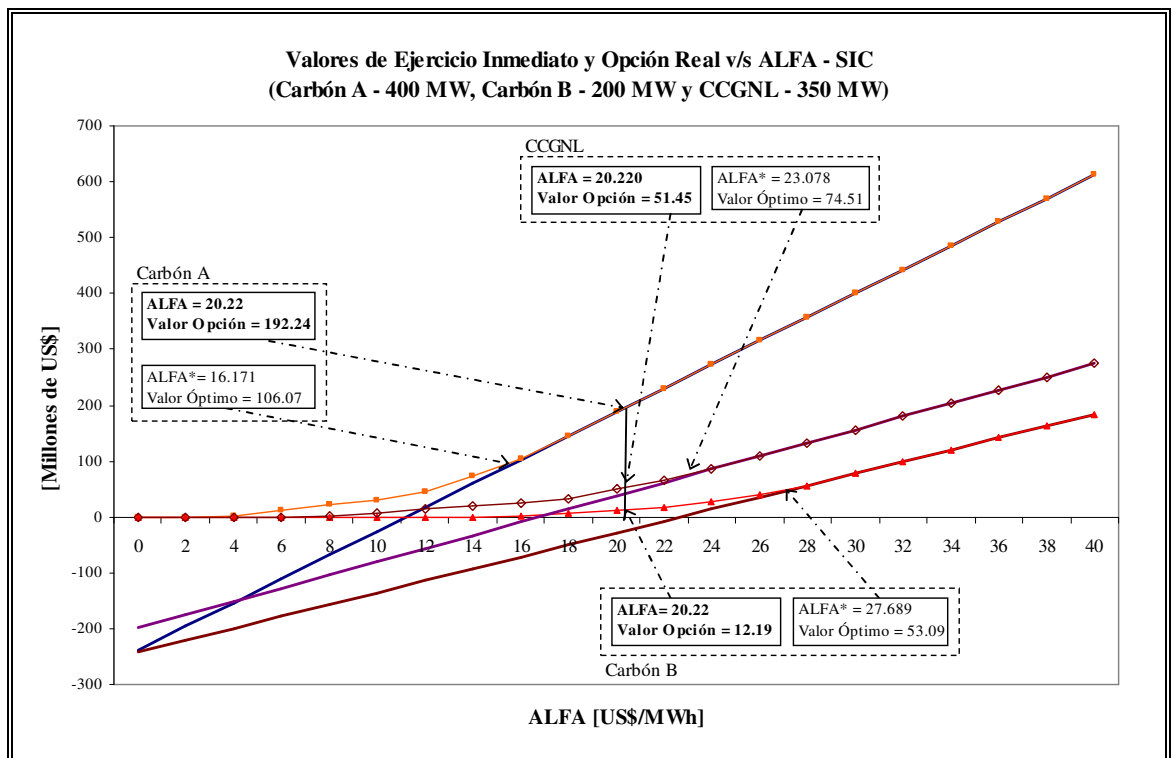


Figura 5-1: Valor de ejercicio inmediato y valor de la opción real de invertir en proyectos de carboneras y CCGNL v/s parámetro α para el SIC, con un vencimiento de 3 años y 36 oportunidades de ejercicio.

En la Tabla 5-4 se incluyen las soluciones de valor crítico de ALFA (α^*) que define el precio crítico de largo plazo (P_{LP}^*) y en consecuencia, el valor donde se hace óptima la inversión en cada uno de los proyectos evaluados. Además, se incluye el valor límite mínimo del parámetro α que establece la frontera donde el valor de la oportunidad de la inversión es positivo.

Tabla 5-4: Valor límite mínimo y crítico para α , valor óptimo del proyecto, precios mínimo y crítico de largo plazo para cada proyecto de inversión en el SIC, con un vencimiento de 3 años y 36 oportunidades de ejercicio.

Resultados SIC	Carbón A	Carbón B	CCGNL	FAGNL	CAGNL	Tdiesel
ALFA Lim Min [US\$/MWh]	3.548	15.057	6.892	10.702	13.516	129.926
Menor Precio LP [US\$/MWh]	48.388	59.897	51.732	55.542	58.356	174.766
ALFA* [US\$/MWh]	16.171	27.689	23.078	26.902	33.662	156.450
Precio LP* [US\$/MWh]	61.011	72.529	67.918	71.742	78.502	201.290
Valor Óptimo Opción [MMUS\$]	106.07	53.10	74.52	3.26	5.18	2.36

Según los resultados obtenidos, se pueden realizar las siguientes apreciaciones:

- El proyecto de la carbonera de 400 MW tiene un valor crítico de $\alpha^* = 16.171$ [US\$/MWh] lo que equivale a un precio crítico de largo plazo de $P_{LP}^* = 61.011$ [US\$/MWh] junto con un valor de 106.07 [MMUS\$] para la inversión, por lo tanto, se recomienda invertir hoy en dicho proyecto.
- Para la carbonera de 200 MW, una evaluación tradicional (estática) no recomienda invertir en el proyecto, dado que $VAN_{estático} < 0$. Sin embargo, si se toma en cuenta la flexibilidad en la decisión, se recomienda esperar que el precio de largo plazo alcance $P_{LP}^* = 72.529$ [US\$/MWh] (que corresponde a $\alpha^* = 27.689$ [US\$/MWh]) para invertir en dicha tecnología, con lo cual se obtiene un valor del proyecto de 53.095 [MMUS\$]. Según la teoría de opciones reales, se recomienda la inversión una vez que el precio supera el valor crítico.
- La inversión en la tecnología de ciclo combinado con GNL tiene un $VAN_{estático} > 0$, por lo tanto, la evaluación tradicional recomienda la inversión. Pero considerando la

opción que poseen los inversionistas de esperar el mejor momento para tomar la decisión, la inversión es óptima una vez que el precio de largo plazo sea $P_{LP}^* = 67.918$ [US\$/MWh], lo que genera un valor del proyecto de 74.516 [MMUS\$].

- No se recomienda la inversión en turbinas Diesel. El valor α^* es muy alto, lo que define un precio crítico de largo plazo de $P_{LP}^* = 201.290$ [US\$/MWh] para alcanzar el nivel donde la inversión es óptima.

Es necesario tener en consideración y recordar los supuestos bajo los cuales se ha desarrollado la aplicación y el análisis de los resultados. Por ejemplo, a pesar de que la recomendación de inversión en la turbina Diesel es negativa, se debe recordar que la estructura de comercialización supuesta es bajo una contratación exacta y total de la generación anual definida por un factor de planta fijo y el precio de largo plazo, por lo tanto, las opciones operacionales que pueden aprovechar las centrales de punta no son cuantificadas en la aplicación desarrollada.

Evidentemente, las soluciones obtenidas y las recomendaciones subyacentes, son resultado de los parámetros y supuestos definidos, junto con la metodología aplicada. Sin perjuicio de lo anterior, es posible concluir que se han obtenido valores coherentes, lo que permite validar las recomendaciones estratégicas de decisión.

5.3 Aplicación en el Sistema Interconectado del Norte Grande

En el Sistema Interconectado del Norte Grande se analizan tres tecnologías de generación, las carboneras de 400 y 200 MW junto con la turbina Diesel. Se presentan los parámetros de precios, los resultados encontrados y el análisis estratégico de acuerdo a las decisiones recomendadas.

5.3.1 Parámetros para el SING

Los parámetros estimados para el SING se incluyen en la Tabla 5-5. El precio spot inicial ($P_0 = 137.83$ [US\$/MWh]) corresponde al costo marginal promedio mensual de octubre de 2007 determinado por el CDEC-SING. La estimación respectiva de parámetros estableció un precio de largo plazo del mercado $P_{LP} = 83.17$ [US\$/MWh]. Cabe señalar, que los

valores de κ y σ están expresados en términos anuales y como se expresó en la sección 3.5.2, la estimación entregó altos valores en dichos parámetros cuando se utilizó la serie completa de precios. Recordando lo señalado al estimar los parámetros, los precios spot del SING a pesar de tener una fuerte volatilidad, caen necesariamente de forma rápida al valor de largo plazo.

Tabla 5-5: Parámetros de precios para el Sistema Interconectado del Norte Grande.

Parámetros SING		
Precio Spot Inicial*	137.83	[US\$/MWh]
Nivel Medio LP	29.28	[US\$/MWh]
Kappa Anual	29.52	s.u.
Sigma Anual	221.62	[US\$/MWh]
Alfa	53.89	[US\$/MWh]
Precio de Largo Plazo	83.17	[US\$/MWh]

*Costo marginal promedio mensual Octubre 2007

Al igual que el SIC, se supondrá un vencimiento de tres años para la opción de invertir, pero para el sistema nortino se definirán 1095 oportunidades de ejercicio para cada tecnología, es decir, la decisión se puede tomar (i.e. la opción se puede ejercer) en cada uno de los días del periodo antes del vencimiento. Con esto se pretende aproximar la solución a una opción americana continua y evaluar el desempeño del algoritmo trinomial.

5.3.2 Resultados y Recomendaciones para Proyectos en el SING

Los resultados para el escenario de mejor expectativa del SING se presentan en la Tabla 5-6, donde se incluyen los valores de ejercicio inmediato y de la oportunidad de inversión en los proyectos respectivos, además de las decisiones estratégicas recomendadas.

Tabla 5-6: Resultados para proyectos en el SING escenario MEM, con un vencimiento de 3 años y 1095 oportunidades de ejercicio.

Proyectos SING	Potencia Neta [MW]	Inversión [MMUS\$]	Valor Ejercer Hoy [MMUS\$]	Valor Opción [MMUS\$]	Estrategia
CARBÓN A	400	590.00	577.18	577.18	Invertir Ahora
CARBÓN B	200	350.00	166.09	168.95	Esperar
TDIESEL	50	28.00	-18.72	0.00	No Invertir

El proyecto de inversión en la carbonera de 400 MW es óptimo hoy, ya que los valores de ejercicio inmediato y de oportunidad son iguales, destacándose el altísimo retorno sobre la inversión de dicho proyecto $ROI = 97.8 \%$. La carbonera de 200 MW tiene un valor de oportunidad de inversión mayor al valor de ejercer hoy, con lo cual la recomendación es esperar, sin embargo, la diferencia entre dichos valores no es considerable 2.860 [MMUS\$]. Finalmente, la turbina Diesel no alcanza valores positivos, lo que significa no recomendar la inversión.

Se muestra en la Figura 5-2, los valores de ejercicio inmediato y el valor de la oportunidad de inversión versus el parámetro α de los proyectos Carbón A y Carbón B, incluyéndose los principales valores críticos en la Tabla 5-7.

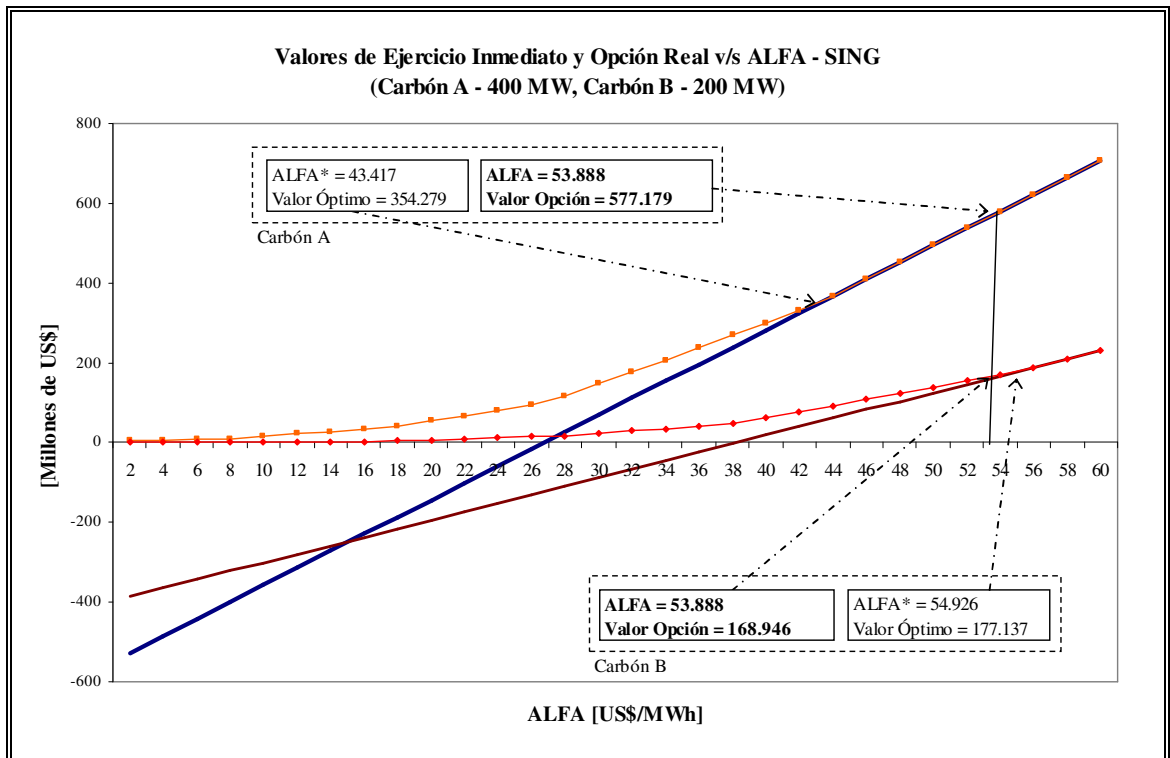


Figura 5-2: Valor de ejercicio inmediato y valor de la opción real de invertir en proyectos de carboneras v/s parámetro α para el SING, con un vencimiento de 3 años y 1095 oportunidades de ejercicio.

Tabla 5-7: Valor límite mínimo y crítico para α , valor óptimo del proyecto, precios mínimo y crítico de largo plazo para cada proyecto de inversión en el SING, con un vencimiento de 3 años y 1095 oportunidades de ejercicio.

Resultados SING	Carbón A	Carbón B	Tdiesel
ALFA Lim Min [US\$/MWh]	-1.498	10.012	125.943
Menor Precio LP [US\$/MWh]	27.781	39.291	155.222
ALFA* [US\$/MWh]	43.417	54.926	177.736
Precio LP* [US\$/MWh]	72.696	84.205	207.015
Valor Óptimo Opción [MMUS\$]	354.28	177.14	3.43

De acuerdo a los resultados obtenidos se pueden realizar las siguientes aseveraciones:

- El valor crítico $\alpha^* = 43.417$ [US\$/MWh] de la central Carbón A resulta menor al valor base, en este sentido, dicho valor genera un $P_{LP}^* = 71.696$ [US\$/MWh] y un valor de la opción de 354.279 [MMUS\$], por lo tanto, la decisión estratégica recomendada es estrictamente invertir hoy. Cabe señalar, el valor límite mínimo de α para este proyecto el cual es -1.498 [US\$/MWh] lo que significa que el valor de la opción de invertir es positivo hasta con un $P_{LP} = 27.781$ [US\$/MWh].
- La inversión en la carbonera de 200 MW se hace óptima con un $P_{LP}^* = 84.205$ lo que resulta en un valor de 177.137 [MMUS\$]. En las condiciones actuales, la recomendación es esperar dado que la opción de invertir resulta 168.95 [MMUS\$].

5.4 Análisis de la Metodología

En esta sección se realiza un análisis de la metodología, con el objetivo de revisar el impacto de los parámetros y variables relevantes en la decisión de inversión. Se realiza una estática comparativa en función de los principales parámetros estimados del modelo de precios, la volatilidad en términos de la desviación estándar y la tasa de reversión.

5.4.1 Estática Comparativa Sobre la Desviación Estándar

En este trabajo, la incertidumbre del precio spot de la electricidad se representa con la volatilidad del precio, bajo este concepto se realiza una estática comparativa para distintos valores de la desviación estándar del precio spot. En la Tabla 5-8 presenta el valor de la oportunidad de inversión (opción real) de cada uno de los proyectos de inversión evaluados en el SIC, para distintos valores de volatilidad anual en términos de la desviación estándar σ [US\$/MWh].

El valor de la opción de invertir en el proyecto de la central carbonera de 400 MW no es afectada por la variación en la volatilidad del spot. Lo que significa que según las condiciones del mercado dadas por el modelamiento del precio de la electricidad, es óptimo invertir hoy en dicho proyecto, a pesar de que aumente o disminuya la incertidumbre.

Para cada uno de los demás proyectos, el valor de la oportunidad de inversión aumenta con el crecimiento de la volatilidad. Por lo tanto, se puede inferir que la incertidumbre del precio agrega valor a dichos proyectos. Sólo el proyecto de la turbina Diesel no alcanza un valor positivo a pesar de las variaciones en volatilidad.

Tabla 5-8: Valor de la oportunidad de inversión comparada según desviación estándar, para proyectos en el SIC. (Opción vence en 3 años con 36 oportunidades de ejercicio).

Valor de la Oportunidad de Inversión [MMUS\$] - Proyectos en el SIC						
Desv Est	CARBÓN A	CARBÓN B	CCGNL	FAGNL	CAGNL	TDIESEL
$\sigma = 50$	192.24	0.00	40.72	0.31	0.00	0.00
$\sigma = 75$	192.24	2.82	40.72	0.50	0.00	0.00
$\sigma = 100$	192.24	5.73	42.67	0.68	0.31	0.00
$\sigma = 125$	192.24	8.64	46.62	0.87	0.63	0.00
$\sigma = 150$	192.24	11.55	50.57	1.05	0.95	0.00
$\sigma = 175$	192.24	14.46	54.56	1.23	1.27	0.00
$\sigma = 200$	192.24	17.37	58.54	1.42	1.59	0.00
$\sigma = 225$	192.24	20.28	62.53	1.60	1.91	0.00

La Figura 5-3 muestra el nivel de variación en términos porcentuales del aumento del valor de la opción de invertir en los proyectos evaluados con respecto a la volatilidad del precio. Para entender la gráfica se explicita un caso: la tecnología Carbón B crece en 203.2 % con un aumento en la desviación estándar de 75 [US\$/MWh] a 100 [US\$/MWh], luego crece 150.8 % con un cambio en la volatilidad de 100 [US\$/MWh] a 125 [US\$/MWh], es decir, tiene un crecimiento menor que el paso anterior.

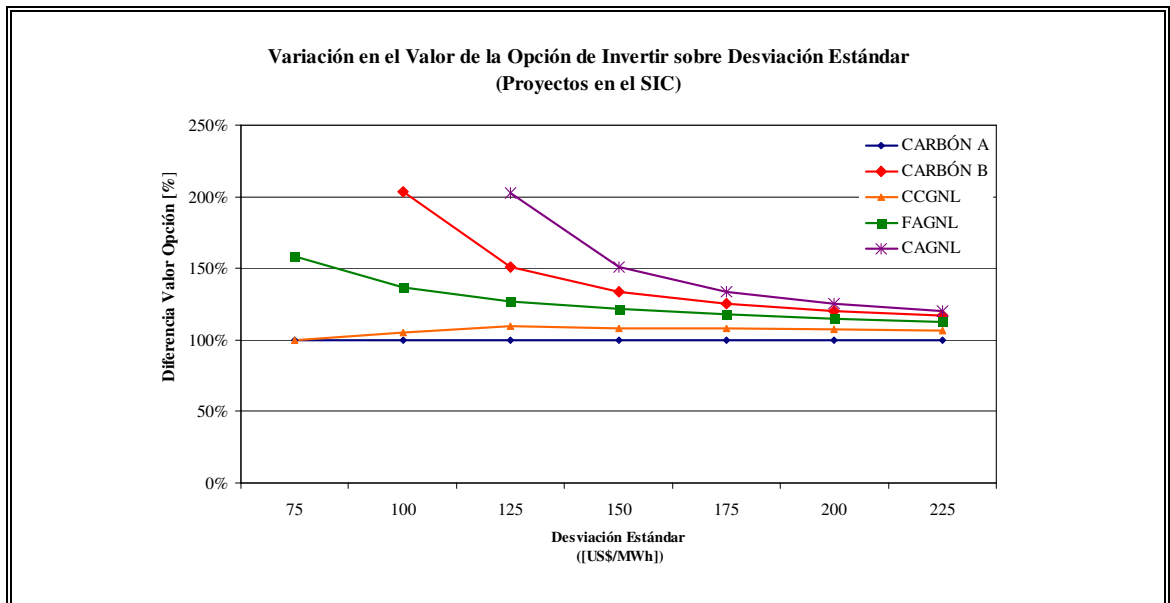


Figura 5-3: Variación porcentual en el valor de la oportunidad de inversión respecto a la volatilidad del precio, para proyectos en el SIC.

Se observa que el aumento del valor tiende a estabilizarse a medida que se aumenta la volatilidad, y por supuesto, no existen variaciones negativas en el valor. Esto ocurre porque, según la teoría de opciones reales, la incertidumbre sólo agrega valor a los proyectos dado por la estructura convexa de los flujos de caja. Esto quiere decir, que a pesar de que la incertidumbre en el precio de la electricidad puede aumentar los precios y disminuirlos según la estructura de volatilidad, los inversionistas tienen la opción de tomar las decisiones de inversión en los escenarios positivos y simplemente, no invertir en los escenarios negativos.

Es importante destacar, que la evaluación tradicional de proyectos no toma en cuenta la incertidumbre, por lo tanto, la estructura de volatilidad de los precios resulta irrelevante. Uno de los aportes más importantes del enfoque de análisis de inversiones bajo incertidumbre a través de opciones reales, es exactamente las consideraciones donde la volatilidad de las variables de estado agrega valor a los proyectos de inversión.

5.4.2 Estática Comparativa Sobre la Reversión a la media

La reversión a la media de los precios de la electricidad se estudia en detalle en el Capítulo 3 del presente documento, pero cabe recordar la definición de κ . Representa la tasa a la cual el precio revierte o vuelve al nivel o tendencia media de largo plazo del precio, en otras palabras, es la velocidad con que el precio se estabiliza al precio de largo plazo.

En la Tabla 5-9 se presentan los valores de la oportunidad de inversión de los proyectos evaluados en el SIC, se observa que a medida que crece la velocidad de reversión, disminuye el valor de los proyectos.

Tabla 5-9: Valor de la oportunidad de inversión según reversión a la media, proyectos en el SIC. (Opción vence en 3 años con 36 oportunidades de ejercicio).

Reversión	CARBÓN A	CARBÓN B	CCGNL	FAGNL	CAGNL	TDIESEL
$\kappa = 1$	518.92	181.96	254.65	10.03	12.88	0.03
$\kappa = 2$	276.23	64.18	118.15	3.93	4.93	0.00
$\kappa = 3$	198.96	28.15	71.94	2.06	2.24	0.00
$\kappa = 4$	192.25	12.34	51.66	1.10	1.03	0.00
$\kappa = 5$	191.98	5.51	41.83	0.66	0.47	0.00
$\kappa = 6$	191.86	2.15	39.87	0.42	0.18	0.00
$\kappa = 7$	191.81	0.34	39.71	0.28	0.00	0.00
$\kappa = 8$	191.78	0.00	39.62	0.20	0.00	0.00
$\kappa = 9$	191.76	0.00	39.56	0.14	0.00	0.00
$\kappa = 10$	191.75	0.00	39.52	0.11	0.00	0.00

Se puede explicar de forma intuitiva el resultado; lo que produce la reversión a la media es acotar la volatilidad del precio y estabilizar su dinámica, en la sección anterior se demostró que la incertidumbre del precio en términos de su desviación estándar agrega valor al proyecto, por lo tanto, evidentemente a medida que aumenta la velocidad de reversión a la media menor es será la volatilidad del precio y menos valor se agrega a la oportunidad de inversión.

En forma análoga al análisis de estática comparativa en función de la desviación estándar, la Figura 5-4 permite visualizar la variación porcentual del decrecimiento que resulta de

aumentar el valor de κ . A medida que crece κ el valor de las tecnologías Carbón A, CCGNL y FAGNL disminuye menos, por ejemplo, el valor del CCGNL con $\kappa = 2$ es 118.15 [MMUS\$], luego con $\kappa = 3$ es 71.94 [MMUS\$] lo que significa una caída de 60.9 % del valor anterior.

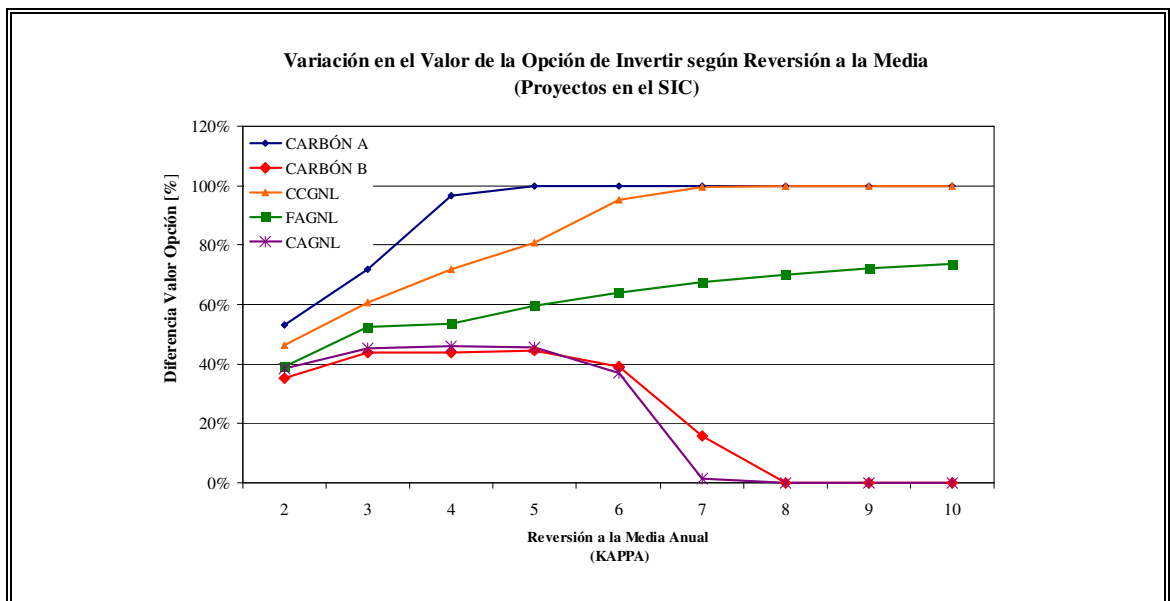


Figura 5-4: Variación porcentual en el valor de la oportunidad de inversión respecto a la reversión a la media del precio, para proyectos en el SIC.

En el caso de las tecnologías Carbón B y CAGNL, la variación en el valor cae a cero porque el aumento del valor de κ produce que el valor de la oportunidad de inversión sea cero en ambos casos, por lo tanto, el efecto del aumento de la tasa de reversión a la media en estos casos es la pérdida del valor de la oportunidad de inversión.

6 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La tesis desarrollada en el presente documento estudió el problema de inversiones bajo condiciones de incertidumbre en mercados eléctricos competitivos, desarrollándose una metodología que involucra el análisis de opciones reales a través de la implementación de un procedimiento numérico de árboles trinomiales. Se evaluaron las oportunidades de inversión en diferentes tecnologías de generación eléctrica en los dos principales mercados eléctricos de Chile, el Sistema Interconectado Central (SIC) y el Sistema Interconectado del Norte Grande (SING). A su vez, se investigó el comportamiento dinámico de los precios spot del SIC y SING, realizándose una estimación de los parámetros para un modelo de precios de un factor estocástico con reversión a la media.

6.1.1 Conclusiones

En términos del comportamiento y modelamiento de precios de los dos principales sistemas eléctricos del país se puede concluir:

- El análisis empírico de las series demostró que los precios spot de ambos mercados eléctricos mantienen las propiedades típicas de precios eléctricos en términos de su dinámica: alta volatilidad, reversión a la media, saltos y situaciones de estacionalidad, y en términos de sus propiedades estadísticas: no estacionariedad, distribución empírica lejos de la normal, fuerte dispersión, asimetría positiva y leptocurtosis.
- La estimación de un modelo de precios de un factor estocástico con reversión a la media, con las series históricas de precios spot diarios, demostró que los precios del SING poseen una mayor volatilidad de precios y reversión a la media en comparación con los precios del SIC.
- A pesar de la simpleza del modelo de precios estimado se logró obtener parámetros coherentes para ser utilizados como datos de entrada para la implementación del algoritmo de opciones reales

- Se logró integrar un esquema financiero de análisis (modelo de precios de un factor estocástico) con un esquema basado en la operación del sistema eléctrico, mediante la determinación de un parámetro definido por las expectativas de largo plazo del mercado eléctrico.
- Finalmente, el análisis de las series y la estimación de parámetros demostraron el impacto que tienen las restricciones de gas natural argentino en el comportamiento dinámico de los precios eléctricos en los sistemas estudiados.

En el desarrollo del análisis de inversiones bajo incertidumbre a través de la aplicación de la teoría de opciones reales en la evaluación de inversiones en generación eléctrica se logra concluir:

- Se logró implementar un procedimiento numérico de árboles trinomiales que evalúa las oportunidades de inversión para diferentes tecnologías de generación eléctrica, encontrándose el valor de la oportunidad de invertir en un periodo determinado restringido.
- Asimismo, la metodología encontró el valor crítico del precio de largo plazo que hace que las inversiones sean óptimas en términos del valor de la oportunidad de inversión.
- En términos de la aplicación realizada en el SIC, las decisiones estratégicas recomendadas se relacionan con los valores de oportunidad obtenidos para los proyectos de generación evaluados. En el SIC, el análisis recomienda la inversión hoy de la carbonera de 400 MW; en el caso de la carbonera de 200 MW y las tecnologías de centrales a GNL la recomendación es esperar el precio crítico respectivo. En el caso del SING, la recomendación es invertir hoy en ambas tecnologías carboneras, no así en la turbina Diesel, la cual tampoco se recomienda invertir.
- No se recomienda la inversión de la turbina Diesel, sin embargo, es necesario recordar los supuestos de la aplicación desarrollada, que no incluye la cuantificación de las opciones operacionales que pueden aprovechar las centrales de punta del

sistema. En este sentido, en el mercado eléctrico chileno se están realizando inversiones en turbinas diesel, lo que puede resultar ser una contradicción con la decisión recomendada. Sin embargo, no lo es debido a la estructura del modelo, el cual está basado en las expectativas de largo plazo del mercado eléctrico. De hecho, los inversionistas en turbinas diesel basan sus decisiones en el comportamiento de corto plazo del mercado eléctrico (1 – 3 años más) donde los precios se esperan por sobre los 100 [US\$/MWh], pero si observamos las decisiones de largo plazo del mercado se aprecia la notable preferencia por la tecnología de centrales a carbón, estrategias que van de la mano con los precios de largo plazo esperados (50-60 [US\$/MWh]). Así, se debe tener en cuenta que la metodología no entrega una evaluación certera para las tecnologías que basan sus ingresos en situaciones de corto plazo de precios anormalmente altos.

- El análisis de estática comparativa en función de la desviación estándar, demuestra que la incertidumbre agrega valor a las oportunidades de inversión, por el contrario, a mayores niveles de reversión a la media menor es el valor de las oportunidades de inversión.

Se debe tomar en cuenta las limitaciones de la metodología desarrollada, dado que es una aproximación a la compleja problemática de la toma de decisiones en inversiones de generación eléctrica en condiciones de incertidumbre:

- La estructura del modelo de precios utilizada es simple, donde a pesar de modelar las características de la extrema volatilidad de los precios y la característica de reversión a la media, deja fuera la presencia de los saltos y factores periódicos propios de los precios de la electricidad. Además, se utiliza el mismo modelo para el SIC y SING lo cual se discute dado que poseen características dinámicas y propiedades distributivas diferentes.
- El procedimiento de estimación de los parámetros del modelo no es sofisticado, se basa en regresiones por mínimos cuadrados utilizando las series históricas de precios, sin embargo logra ser coherente con el nivel de aplicación que se postuló.

- La determinación del parámetro α que define las expectativas del mercado de largo plazo, se realiza a través de un procedimiento de estimación grueso de precios *forward*. Utiliza los costos marginales de largo plazo obtenidos de simulaciones del modelo OSE2000 que no necesariamente logra ser una elección “objetiva”, el fundamento se basa en el objetivo elegido en el desarrollo metodológico.
- La aplicación de opciones reales implementa un procedimiento numérico conocido, que va de la mano con el modelo de precios elegido, por lo tanto, se dejan de lado variables que pueden resultar relevantes en una evaluación de inversiones más rigurosa.
- La estructura comercial modelada en la aplicación deja de lado la posibilidad de participar en el mercado spot residual, suponiendo una total y exacta contratación de la energía generada por cada una de las tecnologías (definida por un factor de planta fijo).
- No se considera el impacto que puede resultar de la interacción estratégica competitiva entre los distintos agentes del mercado eléctrico, lo que puede generar resultados diferentes en el valor de la oportunidad de inversión en tecnologías de generación.

No deja de ser significativo el análisis del estado del arte para cada uno de los conceptos estudiados en la presente tesis, los modelos de precios eléctricos basados en modelos de precios de *commodities* y el análisis de opciones reales aplicadas en inversiones de generación eléctrica, por lo tanto, se logra obtener una base de estudio que aporta en la línea de investigación para trabajos posteriores.

Las condiciones de incertidumbre de los mercados eléctricos a nivel mundial obligan a los tomadores de decisión a utilizar nuevas formas de evaluación de sus inversiones. En este sentido, la metodología desarrollada contribuye a demostrar el efecto y el impacto que pueden tener en las decisiones estratégicas la correcta cuantificación de las variables inciertas de los mercados eléctricos. En particular, la metodología se aplica en mercados competitivos de bajo desarrollo donde no existe libre información de las transacciones

contractuales de los agentes y para las decisiones que dependen fuertemente de las expectativas de largo plazo del sistema.

Finalmente, la aplicación de los conceptos de finanzas modernas en mercados eléctricos competitivos, puede resultar muchas veces compleja y muy sofisticada, sin embargo, la metodología presentada logra ser simple, encontrándose resultados interesantes y coherentes que permiten ser un apoyo en la toma de decisiones de inversión en generación eléctrica.

6.1.2 Trabajo Futuro

Una de las misiones relevantes en la elaboración de una Tesis es enriquecer líneas de investigación y proponer diferentes caminos para trabajos futuros. El presente trabajo ha intentado converger conceptos de finanzas modernas con mercados eléctricos competitivos, por lo tanto, los trabajos futuros propuestos siguen esta línea de investigación.

En primer lugar, mejorando el modelamiento de los precios de la electricidad a través de un modelo de precios desarrollado en particular para las características dinámicas y las propiedades distributivas de los mercados eléctricos del país integrando conceptos de análisis econométrico y de procesos estocásticos de mayor sofisticación. En este sentido, modelar la estructura de volatilidad con un proceso no estacionario, incluyendo el modelamiento de los saltos que afectan los precios y los efectos periódicos mejorando eventualmente el procedimiento de estimación.

Evaluar las demás opciones dadas por las flexibilidades del proyecto y las operacionales como la opción que surge en el despacho de las centrales de punta del sistema, es una dirección lógica de análisis para futuras investigaciones. Por otro lado, es posible evaluar tecnologías no tradicionales como ERNC o centrales nucleares lo cual entregaría una importante visión en los esquemas de diversificación de la matriz energética en el contexto actual de mercado donde cada día es más importante y contingente dicha función.

Finalmente y sin desconocer el amplio espectro de trabajos que puede abarcar la línea de investigación, otra de las direcciones interesantes que puede ser abordada a futuro, es la

posibilidad de incorporar el factor estratégico competitivo en la evaluación de las inversiones. En este sentido, utilizar opciones reales en conjunto con teoría de juegos para modelar el momento óptimo de inversión donde el límite o vencimiento de la oportunidad de inversión está dado por la posibilidad de que la competencia invierta primero y, por lo tanto, se pierda el valor de la oportunidad de inversión.

BIBLIOGRAFIA

- Barraquand, J. y Martineau, D. (1995). Numerical valuation of high dimensional multivariate american securities. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, Vol. 30, N° 3, 301-320.
- Barroso, L.A., Hammons, T.J. y Rudnick, H. (2005). Integrated natural gas-electricity resource adequacy planning in Latin America. *Oil, Gas & Energy Law Intelligence*, Vol. 3, N° 2.
- Black, F. y Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, N° 3, 637-654.
- Borenstein, S. (2002). The trouble with electricity markets: Understanding California's restructuring disaster. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 16, N° 1, 191-211.
- Borenstein, S. y Bushnell, J. (1999). An empirical analysis of the potential for market power in California's electricity industry. *The Journal of Industrial Economics*, Vol. 47, N° 3, 285-323.
- Botterud, A., Ilic, M.D. y Wangensteen, I. (2005). Optimal investment in power generation under centralized and decentralized decision making. *IEEE Transactions on Power System*, Vol. 20, N° 1, 254-263.
- Brennan, M.J. y Schwartz, E.S. (1977). The valuation of the american put options. *The Journal of Finance*, Vol. 32, N° 2, 449-462.
- Brennan, M.J. y Schwartz, E.S. (1985). Evaluating natural resources investments. *Journal of Business*, Vol. 58, N° 2, 135-157.
- Cortazar, G. (1999). The valuation of natural resources. En Trigeorgis (ed.) *Real options and business strategy: Applications to decision making*, Risk Books, London.
- Cortazar, G. y Schwartz, E.S. (1998). Monte Carlo evaluation model of an undeveloped oil field. *Journal of Energy Finance & Development*, Vol. 3, N° 1, 73-84.

- Cortazar, G. y Schwartz, E. S. (2003). Implementing a stochastic model for oil futures prices. *Energy Economics*, Vol. 25, 215-238.
- Cortazar, G., Schwartz, E.S. y Salinas, M. (1998). Evaluating environmental investments: A real options approach. *Management Science*, Vol. 44, N° 2, 1059-1070.
- Cox, J., Ross, S. y Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, Vol. 7, 229-264.
- Cox, J.C., Ingersoll, J.E. y Ross, S.A. (1985). An intertemporal general equilibrium model of asset prices. *Econometrica*, Vol. 53, N° 2, 363-384.
- Deng, S.J. (2000). Stochastic models of energy *commodity* prices and their applications: Mean-reversion with jumps and spikes. *Working Paper*, Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology.
- Deng, S.J. (2005). Valuation of investment and opportunity to invest in power generation assets with spikes in power prices. *Managerial Finance*, Vol. 31, N° 6, 95-115.
- Deng, S.J., Johnson, B. y Sogomonian, A. (2001). Exotic electricity options and the valuation of electricity generation and transmission assets. *Decision Support Systems*, Vol. 30, N° 3, 383-392.
- Dixit, A.K. y Pindyck R. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton University Press, New Jersey.
- Dyner, I. y Larsen, E.R. (2001). From planning to strategy in the electricity industry. *Energy Policy*, Vol. 29, 1145-1154.
- Escribano, A., Peña, J.I. y Villaplana, P. (2002). Modeling electricity prices: international evidence. *Working Paper 02-27*, Economics Series 08, Departamento de Economía, Universidad Carlos III de Madrid.
- Finon, D., Johnsen, T.A. y Midttun, A. (2004). After the grace period: Economic and political challenges when electricity markets face the investment phase. *Energy Policy*, Vol. 32, N°13, 5-8.

- Fleten, S.-E. y Lemming, J. (2003). Constructing *forward* price curves in electricity markets. *Energy Economics*, Vol. 25, 409-424.
- Fleten, S.-E. y Näsäkkälä, E. (2006). Gas-fired power plants: investment timing, operating flexibility and abandonment. *Working Paper 04-03*, Department of Industrial Economics and Technology Management, Norwegian University of Science and Technology.
- Fleten, S.-E, Maribu, K.M. y Wangensteen, I. (2007). Optimal investment strategies in decentralized renewable power generation under uncertainty. *Energy*, Vol. 32, N° 5, 803-815.
- Fraser, P. (2003). Power generation investment in electricity markets, *International Energy Agency*, OECD, París.
- Frayser, J. y Uludere, N.Z. (2001). What is it Worth? Application of real options theory to the valuation of generation assets. *The Electricity Journal*, Vol. 14, N° 8, 40-51.
- Geman, H. y Roncoroni, A. (2006). Understanding the fine structure of electricity prices. *Journal of Business*, Vol. 79, N° 3, 1225-1261.
- Gibson, R. y Schwartz, E.S. (1990). Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *The Journal of Finance*, Vol. 45, N° 3, 959-976.
- Gorenstin, B.G., Campodonico, N.M., Costa, J.P. y Pereira, M.V.P. (1992). Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints. *IEEE Transactions on Power System*, Vol. 7, N° 2, 791-797.
- Gravet, M. (2003). Evaluación de opciones reales mediante simulación: El método de los mínimos cuadrados. *Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería*, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Heath, D., Jarrow, R. y Morton, A. (1992). Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica*, Vol. 60, N° 1, 77-105.

- Hogan, W. (1998). Competitive electricity markets: A wholesale primer, Harvard Electricity Policy Group.
- Hull, J. (2003) *Options, futures, & other derivatives*. 5th edn., Prentice Hall, New Jersey.
- Hull, J. y White, A. (1994). Numerical procedures for implementing term structure models I: Single-factor models. *Journal of Derivatives*, Vol. 2, N° 1, 7-16.
- Hull, J. y White, A. (1996). Using Hull-White Interest Trees. *Journal of Derivatives*, Vol. 4, 26-36.
- IPCC (2007). Climate change 2007: the physical science basis. *Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Summary for Policymakers, Paris.
- Joskow, P. (2003). Electricity sector restructuring and competition: Lessons learned. *Cuadernos de Economía, Latin American Journal of Economics*, Año 40, N° 121, 548-558.
- Joskow, P. (2006). Competitive electricity markets and investment in new generating capacity. Por aparecer en Helm, D. (ed), *The New Energy Paradigm*, Oxford University Press.
- Knittel, C.R. y Roberts, M.R. (2005). An empirical examination of restructured electricity prices. *Energy Economics*, Vol. 27, 791-817.
- Longstaff, F.A. y Schwartz, E.S. (2001). Valuing american options by simulation: A simple least-squares approach. *The Review of Financial Studies*, Vol. 14, N° 1, 113-147.
- Lucia, J.J. y Schwartz, E.S. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research*, Vol. 5, N° 1, 5-50.
- Majd, S. y Pindyck, R. (1987). Time to build, option value, and investment decisions. *Journal of Financial Economics*, Vol. 18, N° 1, 7-27.
- Manoliu, M. y Tompaidis, S. (2002). Energy futures prices: Term structure models with kalman filter estimation. *Applied Mathematical Finance*, Vol. 9, 21-43.
- Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, N° 1, 77-91.

- Mcdonald, R. y Siegel, D. (1985). Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down. *International Economic Review*, Vol. 26, N° 2, 331-349.
- Mcdonald, R. y Siegel, D. (1986). The value of waiting to invest. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, N° 4, 707-728.
- Merton, R. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, N° 1, 141-183.
- Moreira, A., Rocha, K. y David, P. (2004). Thermopower generation investment in Brazil – economic conditions. *Energy Policy*, Vol. 32, 91-100.
- Milla, C. (2005). Modelos estocásticos de precios de *commodities* y estimación conjunta de la dinámica de dos *commodities* mediante el filtro de kalman. *Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería*, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Murto, P. y Nese, G. (2003). Input price risk and optimal timing of energy investment: choice between fossil- and biofuels. *Working Paper 25/02*, Institute for Research in Economics and Business Administration, Bergen.
- Naranjo, L. (2002). Modelos lognormales de precios de *commodities* y calibración mediante el filtro de kalman utilizando paneles de datos incompletos de futuros de cobre y petróleo. *Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería*, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Näsäkkälä, E. y Fleten, S.-E. (2005). Flexibility and technology choice in gas fired power plant investments. *Review of Financial Economics*, Vol. 14, N° 3-4, 371-393.
- Oren, S. (2004). Ensuring generation adequacy in competitive electricity markets. *Working Paper*, Electric Power Research Institute, University of California at Berkeley, Abril 2004.
- Pereira, M.V.F (1989). Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. *International Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 11, N° 3, 161-169.
- Pindyck, R. (1993). Investment of uncertain cost. *Journal of Financial Economics*. Vol. 34, N° 1, 53-76.

- Rudnick, H. (2006). Un nuevo operador independiente de los mercados eléctricos chilenos. *Estudios Públicos*, N° 101, verano 2006.
- Rudnick, H. y Montero, J.P. (2002). Second generation electricity reforms in Latin America and the California paradigm. *Journal of Industry, Competition and Trade*, Vol. 2, N° 1-2, 159-172.
- Rudnick, H., Varela, R. y Hogan, W. (1997). Evaluation of alternatives for power system coordination and pooling in a competitive environment. *IEEE Transactions on Power System*, Vol. 12, N° 2, 605-613.
- Rudnick, H., Barroso, L.A., Skerk, C. y Blanco, A. (2005). South American reform lessons – twenty years of restructuring and reform in Argentina, Brazil, and Chile. *IEEE Power & Energy Magazine*, Vol. 3, N° 4, 49-59.
- Sharpe, W.F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, Vol. 19, N° 3, 425-442.
- Schwartz, E.S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, Vol. 52, N° 3, 923-973.
- Schwartz, E.S. y Smith, J.E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, Vol. 46, N° 7, 893-911.
- Schwartz, E.S. y Trigeorgis, L. (2001). *Real options and investment under uncertainty*, The MIT Press, Cambridge, MA.
- Takizawa, S. y Suzuki, A. (2004). Analysis of the decision to invest for constructing a nuclear power plant under regulation of electricity price. *Decision Support Systems*, Vol. 37, N° 3, 449-456.
- Teisberg, E.O. (1994). An option valuation analysis of investment choices by a regulated firm. *Management Science*, Vol. 40, N° 4, 535-548.
- Tseng, C.-L. y Barz, G. (2002). Short-term generation asset valuation: A real options approach. *Operations Research*, Vol. 50, N° 2, 297-310.

Trigeorgis, L. (1991). A log-transformed binomial numerical analysis method for valuing complex multi-option investment. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 26, N° 3, 309-326.

Urzua, J. (2004). Valorización de opciones reales multidimensionales mediante simulación de montecarlo utilizando el algoritmo LSM. *Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería*, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Villar, J. y Rudnick, H. (2004). Hydrothermal market simulator using game theory: Assessment of market power. *IEEE Transactions on Power System*, Vol. 18, N° 1, 91-98.

ANEXOS

**ANEXO A: COSTOS MARGINALES ESPERADOS ANUALES RESULTADO
DE SIMULACIONES CON EL MODELO OSE2000.**

En el presente anexo se muestran los costos marginales esperados anuales resultantes de las simulaciones con el modelo OSE2000, utilizados para construir las series de precios de contratos de largo plazo, para estimar las expectativas de comportamiento de largo plazo de los mercados eléctricos estudiados.

Tabla A-1: Costos Marginales Esperados Anuales Escenario CNE.

Año	SIC	SING
2007	136.159	44.255
2008	155.527	148.344
2009	148.706	158.852
2010	100.637	140.174
2011	74.099	144.895
2012	60.734	84.258
2013	50.273	48.162
2014	54.415	49.053
2015	58.975	48.093
2016	56.662	49.986

Tabla A-2: Costos Marginales Esperados Anuales Escenario MEM.

Año	SIC	SING
2007	105.319	63.865
2008	112.390	108.327
2009	108.386	107.592
2010	78.739	75.389
2011	76.280	76.402
2012	61.564	77.937
2013	60.352	81.207
2014	59.537	84.964
2015	60.691	86.671
2016	61.677	86.671
2017	62.741	86.671
2018	60.652	86.671
2019	60.530	86.671
2020	60.032	83.434
2021	59.517	83.434
2022	59.192	83.434
2023	60.067	83.434

**ANEXO B: TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO ESTOCÁSTICO,
LEMA DE ITO.**

Utilizar procesos estocásticos para modelar la dinámica de variables aleatorias, supone encontrar soluciones sobre ecuaciones diferenciales estocásticas. Uno de los teoremas fundamentales del cálculo estocástico es el Lema de Ito, el cual permite integrar y derivar ecuaciones diferenciales de origen estocástico que siguen un proceso de Ito el cual es una generalización del proceso de Wiener de la forma:

$$dx = a(x,t) \cdot dt + b(x,t) \cdot dz \quad (\text{a.1})$$

Donde $a(x,t)$ y $b(x,t)$ son funciones determinísticas y dz es un proceso de Wiener.

Sea S una variable aleatoria que sigue un movimiento Browniano geométrico según la ecuación (a.2), por ejemplo, el precio spot de un activo.

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot d\tilde{w} \quad (\text{a.2})$$

El problema es saber cuanto cambia una función derivada de S ante los cambios de la misma variable aleatoria (continuando con el ejemplo, el valor de la opción de comprar el activo), en efecto, interesa determinar el proceso estocástico que sigue la función derivada de S .

El Lema de Ito se puede entender como una expansión en serie de Taylor, luego, sea $F(S,t)$ una función cualquiera de S y t , diferenciable al menos dos veces en S y una vez en t , el cambio en F está dado por la siguiente ecuación diferencial parcial estocástica:

$$dF(S,t) = \frac{\partial F}{\partial S} dS + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (dS)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} (dt)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial t} dS dt + \dots (\text{a.2})$$

Donde se incluyen los términos de mayor orden, los cuales generalmente son despreciables en el límite, sin embargo, el término $(dS)^2$ no es despreciable porque tiene el mismo tamaño que dt , esto se verifica tomando la ecuación (a.2), elevando al cuadrado y reordenando los términos como sigue:

$$(dS)^2 = S^2 \mu^2 (dt)^2 + 2S^2 \mu \sigma (dtdz) + S^2 \sigma^2 (dz)^2 \quad (\text{a.3})$$

Los términos $(dt)^2$ y $(dtdz)$ van a cero más rápido que dt , por lo tanto son despreciables. En cambio, $(dz)^2$ que define un proceso de Wiener, posee el mismo tamaño relativo de dt , con lo cual no es despreciable. Así, el Lema de Ito entrega el diferencial de F en notación simplificada⁸¹ como:

$$dF = F_S dS + F_t dt + \frac{1}{2} F_{SS} dS^2 \quad (\text{a.4})$$

La ecuación anterior permite deducir funciones que representan los activos derivados financieros y reales sobre subyacentes que siguen procesos estocásticos.

⁸¹ Los subíndices indican derivadas parciales.